

Übung Nr. 5

Diskussionsthema: Bindungsenergie eines Atomkerns; Bethe–Weizsäcker Massenformel

Aufgabe 14. Separationsenergie

Zur Bestimmung der Stabilität von Atomkernen werden sog. *Separationsenergien* für die Abspaltung verschiedener Teilchen eingeführt:

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Neutrons:

$$S_n(Z, N) \equiv [m(Z, N - 1) + m_n - m(Z, N)] c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Protons:

$$S_p(Z, N) \equiv [m(Z - 1, N) + m_p - m(Z, N)] c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines α -Teilchens (= ${}^4_2\text{He}$ -Kern; Masse m_α):

$$S_\alpha(Z, N) \equiv [m(Z - 2, N - 2) + m_\alpha - m(Z, N)] c^2.$$

- i. Schreiben Sie diese Separationsenergien mithilfe der Kernbindungsenergien um.
- ii. Falls $S_n > 0$, was ist die Bedeutung von S_n ?
- iii. Was ist die Bedeutung eines negativen Werts der Separationsenergie S_α , der Separationsenergien S_n bzw. S_p ?
- iv. In einem Kernreaktor findet die Reaktion $n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}^*$ statt, wobei die *-Schreibweise bedeutet, dass der ${}^{236}\text{U}$ -Kern in einem angeregten Zustand ist. Es sei $E^* = [m({}^{236}\text{U}^*) - m({}^{236}\text{U})] c^2$ seine Energie im Bezug auf den Grundzustand.

Falls die relative Geschwindigkeit von Neutron und ${}^{235}\text{U}$ -Kern sehr klein ist, wie lautet die Erhaltung der Energie in der Reaktion im Schwerpunktsystem der Reaktionspartner? Was ist dann der Zusammenhang zwischen E^* und der Separationsenergie $S_n({}^{236}\text{U})$?

Aufgabe 15. Bethe–Weizsäcker Massenformel (1)

Die Masse eines Atomkerns ist näherungsweise gegeben durch

$$m(Z, A) = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - a_A (Z - \frac{A}{2})^2 A^{-1} + B_\delta}{c^2}, \quad (1)$$

mit dem Paarungsterm $B_\delta = \begin{cases} +a_\delta A^{-1/2} & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug- und gu-Kerne} \\ -a_\delta A^{-1/2} & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$

und $a_V = 15,85$ MeV, $a_S = 18,34$ MeV, $a_C = 0,71$ MeV, $a_A = 92,86$ MeV, $a_\delta = 11,46$ MeV.

- i. Berechnen Sie hieraus die Bindungsenergie pro Nukleon $B(Z, A)/A$ für ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{56}_{26}\text{Fe}$, ${}^{62}_{28}\text{Ni}$.
- ii. Zeigen Sie, dass der Zerfall ${}^{240}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{128}_{50}\text{Sn} + {}^{110}_{44}\text{Ru} + 2n$ energetisch möglich ist.
- iii. Für fix gewählte Z , für welche $N = A - Z$ hat die Bindungsenergie pro Nukleon (unter Auslassung des Paarungsterms B_δ) ihr Maximum? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis für Nickel ($Z = 28$) und Zinn ($Z = 50$) mit der Nuklidkarte.
- iv. In der Bindungsenergie $B(Z, A)$ hängen nur der Coulomb-Term und der Asymmetrie-Term explizit von Z ab.
 - a) Wiederholen Sie die Berechnung der Protonenzahl $Z_{\min}(A)$, bei der die minimale Kernmasse in einer Isobarenreihe erreicht wird. Was passiert mit $Z_{\min}(A)$ wenn $a_C = 0$ bzw. $a_A = 0$? Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.

b) Es sei jetzt A ungerade. a_C und a_A nehmen wieder ihre oben angegebenen Werte an. Für welche Z ist es energetisch günstiger, dass sich ein Proton in ein Neutron verwandelt? Testen Sie ihren Ausdruck für $A = 125$.

Aufgabe 16. Bethe–Weizsäcker Massenformel (2)

In dieser Aufgabe wollen wir zeigen, wie sich einige Koeffizienten in der Massenformel (1) aus experimentellen Daten gewinnen lassen.

i. Coulomb-Term

Als *Spiegelkerne* bezeichnet man ein Paar Atomkerne mit vertauschter Protonen- und Neutronenzahl d.h. (Z, N) und $(Z' = N, N' = Z)$.

Hiernach wird nur den Fall $N = Z - 1$ betrachtet.

a) Berechnen Sie die Differenz der Bindungsenergien der Kerne eines solchen Paares (Tipp: Z sollte keine Rolle spielen!). Warum ist die Annahme $N = Z - 1$ hilfreich?

b) Entnehmen Sie einer Datenbank (z.B. <http://www.nndc.bnl.gov/chart/> — oben links findet man einen „Knopf“ „BE/A“) die Bindungsenergien der Atomkerne eines solchen Paares, beispielsweise $(^{13}\text{N}, ^{13}\text{C})$ oder $(^{15}\text{O}, ^{15}\text{N})$, und berechnen Sie damit den Wert des Parameters a_C .

ii. Asymmetrieterm

Finden Sie die Bindungsenergien der Kerne in der Isobarenreihe mit $A = 135$ und zeichnen Sie sie in Abhängigkeit von Z auf. Folgern sie daraus den Wert des Parameters a_A in Gl. (1).

iii. Paarungsterm

Führen Sie die gleiche Berechnung für Kerne mit $A = 136$ durch und schätzen Sie damit den Wert von B_δ ab.