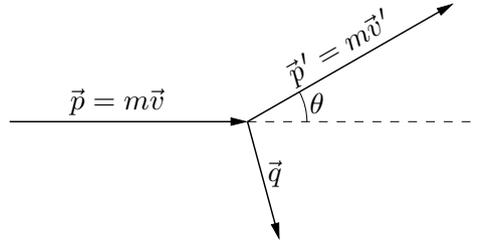


Übung Nr. 4

Diskussionsthema: Radius eines Atomkerns

Aufgabe 10. Rutherford'sche Streuformel (2)

Zur Beschreibung einer Streuung wird oft der Impulsübertrag $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ eingeführt:



Zeigen Sie (Tipp: die Streuung ist elastisch!), dass eine andere Schreibweise der Rutherford'schen Streuformel (vgl. Aufgabe 9) lautet

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} \right)_{\text{punkt}}(\vec{q}) = \frac{(2zZ\alpha\hbar mc)^2}{q^4}, \quad (1)$$

wobei $\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$ die elektromagnetische Feinstrukturkonstante ist.

Aufgabe 11. Elektrischer Formfaktor

Im Fall der Streuung elektrischer Ladungen an einem ausgedehnten geladenen Target wird der sogenannte elektrische Formfaktor $F^2(\vec{q})$ eingeführt, wobei \vec{q} der Impulsübertrag ist.

$F^2(\vec{q})$ ist¹ der quadrierte Betrag der Fourier-Transformierten der Ladungsdichteverteilung $\rho(\vec{r})$:

$$F^2(\vec{q}) \equiv \left| \frac{1}{Ze} \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar} d^3\vec{r} \right|^2, \quad (2)$$

und der differentielle Wirkungsquerschnitt lautet dann

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega}(\vec{q}) = \left(\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} \right)_{\text{punkt}}(\vec{q}) \cdot F^2(\vec{q}).$$

- i. Was ist der elektrische Formfaktor eines Punktteilchens?
- ii. Zeigen Sie, dass im Fall einer kugelsymmetrischen Ladungsdichteverteilung $\rho(r)$ die Gl. (2) gibt

$$F^2(\vec{q}) = \left| \frac{1}{Ze} \int_0^\infty \rho(r) \frac{\sin(qr/\hbar)}{qr/\hbar} 4\pi r^2 dr \right|^2.$$

- iii. Berechnen Sie den Formfaktor einer Gauß'schen Ladungsverteilung $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{a^2}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-a^2 r^2/2}$.

Aufgabe 12. Woods-Saxon Verteilung

Die Woods-Saxon (Ladungsdichte-)Verteilung ist gegeben durch

$$\rho(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R_{1/2}}{\delta}}},$$

wobei δ die Breite des Kernrands bestimmt.

¹bis auf einen Faktor $1/Z^2 e^2$

- i. Ermitteln Sie über welche Distanz (in Einheiten von δ) die Ladungsdichte von 80% auf 20% absinkt.
- ii. Berechnen Sie den Wert der Verteilung im Zentrum des Kerns in der Näherung $\delta \ll R_{1/2}$.

Aufgabe 13. Kern- und Atommassen

In manchen Büchern wird die Bindungsenergie des Kerns anders definiert als in der Vorlesung. Statt der Kernmasse $m(Z, A)$ wird die Masse $m'(Z, A)$ des betreffenden Atoms benutzt:

$$m'(Z, A) = m(Z, A) + Zm_e - \frac{B'_e(Z, A)}{c^2},$$

wobei $B'_e(Z, A)$ die Bindungsenergie der Z Elektronen bezeichnet. Dementsprechend wird als Bindungsenergie des Kerns die Größe

$$B'(Z, A) \equiv [Zm_H + (A - Z)m_n - m'(Z, A)] c^2$$

definiert, wobei m_H die Masse des ^1H -Atoms ist.

Wie lautet der Unterschied zwischen $B'(Z, A)$ und der in der Vorlesung definierten Bindungsenergie $B(Z, A)$? Warum ist dieser Unterschied in den meisten Fällen unwesentlich?