

Übung Nr. 4

Diskussionsthema: Bindungsenergie eines Atomkerns; Bethe–Weizsäcker Massenformel

Aufgabe 10. Kern- und Atommassen

In manchen Lehrbüchern wird die Bindungsenergie des Kerns anders definiert als in der Vorlesung. Statt der Kernmasse $m(Z, A)$ wird die Masse $m'(Z, A)$ des Atoms benutzt:

$$m'(Z, A) = m(Z, A) + Zm_e - \frac{B'_e(Z, A)}{c^2},$$

wobei $B'_e(Z, A)$ die Bindungsenergie der Z Elektronen bezeichnet. Dementsprechend wird als Bindungsenergie des Kerns die Größe

$$B'(Z, A) \equiv [Zm_H + (A - Z)m_n - m'(Z, A)] c^2$$

definiert, wobei m_H die Masse des ^1H -Atoms im Grundzustand ist.

Wie lautet der Unterschied zwischen $B'(Z, A)$ und der in der Vorlesung definierten Bindungsenergie $B(Z, A)$? Warum ist dieser Unterschied in den meisten Fällen unwesentlich?

Aufgabe 11. Separationsenergie

Zur Bestimmung der Stabilität von Atomkernen werden sog. *Separationsenergien* für die Abspaltung verschiedener Teilchen eingeführt, wie z.B. die Separationsenergie für die Abspaltung eines Neutrons

$$S_n(Z, N) \equiv [m(Z, N - 1) + m_n - m(Z, N)] c^2,$$

wobei m_n die Neutronenmasse ist.

- i. Schreiben Sie diese Separationsenergie mithilfe der Kernbindungsenergien um.
- ii. Definieren Sie eine Separationsenergie $S_\alpha(Z, N)$ für die Abspaltung eines α -Teilchens (Masse m_α). Was bedeutet ein negativer Wert von S_α ?

Aufgabe 12. Separationsenergie (2)

In einem Kernreaktor findet die Reaktion $n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}^*$ statt, wobei die *-Schreibweise bedeutet, dass der ${}^{236}\text{U}$ -Kern in einem angeregten Zustand ist. Es sei $E^* = [m({}^{236}\text{U}^*) - m({}^{236}\text{U})] c^2$ seine Energie im Bezug auf den Grundzustand.

Falls die relative Geschwindigkeit von Neutron und ${}^{235}\text{U}$ -Kern sehr klein ist, wie lautet die Erhaltung der Energie in der Reaktion im Schwerpunktsystem der Reaktionspartner? Was ist dann der Zusammenhang zwischen E^* und der Separationsenergie $S_n({}^{236}\text{U})$?

Aufgabe 13. Bethe–Weizsäcker Massenformel (1)

Die Masse eines Atomkerns ist näherungsweise gegeben durch

$$m(Z, A) = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - a_A (Z - \frac{A}{2})^2 A^{-1} + B_\delta}{c^2},$$

mit dem Paarungsterm $B_\delta = \begin{cases} +a_\delta A^{-1/2} & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug- und gu-Kerne} \\ -a_\delta A^{-1/2} & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$

und $a_V = 15,85 \text{ MeV}$, $a_S = 18,34 \text{ MeV}$, $a_C = 0,71 \text{ MeV}$, $a_A = 92,86 \text{ MeV}$, $a_\delta = 11,46 \text{ MeV}$.

- i. Berechnen Sie hieraus die Bindungsenergie pro Nukleon $B(Z, A)/A$ für ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{56}_{26}\text{Fe}$, ${}^{62}_{28}\text{Ni}$.

- ii. Zeigen Sie, dass der Zerfall ${}_{94}^{240}\text{Pu} \rightarrow {}_{50}^{128}\text{Sn} + {}_{44}^{110}\text{Ru} + 2\text{n}$ energetisch möglich ist.
- iii. Für fix gewählte Z , für welche $N = A - Z$ hat die Bindungsenergie pro Nukleon (unter Auslassung des Paarungsterms B_δ) ihr Maximum? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis für Nickel ($Z = 28$) und Zinn ($Z = 50$) mit der Nuklidkarte.
- iv. In der Bindungsenergie $B(Z, A)$ hängen nur der Coulomb-Term und der Asymmetrie-Term explizit von Z ab. Es sei A ungerade. Für welche Z ist es energetisch günstiger, dass sich ein Proton in ein Neutron verwandelt? Testen Sie ihren Ausdruck für $A = 125$.