

## Übung Nr. 10

### Diskussionsthemen:

- Anwendung der Radioaktivität zur Altersbestimmung
- Phänomenologie (Reaktionsformel, erhaltene Größen...) des  $\alpha$ -Zerfalls

### Aufgabe 31. Zerfallsgesetz

Die Raumsonde Cassini,<sup>1</sup> die 1997 zum Saturn startete um dessen Monde zu erkunden und dort 2004 ankam, war mit Plutonium betrieben.  $^{238}\text{Pu}$  zerfällt durch  $\alpha$ -Zerfall:



wobei die mittlere Lebensdauer von  $^{238}\text{Pu}$  128 Jahre beträgt. Es wird angenommen, dass die ganze freigesetzte (kinetische) Energie nutzbar ist. Schätzen Sie die Menge Plutoniums in Kilogramm ab, die nötig ist, um die Raumsonde für 50 Jahre mit mindestens 1 kW Strom zu versorgen. (Der Zerfall von  $^{234}\text{U}$  mit  $T_{1/2} = 2,5 \cdot 10^5$  Jahre kann vernachlässigt werden).

### Aufgabe 32. Altersbestimmung

Datieren Sie das Grabtuch von Turin, welches als Reliquie verehrt wurde, da darauf das Gesicht von Jesus von Nazaret zu sehen sei. Bei einer Radiocarbonanalyse aus dem Jahr 1988 wurde mittels Massenspektrometrie das Isotopenverhältnis  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} = 9,268 \cdot 10^{-13}$  für eine Probe des Tuchs gemessen. In lebender Materie ist die relative Häufigkeit von  $^{12}\text{C}$  98,89 %, von  $^{13}\text{C}$  1,11 % und von  $^{14}\text{C}$   $10^{-10}$  %.  $^{14}\text{C}$  wird in der Atmosphäre durch die Reaktion  $n + ^{14}\text{N} \rightarrow p + ^{14}\text{C}$  erzeugt und durch Photosynthese in die Nahrungskette von Organismen aufgenommen. In toter Materie zerfällt  $^{14}\text{C}$ , ohne dass der Verlust durch Austausch mit der Atmosphäre kompensiert werden könnte. Die Halbwertszeit von  $^{14}\text{C}$  beträgt ungefähr 5700 Jahre. Wann wurde der Leinen, aus dem das Grabtuch besteht, vermutlich hergestellt?

### Aufgabe 33. Radioaktive Zerfallsreihe: Technetium-Melken

Für medizinische Anwendungen wird der kurzlebige Gammastrahler  $^{99m}\text{Tc}$  benötigt. Er entsteht in sogenannten Technetium-Generatoren aus Molybdän. Die Reaktionsgleichungen lauten wie folgt:



In der ersten Reaktion zerfällt das Molybdän-Isotop mit einer Halbwertszeit von 66,02 Stunden zu 14% in den (unbrauchbaren) Tc-Grundzustand und zu 86% in den metastabilen (angeregten) Zustand  $^{99m}_{43}\text{Tc}_{56}$ . Letzterer zerfällt mit einer Halbwertszeit von 6,02 Stunden in den Tc-Grundzustand. Man entnimmt einem solchen Generator in regelmäßigen Abständen das medizinisch verwendete  $^{99m}\text{Tc}$  und sagt dazu, dass man den Generator melkt. Berechnen Sie die Anteile der beteiligten Isotope für einen Generator, der zur Anfangszeit nur  $^{99}\text{Mo}$  enthält und alle 12 Stunden komplett gemolken wird. Stellen Sie die zeitlichen Funktionen ohne und mit Melken graphisch dar. Informieren Sie sich (z.B. unter <http://de.wikipedia.org/wiki/Szintigrafie>), wie Technetium in der Szintigraphie eingesetzt wird.

### Aufgabe 34. $\alpha$ -Zerfall

Ein gg-Kern im Grundzustand zerfällt durch  $\alpha$ -Emission. Welche  $J_{\text{Kern}}^{\text{P}}$  Zustände kann der Tochterkern annehmen?

<sup>1</sup>Neugierig? <https://de.wikipedia.org/wiki/Cassini-Huygens>

**Aufgabe 35. Stabilität gegenüber  $\alpha$ -Zerfall im Tröpfchenmodell**

Berechnen Sie den  $Q$ -Wert für  $\alpha$ -Zerfall

$$Q_\alpha \equiv [m(Z, A) - m(Z-2, A-4) - m_\alpha] c^2$$

mithilfe der Bethe-Weizsäcker-Massenformel für die Massen von Mutter- und Tochterkern<sup>2</sup> und  $m_\alpha \simeq 3727,38 \text{ MeV}/c^2$ . Ermitteln Sie (numerisch!) den minimalen Wert von  $A$  (und  $Z$ ) mit  $Q_\alpha \geq 0$  für Kerne im  $\beta$ -Stabilitätstal.

Zur Erinnerung gilt  $Z_{\min}(A) \simeq A/(1,97 + 0,015A^{2/3})$ .

---

<sup>2</sup>Werte für die Koeffizienten können z.B. in Aufgabe 13 gefunden werden.