

III.3.4 γ -Zerfall

Kernphysikalischen Prozesse führen oft im Endzustand zu angeregten Atomkerne. Diese können dann in den Grundzustand — oder auch in einen tiefer liegenden Zustand — übergehen, indem sie ein *Photon* emittieren, d.h. ein mit γ symbolisierten Lichtquant:



Dabei ist die typische Energie des Photons von etwa 100 keV–1 MeV, entsprechend elektromagnetischer Strahlung mit einer Frequenz im γ -Bereich.

In diesem Prozess, der durch die elektromagnetische Wechselwirkung kontrolliert wird, sind Energie, Impuls, Drehimpuls und Parität erhalten, wobei das Photon den Spin und die intrinsische Parität $J^P = 1^-$ hat.

Mathematisch ergibt sich das Photon aus der Quantisierung des elektromagnetischen Feldes, und genauer dessen Viererpotentials. Da das Letztere ein (Vierer)Vektor ist, verhält sich das Photon wie ein Vektor: Spin 1 und Änderung des Zeichens unter Raumspiegelung.

Sei ℓ_γ der Bahndrehimpuls — genauer die mit dem quadrierten Bahndrehimpulsoperator \hat{L}^2 assoziierte Quantenzahl — des Photons. Dem Gesamtdrehimpuls des Photons, der sich aus der Kopplung

dessen Spin und Bahndrehimpuls ergibt, entspricht eine Quantenzahl j_γ , die maximal drei positive Werte annehmen kann, und zwar

$$j_\gamma \in \{\ell_\gamma - 1, \ell_\gamma, \ell_\gamma + 1\}. \quad (\text{III.34})$$

Außergewöhnlich darf aber j_γ nicht Null sein.

Je größer die Differenz zwischen den Kernspins des Anfangs- und des Endzustands, umso kleiner ist die Übergangswahrscheinlichkeit, d.h. umso länger ist die Halbwertszeit. Beispielsweise hat der $^{178}_{72}\text{Hf}$ -Kern, dessen Grundzustand Spin und Parität $J^P = 0^+$ hat, einen Isomierzustand mit $J^P = 8^-$ und Halbwertszeit $T_{1/2} = 4\text{ s}$ und einen anderen mit $J^P = 16^+$ und $T_{1/2} = 31\text{ Jahren}$.

Eine Ausnahme zu dieser Regel bildet der Übergang zwischen zwei Zuständen mit Spin 0, weil der Prozess einfach verboten ist, denn das Photon hätte den Gesamtdrehimpuls $j_\gamma = 0$.

Das emittierte Photon hat die gesamte Parität $P_\gamma = (-1)(-1)^{\ell_\gamma}$, wobei der erste Faktor die innere Parität, der zweite Faktor die Parität der Wellenfunktion widerspiegelt. Je nach dem Zusammenhang zwischen dieser Parität und dem Gesamtspin wird zwischen zwei Arten von Strahlung unterschiedet:

$$\begin{cases} P_\gamma = (-1)^{j_\gamma} : & \text{elektrische Strahlung,} \\ P_\gamma = -(-1)^{j_\gamma} : & \text{magnetische Strahlung.} \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

Der erste Fall entspricht offensichtlich $j_\gamma = \ell_\gamma \pm 1$, der zweite $j_\gamma = \ell_\gamma$.

Dem emittierten Photon entspricht in einer klassischen Beschreibung ein abgestrahltes elektromagnetisches Feld. Dieses kann man zerlegen als Überlagerung von Kugelwellen, deren Winkelabhängigkeiten durch Kugelflächenfunktionen $Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$ gegeben werden, anstatt wie üblich als Summe von ebenen Wellen $e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$. Bei diesen Kugelwellen handelt es sich dann um Zustände mit einem bestimmten *Drehimpuls* — anstatt einer bestimmten Impuls bei ebenen Wellen. Der Drehimpuls der elektromagnetischen Strahlung entspricht dem Gesamtdrehimpuls des Photons, d.h. $\ell = j_\gamma$. Die Abwesenheit von $\ell = 0$ bedeutet, dass die Strahlung nie kugelsymmetrisch ist: es handelt sich eher um *Multipolstrahlung* mit „Ordnung“ ℓ ($\ell = 1$: Dipolstrahlung, $\ell = 2$: Quadrupolstrahlung, allgemeiner 2^ℓ -Strahlung).

Bemerkung: Ein angeregter Kern kann seine Energie E^* auch direkt auf ein Hüllenelektron des Atoms übertragen, durch die Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem Kern und den Elektronen. Durch diese sog. *innere Konversion* wird ein Elektron mit Energie $E^* - B_e$ emittiert, wobei B_e die Bindungsenergie des Elektrons ist. Da sowohl die Werte von E^* als jene von B_e quantisiert sind, ist das Spektrum der Elektronen diskret.

Kinematik des γ -Zerfalls. Mößbauer-Effekt

Sei E^* die Anregungsenergie des Mutterkerns, entsprechend einer Gesamtenergie in dessen Ruhesystem $m_{\text{Kern}}c^2 + E^*$, mit m_{Kern} der Masse des Tochternuklids. Unter Verwendung der Beziehungen $E_\gamma = |\vec{p}_\gamma|c$ — das Photon bewegt sich mit der Lichtgeschwindigkeit c und ist daher relativistisch — und $E_{\text{Kern}} = \vec{p}_{\text{Kern}}^2/2m_{\text{Kern}}$ für die kinetische Energie des Tochterkerns, führen die Erhaltung der Energie und des Impulses

$$E^* = E_{\text{Kern}} + E_\gamma, \quad \vec{0} = \vec{p}_{\text{Kern}} + \vec{p}_\gamma$$

zu

$$E^* = E_\gamma + \frac{(E_\gamma/c)^2}{2m_{\text{Kern}}},$$

woraus sich die Photonenenergie ergibt:

$$E_\gamma \simeq E^* - \frac{E^{*2}}{2m_{\text{Kern}}c^2}. \quad (\text{III.36})$$

Somit ist die Energie E_γ des emittierten Photons nicht genau gleich der Anregungsenergie E^* des Atomkerns: die Differenz

$$\frac{E^{*2}}{2m_{\text{Kern}}c^2} \simeq \frac{E_\gamma^2}{2m_{\text{Kern}}c^2} \quad (\text{III.37})$$

ist die Rückstoßenergie des Kerns. In ähnlicher Weise wird ein Photon durch einen ruhenden Kern absorbiert, vorausgesetzt seine Energie nicht genau die Anregungsenergie E^* beträgt, sondern eher

$$E_\gamma \simeq E^* + \frac{E^{*2}}{2m_{\text{Kern}}c^2}, \quad (\text{III.38})$$

wobei die Differenz die Bewegung des Kerns nach der Absorption „kompensiert“.

Die Rückstoßenergie ist zwar viel kleiner als die typische kernphysikalische Energie. Somit ist $E_\gamma^2/2m_{\text{Kern}}c^2 \approx 5 \text{ eV}$ für $E_\gamma = 1 \text{ MeV}$, $A \simeq 100$. Der Unterschied zwischen den Emissions- und Absorptionsenergien (III.36), (III.38) ist aber groß genug, damit ein emittiertes Photon nicht anschließend durch einen Nachbarkern absorbiert werden kann.

Dabei hilft die natürliche Breite der Spektrallinien, $\Gamma^* \simeq \hbar/\tau^*$ mit τ^* der mittleren Lebensdauer des angeregten Zustands, nicht, da sie viel kleiner als die Rückstoßenergie ist: mit $\tau^* \simeq 10^{-9} \text{ s}$, was schon sehr kurzlebig ist, ergibt sich $\Gamma^* \simeq 10^{-6} \text{ eV}$. (64)

Wie es Rudolf Mößbauer (bm) entdeckt hat [64], (65) sind rückstoßfreie Emission und Absorption eines γ -Photons jedoch manchmal möglich, und zwar wenn der emittierende und der absorbierende Kern sich in Kristallen befinden. Dabei muss die Rückstoßenergie des Photons kleiner sein als die minimale Anregungsenergie der Phononen — d.h. der quantisierten Schwingungsmoden — in den Festkörpern. Dann können die Kristallgitter der Letzteren nicht oszillieren, um die Rückstoßenergie als Wärme zu übertragen. Daher bleibt nur eine einzige Möglichkeit bei der Emission und der Absorption, und zwar, dass nicht einzelne Atomkerne, sondern die ganzen Kristalle gegen das Photon zurückstoßen. Da die Masse dieser makroskopischen Körper etwa 10^{20} – 10^{23} -mal größer als jene eines einzelnen Kerns ist, wird die Rückstoßenergie um den gleichen Faktor kleiner, d.h. vernachlässigbar.

Mithilfe des Mößbauer-Effekts lassen sich extrem kleine Energiedifferenzen messen, vgl. z.B. Experimente 60 & 61 in Ref. [8]. Insbesondere kann man den Mößbauer-Effekt mit dem Doppler-Effekt kombinieren, indem sich der emittierende und der absorbierende Kern relativ zueinander bewegen, wodurch sich eine kleine Verschiebung der Wellenlänge bzw. Energie des Photons ergibt.

(64) Dagegen sind die Rückstoßenergien in der Atomphysik viel geringer: $E_\gamma \simeq 10 \text{ eV}$ gibt $E_\gamma^2/2m_{\text{Atom}}c^2 \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ eV}$, was kleiner als die typische Breite von Spektrallinien ist.

(65) Vgl. auch Ref. [8], Experiment 59.

(bm) R. MÖSSBAUER, 1929–2011