

II.4 Schalenmodell des Atomkerns

Wie gerade diskutiert wurde sind das Tröpfchen- und das Fermi-Gas-Modell statistische Modelle, die naturgemäß nur die globalen Eigenschaften eines statistischen Ensembles von Atomkernen beschreiben können, für individuelle Kerne aber weniger erfolgreich sind. Wie in Abschn. II.1 schon kurz erwähnt wurde, gibt es manchmal ziemlich erhebliche Abweichungen von diesem Durchschnittsverhalten, insbesondere für Nuklide mit einer magischen Protonen- oder Neutronenzahl, die auch müssen erklärt werden. Einige dieser besonderen Eigenschaften der „magischen Atomkernen“ werden erstens in § II.4.1 dargelegt.

Zur Erklärung dieser Eigenschaften sieht es in Analogie zur Atomphysik passend aus, einen Kern als Menge von Protonen und Neutronen in unterschiedlichen Ein-Teilchen-Zuständen zu beschreiben. Dabei befinden sich die Nukleonen auf sukzessiven entarteten Energieniveaus, die als aufeinander folgende Protonen- bzw. Neutronenschalen können betrachtet werden. Somit handelt es sich um ein *Schalenmodell* des Kerns. Der Unterschied mit dem Fermi-Gas-Modell des vorigen Abschnitts liegt darin, dass die genaue Struktur des Energiespektrums jetzt explizit soll betrachtet werden. Dementsprechend spielt die Form des mittleren Potentials, das die Teilchen einschließt, nun eine

Rolle, denn sie bestimmt die Reihenfolge des Energieniveaus (§ II.4.2). Die einfachsten Potentiale mit nur einer Ortsabhängigkeit können die experimentell gefundenen magischen Zahlen aber nicht reproduzieren und man muss ein zusätzliches Ingredienz einbauen, und zwar die Kopplung zwischen dem Spin jedes Nukleons und dessen Bahndrehimpuls II.4.3.

II.4.1 Motivation für ein Schalenmodell

Während die Bethe–Weizsäcker-Massenformel die Massen bzw. Bindungsenergien der stabilen Atomkerne erstaunlich gut wiedergibt, treten für Nuklide mit einer magischen Protonen- oder Neutronenzahl, d.h. $Z \in \{2, 8, 20, 28, 50, 82\}$ oder $N \in \{2, 8, 20, 28, 50, 82, 126\}$, relativ große Abweichungen auf, wie in Abb. II.1 zu sehen ist. Genauer sind die Bindungsenergien pro Nukleon solcher Atomkerne größer als das durch die Formel (II.2) durchschnittliche Verhalten, d.h. diese Kerne sind besonders stabil.

Diese erhöhte Stabilität der magischen Kerne spiegelt sich in weiteren Eigenschaften wider:

- Im Vergleich mit ihren unmittelbaren Nachbarn gibt es mehr stabile Isotope bzw. Isotone mit einer magischen Z bzw. N , s. Abb. II.7.

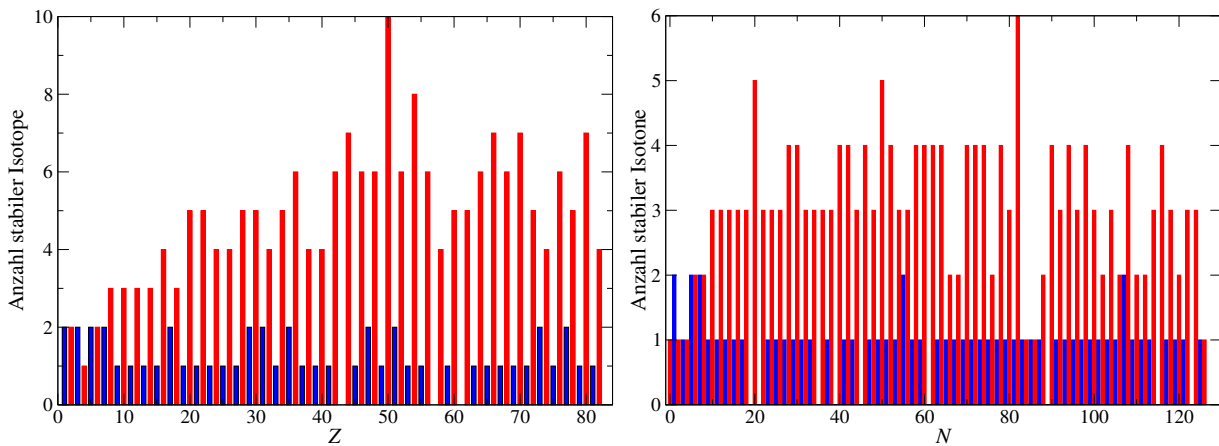


Abbildung II.7 – Links: Anzahl der stabilen Isotope; rechts: Anzahl der stabilen Isotone.

- Die in Abb. II.8 dargestellte kosmische Häufigkeit der Kerne mit magischer Z oder N ist höher als diejenige ihrer Nachbarn. Auf dieser Abbildung merkt man auch den Unterschied zwischen den Häufigkeiten von Nukliden mit gerader bzw. ungerader Protonenzahl Z .

Bemerkung: Es gibt fünf stabile *doppelt magische Kerne*: ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{48}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$. Diese sind oft an den Grenzen des Stabilitätsbereichs: ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ist das schwerste stabile Nuklide mit $N = Z$; bei ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ ist der Neutronenüberschuss besonders hoch; ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ ist der schwerste stabile Nuklide. Auch instabile doppelt magische Kerne — wie ${}^{48}_{28}\text{Ni}$, Spiegelkern von ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ mit einem extrem niedrigen $N/Z \simeq 0,71$, ${}^{78}_{28}\text{Ni}$, mit $N/Z \simeq 1,79$, oder ${}^{100}_{50}\text{Sn}$ bzw. ${}^{132}_{50}\text{Sn}$, die fast an den Proton- bzw. Neutron-drip lines sitzen — sind weniger instabil als ihre Nachbarn.

Neben diesen mit der Stabilität verknüpften Eigenschaften der magischen Kerne lassen sich noch ein paar Besonderheiten bei diesen Nukliden merken:

- Bei den magischen Protonenzahlen ändern sich die Parität der ug-Kerne sowie das Vorzeichen des elektrischen Quadrupolmoments (Abb. II.9); bei den magischen Neutronenzahlen ändert sich die Parität der gu-Kerne.
- Die Energie E^* der ersten angeregten Zustände nimmt bei den Kernen mit magischer Z oder N besonders hohe Werte an.
Z.B. gilt für den doppelt magischen ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ -Kern $E^* = 2,61 \text{ MeV}$, während $E^* \approx 0,8\text{--}0,9 \text{ MeV}$ für die Blei-Isotope mit 202, 204, 206, 210 oder 212 Nukleonen, bei denen $N \neq 126$ ist.

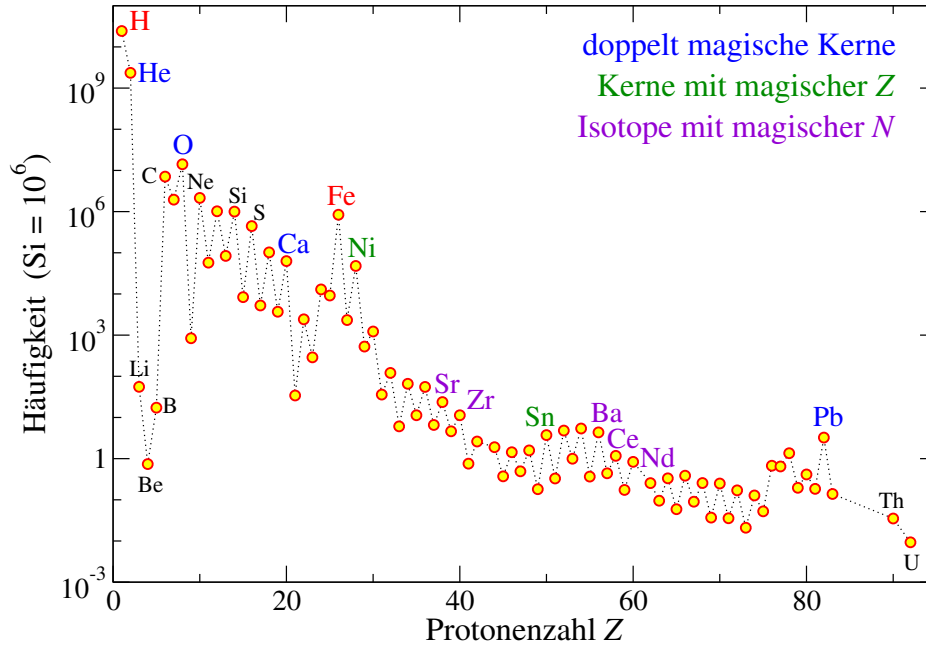


Abbildung II.8 – Häufigkeiten der atomaren Elemente im Sonnensystem, abgeschätzt mithilfe von Meteoriten bzw. Beobachtungen der Sonnenphotosphäre. Daten aus Ref. [38].

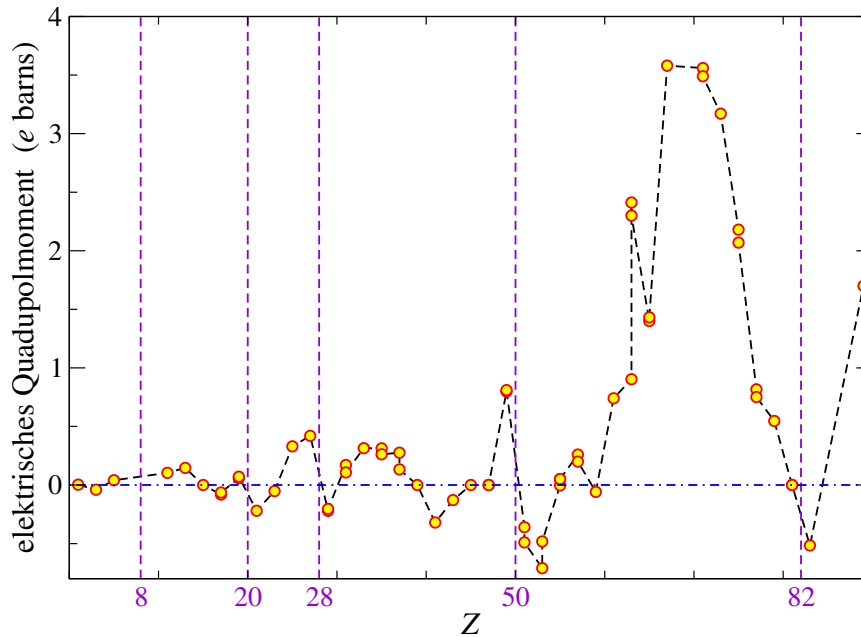


Abbildung II.9 – Elektrische Quadrupolmomente der stabilen bzw. langlebigen ug-Kerne. Messdaten aus Ref. [39].

- Der Einfangsquerschnitt für Neutronen — d.h. der Wirkungsquerschnitt für den Prozess⁽³³⁾ $n + \frac{A}{Z}(\text{)}_N \rightarrow \frac{A+1}{Z}(\text{)}_{N+1}$ — ist besonders klein für Kerne mit magischer Neutronenzahl. Im Gegenteil zeigen Atomkerne mit N um eins kleiner als eine magische Zahl besonders große Wirkungsquerschnitte für Neutroneneinfang.

Beispielsweise ist $\sigma(n + {}^{137}_{56}\text{Ba}_{81} \rightarrow {}^{138}_{56}\text{Ba}_{82}) = 5,1 \text{ b} \gg \sigma(n + {}^{138}_{56}\text{Ba}_{82} \rightarrow {}^{139}_{56}\text{Ba}_{83}) = 0,35 \text{ b}$ oder $\sigma(n + {}^{207}_{82}\text{Pb}_{125} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}) = 0,7 \text{ b} \gg \sigma(n + {}^{208}_{82}\text{Pb}_{126} \rightarrow {}^{209}_{82}\text{Pb}_{127}) = 0,0005 \text{ b}$.

⁽³³⁾ Dabei wird der Produktkern $\frac{A+1}{Z}(\text{)}_{N+1}$ oft in einem angeregten Zustand oder sogar instabil sein.

Die zwei letzteren Eigenschaften sind ähnlich entsprechenden chemischen Eigenschaften der Elemente bei den „magischen Zahlen“ (2, 10, 18, 36, 54, 86) des atomaren Periodensystems: Wegen ihrer abgeschlossenen Valenzschalen haben die Edelgase, die eine „magische Elektronenzahl“ besitzen, eine höhere Anregungsenergie als ihre Nachbarn; außerdem können sie nahezu keine chemische Verbindungen eingehen, d.h. die Valenzelektronen koppeln sich nicht zu den Elektronen anderer Atomen. Umgekehrt sind die Halogene (F, Cl, Br, I) — d.h. Elemente mit Elektronenzahl um eins kleiner als eine magische Zahl — sehr elektronegativ, um ihre Valenzschale abzuschließen.

Diese Analogie mit der Atomphysik suggeriert die Existenz von ähnlichen Schalen im Atomkern: die magischen Protonen- bzw. Neutronenzahlen sollen dann das Abschließen eines durch Protonen bzw. Neutronen besetzten Energieniveaus signalisieren.