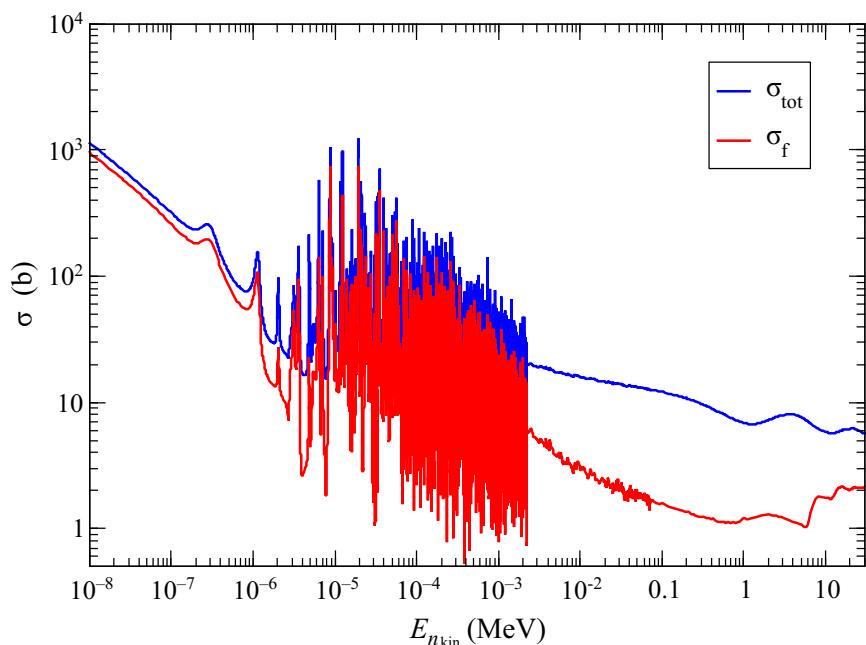


## IV.1.2 Neutronenquerschnitte

Abbildung IV.1 zeigt den Spaltquerschnitt  $\sigma_f$  und den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{tot}$  für den Prozess  $n + {}^{235}\text{U}$  in Abhängigkeit von der kinetischen Energie des Neutrons (im Ruhesystem des Urankerns). Je nach  $E_{n_{kin}}$  lassen sich drei Bereiche identifizieren:



**Abbildung IV.1** – Totaler Wirkungsquerschnitt ( $\sigma_{tot}$ ) und Spaltquerschnitt ( $\sigma_f$ ) für neutroneninduzierte Reaktionen mit  ${}^{235}\text{U}$ . Daten aus der ENDF/B-VIII.0 Nuclear Reaction Data Library [79] (vgl. <https://www.nndc.bnl.gov/endf/>).

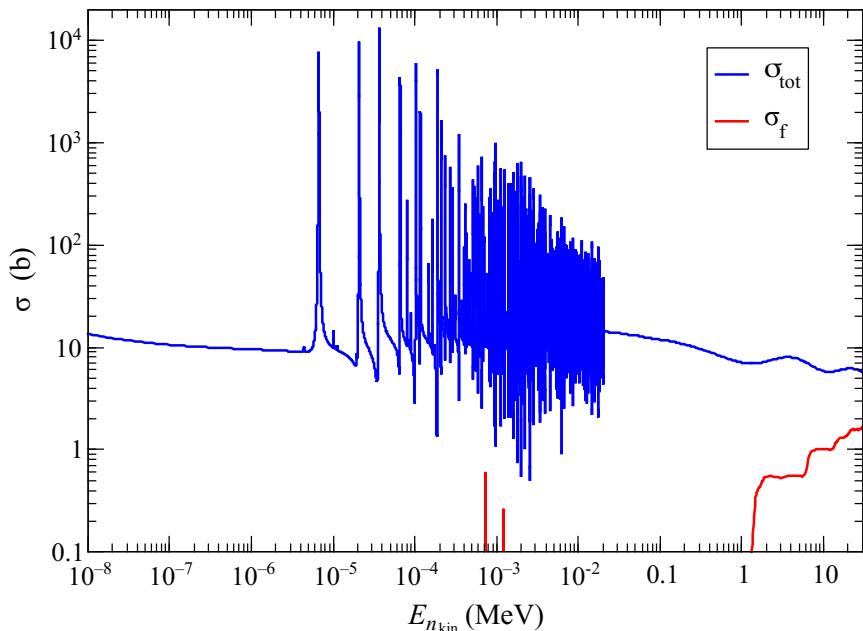
**Gebiet I** ( $E_{n_{kin}} \lesssim 0,2 \text{ eV}$ ):  $\frac{\sigma_f}{\sigma_{tot}} \approx 84\%$  und  $\sigma_{tot} \propto \frac{1}{v}$  mit der Neutronengeschwindigkeit  $v$ .

**Gebiet II** ( $0,2 \text{ eV} \lesssim E_{n_{kin}} \lesssim 3 \text{ keV}$ ): Der totale Wirkungsquerschnitt wird durch Resonanzen im radiativen Einfangsprozess  $n + {}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{236}\text{U}^* \rightarrow {}^{236}\text{U} + \gamma$  dominiert.

**Gebiet III** ( $E_{n_{\text{kin}}} \gtrsim 3 \text{ keV}$ ): es finden überwiegend elastische und semi-elasitische Streuung statt, und nur wenige induzierte Spaltung:  $\sigma_f/\sigma_{\text{tot}} \simeq 18\%$ .

Offensichtlich ist es also günstiger, Neutronen mit kleinerer kinetischer Energie zu verwenden, insbesondere sog. *thermische Neutronen*, mit  $E_{n_{\text{kin}}} \simeq 0,025 \text{ eV} = k_B T$  mit  $T \approx 300 \text{ K}$ .

Die Neutronenquerschnitte  $\sigma_f$  und  $\sigma_{\text{tot}}$  für den Prozess  $n + {}^{238}\text{U}$  werden in Abb. IV.2 gezeigt. Wieder kann man drei Gebiete finden:



**Abbildung IV.2** – Totaler Wirkungsquerschnitt ( $\sigma_{\text{tot}}$ ) und Spaltquerschnitt ( $\sigma_f$ ) für neutroneninduzierte Reaktionen mit  ${}^{238}\text{U}$ . Daten aus der ENDF/B-VIII.0 Nuclear Reaction Data Library [79] (vgl. <https://www.nndc.bnl.gov/endf/>).

**Gebiet I** ( $E_{n_{\text{kin}}} \lesssim 5 \text{ eV}$ ): hauptsächlich elastische und semi-elasitische Streuung,  $\sigma_{\text{tot}}$  ist ungefähr konstant. Es findet keine Spaltung statt:  $\sigma_f = 0$ .

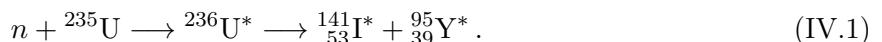
**Gebiet II** ( $5 \text{ eV} \lesssim E_{n_{\text{kin}}} \lesssim 0,1 \text{ MeV}$ ): Resonanzen bei radiativem Einfang.

**Gebiet III** ( $E_{n_{\text{kin}}} > 0,1 \text{ MeV}$ ): der totale Wirkungsquerschnitt wird wieder durch (semi-)elasitische Streuung dominiert. Ab  $E_{n_{\text{kin}}} = 1,4 \text{ MeV}$  kann Spaltung stattfinden, jedoch mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit (kleiner als 10% für  $E_{n_{\text{kin}}} \lesssim 7 \text{ MeV}$ ).

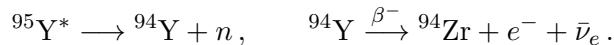
### IV.1.3 Spaltprodukte

Wegen des großen Neutronenüberschusses bei spaltbaren Nukliden (z.B.  $N/Z \simeq 1,57$  für  ${}^{236}\text{U}^*$ ) sind die Spaltprodukte ebenfalls neutronenreich. Deswegen werden diese Produkte spontan ein paar prompte Neutronen emittieren — mit einer Zeitskala kleiner als 1 ms — bzw. über  $\beta^-$ -Emission zerfallen. Dabei kann es passieren, dass die ebenfalls noch neutronenreichen Zerfallsprodukte „verzögerte“ Neutronen emittieren.

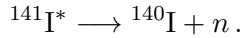
Somit führt die induzierte Spaltung  $n + {}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{236}\text{U}^*$  zu zwei großen meist angeregten Fragmenten mit Massen- und Protonenzahlen  $A \approx 140$ ,  $Z \approx 55$  (I, Xe, Cs, Ba, La) bzw.  $A \approx 95$ ,  $Z \approx 37$  (Br, Kr, Rb, Sr, Y), z.B.



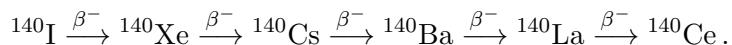
Dann führt das leichtere Fragment nach einer prompten Neutronenemission und einem  $\beta^-$ -Zerfall zum stabilen  $^{94}\text{Zr}$ -Kern:



Währenddessen zerfällt  $^{141}\text{I}^*$  über prompten Neutronenzerfall:



Dem instabilen  $^{140}\text{I}$ -Nuklid, dessen Halbwertszeit 0,86 s beträgt, stehen zwei Zerfallskanäle zur Verfügung: meistens wandelt es sich über  $\beta^-$ -Zerfall in den Grundzustand von  $^{140}\text{Xe}$  um, was nach 4 weiteren  $\beta^-$ -Zerfällen zu  $^{140}\text{Ce}$  führt (der Kürze halber werden die im jeden Schritt emittierten Elektron und Antineutrino nicht geschrieben):



Alternativ zerfällt  $^{140}\text{I}$  in einen angeregten Zustand von  $^{140}\text{Xe}$ , der dann — instantan nach dem  $\beta^-$ -Zerfall, jedoch verzögert im Bezug zum Spaltprozess — ein Neutron emittiert. Danach geht das Tochterkern  $^{139}\text{Xe}$  nach 3  $\beta^-$ -Zerfällen in  $^{139}\text{La}$  über:



Insgesamt werden nach dem Spaltprozess (IV.1) zwei prompte Neutronen emittiert, und dazu entweder 6 Paare  $(e^-, \bar{\nu}_e)$ , oder nur 5 Paare  $(e^-, \bar{\nu}_e)$  mit einem verzögerten Neutron.

Berücksichtigt man die verschiedenen Spaltkanäle mit den zugehörigen Verzweigungsverhältnissen, so werden in der neutroneninduzierten Spaltung von  $^{235}\text{U}$  im Schnitt etwa  $\nu_{\text{pr.}} \simeq 2,5$  prompte und  $\nu_{\text{verz.}} \simeq 0,04$  verzögerten Neutronen pro Spaltung emittiert.

**Bemerkung:** Bei fast jedem Schritt kann neben der  $\beta^-$ -Strahlung noch  $\gamma$ -Strahlung emittiert werden, wenn ein Zerfall nicht zum Grundzustand, sondern zu einem angeregten Zustand des Tochterkerns führt.

### Energiebilanz

In der primären Spaltung des Compoundkerns  $^{236}\text{U}^*$  werden ca. 200 MeV freigesetzt als kinetische Energie der zwei großen Fragmente und der verschiedenen emittierten Teilchen.

- Darunter werden nach den  $\beta^-$ -Zerfällen etwa 10 MeV durch Antineutrinos getragen. Wegen der sehr geringen Wechselwirkung der  $\bar{\nu}_e$  mit dem Rest entweichen diese 10 MeV dem System;
- etwa 15 MeV werden verzögert emittiert, und zwar hauptsächlich in der Form von Elektronen aus  $\beta^-$ -Zerfällen und von Photonen.

Daher sind insgesamt ca. 190 MeV pro Spaltung technisch „nutzbar“.

## IV.2 Kettenreaktion

### IV.2.1 Grundlagen

In einem Spaltungsergebnis entstehen  $\nu > 1$  Neutronen je gespaltenem Kern. Jedes dieser Neutronen kann mit Spaltwahrscheinlichkeit  $q$  eine weitere Spaltung induzieren. Für  $\nu q \geq 1$  ergibt sich eine *Kettenreaktion*.

Sei  $t_{\text{Zyklus}}$  die mittlere Zeitdauer eines Spaltzyklus, d.h. die durchschnittliche Zeit zwischen dem Entstehen von Neutronen in einem Spaltungsergebnis und deren Verschwinden — indem sie entweder weitere Spaltungen induzieren, oder „verloren“ werden (s. unten). Je ursprünglich emittiertem Neutron entstehen in dieser Zykluszeit einerseits  $\nu q$  neue Neutronen, während andererseits ein Neutron zerstört wird. Sei  $n_n(t)$  die Neutronendichte, d.h. die Anzahl der Neutronen pro Volumeneinheit, im

Spaltmaterial zur Zeit  $t$ . Dann gilt in erster Näherung — und zwar unter anderen unter Vernachlässigung der verspäteten Neutronen — und für nicht zu großes  $\delta t$  die Bilanzgleichung

$$n_n(t + \delta t) = n_n(t) + (\nu q - 1)n_n(t) \frac{\delta t}{t_{\text{Zyklus}}}. \quad (\text{IV.2})$$

Im Limes  $\delta t \rightarrow 0$  ergibt sich dann die lineare gewöhnliche Differentialgleichung

$$\frac{dn_n(t)}{dt} = \frac{\nu q - 1}{t_{\text{Zyklus}}} n_n(t), \quad (\text{IV.3})$$

die sich sofort als

$$n_n(t) = n_n(t_0) e^{(\nu q - 1)(t - t_0)/t_{\text{Zyklus}}} \quad (\text{IV.4})$$

lösen lässt.

Für  $\nu q > 1$  wächst die Neutronendichte exponentiell mit der Zeit, entsprechend einer exponentiellen Zunahme der Anzahl der Spaltungen im System, das als *überkritisch* bezeichnet wird. Wegen der in jedem Spalteneignis freigesetzten Energie, die sich in kinetische Energie der Fragmente umwandelt, wird das System explodieren.

Dagegen nimmt in einem *unterkritischen* System mit  $\nu q < 1$  die Neutronendichte bzw. die Anzahl der Spaltungen exponentiell ab, während sie in einem *kritischen* System mit  $\nu q = 1$  — was aber nur eine mathematische Idealisierung sein kann — konstant bleiben.

## Spaltwahrscheinlichkeit

Wie groß ist  $q$ ?

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutron in einer Streuung an einem spaltbaren Kern eine Spaltung induziert, ist  $\sigma_f/\sigma_{\text{tot}}$ . Angesichts der in Abb. IV.1 und IV.2 gezeigten Neutronenquerschnitte — die beispielhaft für neutroneninduzierte Reaktionen mit anderen Atomkerne sind — hängt diese Wahrscheinlichkeit (stark) von der kinetischen Energie des Neutrons ab.

Dieses Verhältnis stellt die Größenordnung für  $q$  dar: für  $E_{n_{\text{kin}}} = 2 \text{ MeV}$ , d.h. die typische kinetische Energie eines bei einer Spaltung emittierten Neutrons, gilt  $q_{235} \approx 0,18$  für  $^{235}\text{U}$  bzw.  $q_{238} \approx 0,05$  für  $^{238}\text{U}$ .

Wenn die erste Streuung eines Neutrons nicht zu einer Spaltung führt, gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder wurde das Neutron eingefangen [ $(n, \gamma)$ -Prozess]: dann kann es offensichtlich keine weitere Spaltung induzieren! Oder hat das Neutron (semi-)elastisch gestreut: dann hat es nach der Streuung eine meist geringere kinetische Energie. Es hat noch eine weitere Chance, eine Spaltung im nächsten Streuprozess zu induzieren, jetzt mit meistens einer unterschiedlichen Wahrscheinlichkeit  $\sigma_f/\sigma_{\text{tot}}$  bei der neuen kinetischen Energie. Z.B. ist  $\sigma_f/\sigma_{\text{tot}} = 0,84$  für thermische Neutronen an  $^{235}\text{U}$ .

Neben dem Verhältnis des Spalt- und des totalen Wirkungsquerschnitts sollen noch, in realistischen, nicht unendlich großen Systemen, geometrische Verluste berücksichtigt werden. Somit können Neutronen, die in der Nähe des Oberflächen emittiert werden, dem System entkommen, so dass solche verlorene Neutronen die gesamte Spaltwahrscheinlichkeit  $q$  verringern.

## Kritischer Radius. Anzahl von Streuungen bis zur Spaltung

Wenn die Menge an Spaltmaterial zu klein ist, werden zu viele Neutronen das System verlassen, bevor sie Spaltungen induzieren können, so dass das System nie (über)kritisch werden kann. Daher gibt es einen *kritischen Radius* — und dementsprechend eine *kritische Masse*, ab dem eine Kettenreaktion in einem gegebenen System stattfinden kann.

Die exakte Rechnung des kritischen Radius (für ein kugelförmiges Systems) ist aufgrund vieler einzubeziehender Faktoren kompliziert und nur numerisch möglich. Als Abschätzung kann man zuerst die Anzahl von Streuungen eines Neutrons bis zur Spaltung in einem vereinfachten Modell berechnen. Der Einfachheit halber kann man zuerst annehmen, dass ein Neutron entweder eine Spaltung induzieren, oder elastisch gestreut werden kann. Unter dieser Annahme bleibt das Verhältnis  $\sigma_f/\sigma_{\text{tot}} \equiv p$  bei jedem sukzessiven Streuereignis konstant.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Spaltung beim  $k$ -ten Stoß stattfindet, ist  $p(1-p)^{k-1}$ , wobei der Faktor  $(1-p)^{k-1}$  der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass die  $k-1$  ersten Streuungen keine Spaltung induziert haben. Dann lautet die mittlere Anzahl von Streuungen bis zur Spaltung

$$\langle N_{\text{Str.}} \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} kp(1-p)^{k-1} = \frac{1}{p}.$$

Dementsprechend ist die durchschnittliche Zeit  $t_{\text{diff}}$  bis zum Verschwinden des Neutrons gleich  $1/p$  mal der mittleren Zeit zwischen zwei sukzessiven Streuungen.<sup>(74)</sup>

Dabei ist die Flugbahn des Neutrons im Spaltmaterial eine Zufallsbewegung („Brownische <sup>(br)</sup>Bewegung“). Der Abstand des Neutrons von dessen Ausgangspunkt nach  $N$  Schritten ist  $\sqrt{N}$  mal der mittleren freien Weglänge  $\ell_{\text{mfp}}$ , wobei die Letztere die durchschnittliche Weglänge bezeichnet, die das Neutron zwischen zwei sukzessiven Streuungen zurücklegt. Somit ist die mittlere Diffusionslänge eines Neutrons im System bis zu seinem Verschwinden  $\ell_{\text{diff}} \simeq \sqrt{\langle N_{\text{Str.}} \rangle} \ell_{\text{mfp}}$ .

Nimmt man als Beispiel die Werte für  $n + {}^{235}\text{U}$  mit einem Neutron mit kinetischer Energie  $E_{n_{\text{kin}}} = 2 \text{ MeV}$ , so dass  $p \approx q_{235} \approx 0,18$ , dann kommt  $\langle N_{\text{Str.}} \rangle \approx 5,5$ . Mit der Teilchendichte  $n \approx 5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$  und dem totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}} \simeq 7 \text{ b}$  ergibt sich für die mittlere freie Weglänge  $\ell_{\text{mfp}} \simeq 1/n\sigma_{\text{tot}} \approx 2,8 \text{ cm}$ . Daraus folgt die mittlere Diffusionslänge  $\ell_{\text{diff}} \approx 7 \text{ cm}$  entsprechend einer Diffusionszeit  $t_{\text{diff}} \approx 10^{-8} \text{ s}$ .

Da in der Abschätzung insbesondere Verluste — durch radiative Neutroneneinfänge und durch die Geometrie — vernachlässigt wurden, sollte der kritische Radius für  ${}^{235}\text{U}$  ein wenig größer als diese Diffusionslänge sein. Eigentlich gibt eine genauere Berechnung einen kritischen Radius von 8,7 cm für eine Kugel aus reinem  ${}^{235}\text{U}$ .

## IV.2.2 Kernenergie

### IV.2.2 a Wie lässt sich eine Kettenreaktion kontrollieren?

- Einerseits muss  $\nu q > 1$  sein, um eine Kettenreaktion überhaupt zu ermöglichen.
- Andererseits hat man für  $\nu q - 1 = \mathcal{O}(1)$  ein exponentielles Wachstum mit der „prompten“ Zeitskala  $t_{\text{Zyklus}} \approx 10^{-8} \text{ s}$  (für schnelle Neutronen mit  $E_{n_{\text{kin}}} \simeq 2 \text{ MeV}$ ) –  $10^{-3} \text{ s}$  (für thermische Neutronen). Technisch sind solche Zeitskalen kleiner als eine Millisekunde nicht beherrschbar.

Lösung: verzögerte Neutronen! Im Mittel werden sie nach  $t_{\text{verz.}} \simeq 20 \text{ s}$  emittiert.

Idee: wähle Reaktordesign so, dass

$$\nu_{\text{pr.}} q < 1 \quad (\text{IV.5})$$

und ermögliche die Kettenreaktion mit Hilfe der verzögerten Neutronen, d.h.

$$(\nu_{\text{pr.}} + \nu_{\text{verz.}}) q > 1. \quad (\text{IV.6})$$

Somit ergibt sich eine neue Zeitskala der Ordnung 0,1–1 s.

### IV.2.2 b Wahl des Spaltmaterials

salopp: „Brennstoff“ (darf aber nicht brennen!!!)

Im natürlichen Uran ist der  ${}^{235}\text{U}$ -Anteil  $C = 0,72\%$ . Für  $E_{n_{\text{kin}}} \simeq 2 \text{ MeV}$ , Spaltung mit Wahrscheinlichkeit  $q \approx Cq_{235} + (1-C)q_{238} \approx q_{238} \approx 0,05$ . Inelastische Stöße führen jedoch schnell zu  $E_{n_{\text{kin}}} < 1,4 \text{ MeV}$ , d.h. unterhalb der Schwelle für  ${}^{238}\text{U}$ : Spaltwahrscheinlichkeit nimmt schnell ab, denn die Neutronen werden durch  ${}^{238}\text{U}$  absorbiert (Neutroneneinfang), bevor sie eine neue Spaltung mit  ${}^{235}\text{U}$  induzieren können.

⇒ zwei Möglichkeiten:

<sup>(74)</sup> In  $t_{\text{diff}}$  steht der Index für die *Diffusion* des Neutrons durch das System.

<sup>(br)</sup> R. BROWN, 1773–1858

- Hohe Anreicherung (20% oder mehr) an  $^{235}\text{U}$ . Dann sind schnelle Neutronen nutzbar  $\Rightarrow$  „schnelle Reaktoren“
- Thermische Reaktoren: Neutronen werden durch *Moderation* — mithilfe eines leichten (für die Kinematik), neutronenreichen (damit der Wirkungsquerschnitt für Neutroneneinfang niedrig sei) Material:  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{D}_2\text{O}$ ,  $\text{BeO}$ ,  $\text{C}$  (Graphit) — in vielen Stößen auf thermische Energie ( $E_{n\text{kin}} \simeq 0,025 \text{ eV}$ ) abgebremst, um den großen Wirkungsquerschnitt von  $^{235}\text{U}$  bei solchen Energien zu Nutzen zu machen.

Moderation muss schnell stattfinden, um die Absorptionsverluste durch Uran zu minimieren. Um eine stabile Kettenreaktion zu erhalten ist nur eine geringe Anreicherung an  $^{235}\text{U}$  (2–3%) nötig.

Andere mögliche Spaltmateriale (entsprechende Reaktoren erfordern eine hohe Anreicherung):

- Plutonium  $^{239}\text{Pu}$  ( $T_{1/2} = 24110 \text{ Jahre}$ )

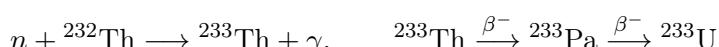
$\Rightarrow$  muss zunächst produziert werden (findet in jedem Kernreaktor statt!):



wobei  $T_{1/2}(^{239}\text{U}) = 23 \text{ s}$ ,  $T_{1/2}(^{239}\text{Np}) = 2,35 \text{ Tage}$ .

-  $^{233}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 1,59 \cdot 10^5 \text{ Jahre}$ )

$\Rightarrow$  wird produziert über



wobei  $T_{1/2}(^{233}\text{Th}) = 22 \text{ min}$ ,  $T_{1/2}(^{233}\text{Pa}) = 27 \text{ Tage}$ .

### IV.2.2 c Regelung des Reaktors

Variable Absorption von Neutronen durch einen *Absorber*: mechanisch bewegliche Stäbe aus einem Material mit großem Wirkungsquerschnitt für Neutroneneinfang:  $^{113}\text{Cd}_{65}$ ,  $^{155}\text{Gd}_{91}$ ,  $^{10}\text{B}_5$ .

Mit steigender Temperatur  $T$  im Reaktor nimmt die thermische Bewegung der Uran-Kerne zu, was effektiv zu einer Verbreitung der Resonanzlinien für Neutroneneinfang führt. Somit nimmt die Absorption von Neutronen automatisch zu, d.h. die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Neutron eine neue Spaltung induziert, wird geringer:  $dq/dT < 0$ . Dies ist wesentlich für die Sicherheit des Reaktors.

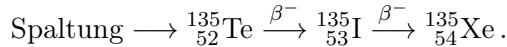
**Bemerkung:** In einem Reaktor befinden sich auch viele Photonen, Elektronen und Positronen, und  $\alpha$ -Teilchen — die aus den Zerfällen der Spaltprodukte stammen —, sowie Protonen (insbesondere in  $\text{H}_2\text{O}$ -moderierten Reaktoren, denn die Neutronen zerbrechen leicht die Wassermoleküle). Zum Glück induzieren diese Teilchen selbst keine weitere Spaltung, oder nur in vernachlässigbarer Menge: Positronen, Protonen und  $\alpha$ -Teilchen sind positiv geladen und damit abgestoßen durch die Kerne; die Elektronen und Photonen haben eine zu geringe kinetische Energie, um eine Spaltung zu induzieren. Somit kann man sich nur um die Neutronenbilanz kümmern.

### IV.2.2 d Vergiftung des Reaktors

Normalerweise bleiben die Spaltprodukte im Reaktor, was sich als schlecht für die Neutronenbilanz herausstellt. Insbesondere können sich stabile oder langlebige Kerne mit hohem Wirkungsquerschnitt für Neutroneneinfang anhäufen. Solche Nuklide werden als zusätzliche Absorber fungieren, entsprechend einer *Vergiftung des Reaktors*, und müssen somit sorgfältig berücksichtigt werden. Beispiele davon sind:

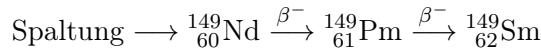
-  $^{135}\text{Xe}$  (mit Neutroneneinfangsquerschnitt  $\sigma_{(n,\gamma)}^{(75)} = 2,65 \cdot 10^6 \text{ b}$ ): wird entweder direkt in der Spaltung erzeugt (mit Wirkungsgrad  $\gamma = 0,001$ ) oder indirekt ( $\gamma = 0,064$ ) über

<sup>(75)</sup> Dieser Wert sollte mit dem „interessanten“ Spaltquerschnitt von  $^{235}\text{U}$  mit thermischen Neutronen  $\sigma_{\text{Sp.}} = 582 \text{ b}$  verglichen werden.



{}\_{54}^{135}\text{Xe} kann dann entweder Neutronen einfangen (was zum stabilen {}\_{54}^{136}\text{Xe} führt), oder mit Halbwertszeit  $T_{1/2} = 9,17$  Stunden über  $\beta^-$ -Emission in {}\_{55}^{135}\text{Cs} und dann {}\_{56}^{135}\text{Ba} zerfallen.

- {}\_{62}^{149}\text{Sm} (mit Neutroneneinfangsquerschnitt<sup>(75)</sup>  $\sigma_{(n,\gamma)} = 4,1 \cdot 10^4$  b): wird über



mit Wirkungsgrad  $\gamma = 0,01$  erzeugt. {}\_{62}^{149}\text{Sm} ist gegenüber Zerfall stabil, kann also nur über Neutroneneinfang zerstört werden — was aber genau die Vergiftung des Reaktors darstellt.

Betrachte man z.B. ein Nuklid  $i$ ; es kann

- (primäres) Spaltprodukt sein, mit Wirkungsgrad  $\gamma_i$ ;
- Produkt des Zerfalls eines Nuklids  $j$  sein, mit Zerfallskonstante  $\lambda_{j \rightarrow i}$ ;
- Produkt des Neutroneneinfangs durch ein Nuklid  $k$ , mit Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{k,n}$ ;
- zerfallen, mit Zerfallskonstante  $\lambda_i$ <sup>(76)</sup>
- Neutronen einfangen, mit Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{i,n}$ .

Somit genügt die Dichte  $n_i(t)$  der Nuklide vom Typ  $i$  der Gleichung

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = \gamma_i n_{\text{Sp.-K.}}(t) \sigma_{\text{Sp.}} \Phi_n(t) + \lambda_{j \rightarrow i} n_j(t) + n_k(t) \sigma_{k,n} \Phi(t) - \lambda_i n_i(t) - n_i(t) \sigma_{i,n} \Phi_n(t), \quad (\text{IV.7})$$

mit  $n_{\text{Sp.-K.}}$  der Dichte der Spaltkerne und  $\Phi_n$  dem mittleren Neutronenfluss, d.h. der durchschnittlichen Anzahl von Neutronen, die pro Zeiteinheit eine Einheitsfläche durchqueren.

### IV.2.3 Reaktortypen

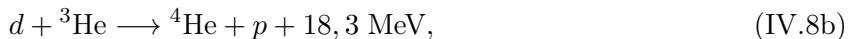
(Druckwasserreaktor, Siedewasserreaktor, Hochtemperaturreaktor, schneller Brüter)  
→ werden ein andermal diskutiert!

## IV.3 Kernfusion

Da die Bindungsenergie pro Nukleon der leichtesten Nuklide kleiner als diejenige von schwereren Kernen ist, kann prinzipiell Energie durch Kernverschmelzung, auch *Fusion* genannt, gewonnen werden. Wegen ihrer positiven elektrischen Ladung stoßen sich die Kerne jedoch ab, entsprechend einer Coulomb-Potentialbarriere, proportional zum Produkt  $Z_1 Z_2$  der Ladungszahl der zu fusionierenden Kerne. Daher ist Kernfusion leichter mit den ganz leichten Kernen.

Zum Überwinden der Coulomb-Barriere müssen die Kerne eine hohe kinetische Energie haben, für leichte Atomkerne  $E_{\text{kin}} \gtrsim 1$  keV. Somit bilden die Atome ein heißes „Gas“ mit Temperatur  $T \gtrsim 10^7$  K: bei dieser Temperatur sind die Atome ganz ionisiert, so dass sie eher ein (elektromagnetisches) *Plasma* bilden.

Die Bindungsenergie hat ausgeprägte Spitzen — lokale Maxima — bei  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^8\text{Be}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ : Fusionsprozesse, die solche Kerne erzeugen, sind somit besonders exothermisch. Beispiele solcher Prozesse sind



<sup>(76)</sup>oder allgemeiner, zerstört werden, durch einen anderen Prozess als Neutroneneinfang.

Dabei wird die angegebene freigesetzte Energie jeweils durch die zwei Endprodukte als kinetische Energie mitgenommen.

Dagegen sind Prozesse, die zu anderen Nukliden führen, weniger exothermisch, wie es z.B. der Fall der sonst günstigen — da die teilnehmenden Kerne die leichtesten sind — Reaktionen



wobei der erstere Prozess, der die  $\beta^+$ -Umwandlung eines Protons in ein Neutron erfordert, über die schwache Wechselwirkung vermittelt wird.

Neben der hohen Temperatur benötigt man auch ein Plasma mit einer hohen genug Teilchendichte  $n$ , damit die zu fusionierenden Kerne sich oft genug treffen, d.h. um die Reaktionsrate zu erhöhen. Somit definiert man das *Fusionsprodukt*  $nT\tau$ , mit  $\tau$  der *Energieeinschlusszeit* — Zeitdauer, während deren die hohe Energiedichte erreicht wird. Um ein Plasma dauerhaft zu entzünden soll dieses Produkt eine Schwelle von etwa  $3 \cdot 10^{27} \text{ K.s}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$  überschreiten — wobei heutige Experimente Werte von ca.  $10^{27} \text{ K.s}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$  erreicht haben.

Solche Werte lassen sich erreichen

- in der Sonne (und allgemeiner in noch „lebenden“ Sternen), vgl. Kap. **Nukleare Astrophysik**;
- auf der Erde (hoffentlich...): 2 aktiv untersuchte Möglichkeiten, mit Deuterium–Tritium-Gemisch, entsprechend dem Prozess (IV.8a):
  - „Plasmafusion“: soll in durch elektromagnetische Felder aufgeheizten und gleichzeitig räumlich eingeschlossenen Plasmen stattfinden.
  - Schon viele Experimente seit 40 Jahren (die letztere und bisher erfolgreichste: JET in Culham, UK).
  - Nächste große Schritte: ITER (Typ Tokamak, in Cadarache, Frankreich) & Wendelstein 7-X (Typ Stellarator, in Greifswald).
  - „Trägheitsfusion“ (oder „Laser-Fusion“): kleine Kugelchen von  $d-{}^3\text{H}$ -Gemisch werden durch Laserstrahlen stark und schnell komprimiert; somit wird eine sehr hohe Energiedichte erreicht, bevor das Gemisch Zeit hat, zu expandieren.
  - Aktuelle Experimente am NIF (National Ignition Facility, Lawrence Livermore Laboratory, Kalifornien) und (bald) am Laser Mégajoule (Bordeaux, Frankreich).

Wirtschaftlich ist das Plasmaprodukt nicht der einzige Faktor, man muss auch im ganzen Fusionsprozess — einschließlich des angewendeten Stroms, um das Plasma zu erhitzen — Energie gewinnen. Daher soll man den wie folgt definierten *Leistungsverstärkungsfaktor*  $Q$

$$Q \equiv \frac{\text{erzeugte Fusionsleistung}}{\text{aufgewendete Heizleistung}} \quad (\text{IV.10})$$

berücksichtigen. In JET wurden Werte  $Q \simeq 0,65$  erreicht, Ziel für ITER ist  $Q \simeq 10$  — die Wärme des Plasmas muss noch wieder in Strom umgewandelt werden, was automatisch mit einem nicht so hohen Wirkungsgrad einhergeht, weshalb  $Q$  erheblich größer als 1 sein sollte.

Vorteile der Energieproduktion durch Kernfusion sind

- die Existenz vom Brennstoff in praktisch unbegrenzter Menge.

Es gibt 40 mg Deuterium je Liter Meerwasser, und das erforderliche Tritium könnte direkt im Fusionsreaktor erbrütet werden, über die Reaktion  $n + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^3\text{H} + 4,56 \text{ MeV}$ , wobei die Neutronen Produkte vom Spaltprozess (IV.8a) sind.

- Der Reaktor lässt sich ohne Gefahr schnell abschalten, ohne wegfallende Nachwärme hinterzulassen.

- Keine radioaktive Endprodukte werden erzeugt.

Na, mal sehen: es wird doch mehr als ein paar Neutronen — die durch elektromagnetische Felder nicht eingeschlossen werden — überall fliegen, die mit den Materialen in deren Umgebung wechselwirken werden: hier sind Absorber nötig (vgl. Kernspaltung), und die technischen Lösungen sind noch zu entwickeln. Daher soll nach ITER noch ein DEMO-Experiment kommen.