

III.3.5 Andere Zerfallsarten

Neben den häufigen α -, β - und γ -Zerfällen existieren noch seltenere Zerfallsarten. Einige davon sind jedoch wichtig für die nukleare Astrophysik, insbesondere zur Erklärung der Entstehung der Elemente.

III.3.5 a Protonen- und Neutronenemission

Statt über β -Emission zu zerfallen können protonenreiche bzw. neutronenreiche Nuklide manchmal einfach ein Proton bzw. ein Neutron emittieren. Im ersteren Fall lässt sich der Prozess als



schreiben. Diese sog. *Protonenemission* — auch *Protonenzerfall*⁽⁶⁶⁾ genannt — entspricht in der Nuklidkarte einer Verschiebung um ein Kästchen nach unten.

⁽⁶⁶⁾ Die Bezeichnung Protonenzerfall ist aber nicht eindeutig, denn sie kann auch auf den bisher nie beobachteten Zerfall eines freien Protons beziehen.

Wiederum handelt es sich bei der *Neutronenemission* (oder *Neutronenzerfall*) um den Prozess



entsprechend einer Verschiebung in der Nuklidkarte um ein Kästchen nach links.

Energetisch sind diese Zerfälle möglich, wenn das Mutternuklid schwerer ist als die Summe der Massen der Zerfallsprodukte. Dementsprechend muss für die Protonenemission (III.39) die in Gl. (I.26b) definierte Separationsenergie für die Abspaltung eines Protons $S_p(Z, A)$ negativ sein. Wiederum ist der Prozess (III.40) möglich, wenn die Separationsenergie $S_n(Z, A)$ [Gl. (I.26a)] negativ ist.

Streng genommen sind die Ausgangsnuklide solcher Zerfälle nicht gebunden, da sich einer deren Bestandteile spontan abspalten lässt. Damit ein solches Nuklid vorhanden sei, kann man zwischen zwei Möglichkeiten unterscheiden:

- Eine erste Möglichkeit ist, dass es sich bei dem Mutternuklid um einen angeregten Zustand eines sonst gebundenen Atomkerns handelt.
Beispielsweise besitzt Kobalt-53 einen metastabilen Isomerzustand ${}^{53m}_{27}\text{Co}$, der mit einem Verzweungsverhältnis von 1,5% in ${}^{52}_{26}\text{Fe} + p$ übergeht, in den anderen Fällen durch β^+ -Emission in ${}^{53}_{26}\text{Fe}$ zerfällt.
- Die zweite Möglichkeit ist, dass das nicht-gebundene Mutternuklid in dessen Grundzustand als Endprodukt eines Prozesses entsteht — z.B. bei spontaner (§III.3.5e) oder induzierter (Abschn. ??) Spaltung, oder in astrophysikalischen r-Prozessen (Abschn. r-Prozess). In diesem Fall ist das Mutternuklid jenseits der betreffenden *drip line*: rechts bzw. oberhalb von der Neutron- bzw. Proton-drip line, wenn es sich um ein Neutron- bzw. Proton-Emitter handelt.

In beiden Fällen handelt es sich beim nicht gebundenen Ausgangszustand eher um eine *Resonanz*.

Bemerkungen:

* Ist ein potentieller Proton-Emitter nur leicht ungebunden, etwa mit einem kleinen positiven Q -Wert $Q_p \equiv -S_p \lesssim 1$ MeV — dies gilt für die instabilen Nuklide in der Nähe der Proton-drip line —, dann wird die energetisch günstige Protonenemission durch eine Potentialbarriere verzögert. Genau wie bei der α -Emission führt nämlich die Coulomb-Kraft zu dieser erhöhten Barriere zwischen dem instabilen gebundenen Zustand — in dem das Proton über die starke Kraft durch die anderen Nukleonen angezogen wird — und dem stabileren getrennten Zustand — in dem die Coulomb-Abstoßung zwischen dem Proton und dem Tochterkern herrscht. Dementsprechend ist die Protonenemission wieder ein Tunnelprozess.

* Dagegen verläuft Neutronenemission meistens sehr schnell, und zwar mit einer Halbwertszeit von einem Bruchteil der Sekunde, mit einigen Ausnahmen, die für die Steuerung von Kernreaktoren äußerst wichtig sind, vgl. Abschn. Kernreaktoren.

III.3.5b Zwei-Protonen- und Neutronen-Zerfall

Wegen der Paarungseffekte zwischen zwei identischen Nukleonen in einem Nuklid sind noch weitere Zerfallswege möglich. Somit können protonenreiche bzw. neutronenreiche Nuklide zwei Protonen bzw. Neutronen gleichzeitig emittieren, während die Abspaltung eines einzelnen Protons bzw. Neutrons nicht beobachtet wird oder sogar energetisch unmöglich ist. Als Beispiel der letzteren Möglichkeit zeigt Abb. III.17 die Energien vom Zwei-Protonen-Emitter ${}^{45}_{26}\text{Fe}$, seinem Zerfallsprodukt ${}^{43}_{24}\text{Cr}$ begleitet von zwei Protonen, und dem dazwischen liegenden Nuklid ${}^{44}_{25}\text{Mn}$ mit einem freien Proton: im Grundzustand kann ${}^{45}_{26}\text{Fe}$ ein einzelnes Proton nicht emittieren, die Emission von zwei Protonen ist aber energetisch günstig.

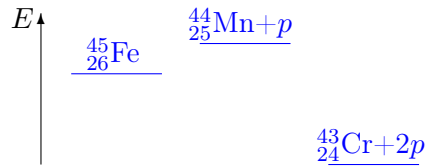


Abbildung III.17 – Energieniveaus von $^{45}_{26}\text{Fe}$ (im Grundzustand), $^{44}_{25}\text{Mn}$ mit einem Proton und $^{43}_{24}\text{Cr}$ mit 2 Protonen, wobei nur die Massenenergien berücksichtigt werden.

Entsprechend dieser theoretischen Möglichkeit findet man den 2002 erstmal beobachteten [65, 66] *doppelten Protonenzerfall* (oder *Zwei-Protonen-Emission*)

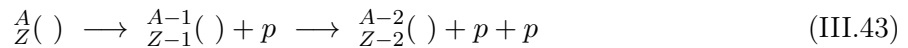


und den *doppelten Neutronenzerfall* (*Zwei-Neutronen-Emission*)



Im ersteren bzw. letzteren Fall ergibt sich in der Nuklidkarte eine Verschiebung um zwei Kästchen nach unten bzw. links.

Solche Prozesse sind echte Drei-Teilchen-Zerfälle, wie die β -Zerfälle. Dagegen sind aufeinander folgende Ein-Proton-Emissionen



(bzw. Ein-Neutron-Emissionen) Zwei-Körper-Zerfälle. Dementsprechend lässt sich aus der Kinematik der Endprodukte, insbesondere der Protonen (bzw. der Neutronen, deren Impulse aber viel schwieriger zu messen sind), zwischen den zwei Möglichkeiten (III.41) und (III.43) unterscheiden.

Alle bekannten Zwei-Protonen-Emitter, die schon in deren Grundzustand gegen doppelten Protonenzerfall instabil sind, besitzen eine gerade Anzahl von Protonen, wie z.B. [67] die relativ „langlebigen“ Nuklide $^{45}_{26}\text{Fe}$, $^{48}_{28}\text{Ni}$, $^{54}_{30}\text{Zn}$, mit Halbwertszeiten $T_{1/2} \gtrsim 1$ ms. Dies lässt sich nach den Diskussionen im Kap. II, insbesondere über die höhere Stabilität von Kernen mit gerader Protonenzahl im Vergleich zu denen mit ungerader Z , einfach nachvollziehen: emittiert ein solches Nuklid, d.h. ein gg- bzw. gu-Kern, ein einzelnes Proton, so wird es zu einem ug- bzw. uu-Nuklid mit einem ungepaarten Proton, entsprechend einer Minderung der Stabilität, was das Energieschema von Abb. III.17 passt; dagegen kann die Emission von zwei Protonen günstig sein. Im Gegensatz ist im Fall eines Ausgangsnuklids mit ungerader Protonenzahl Z der gg- bzw. gu-Kern mit einem Proton weniger meistens stabiler als der ug- bzw. gg-Kern mit $Z-2$ Protonen, d.h. Ein-Proton-Emission ist möglich, Zwei-Protonen-Emission unwahrscheinlich.

Ähnlich haben die einzigen (Ende 2025) bekannten Nuklide, die aus deren Grundzustand zwei Neutronen emittieren — und zwar ^5H , ^7H , ^{10}He , ^{13}Li , ^{16}Be (der 2012 als erste entdeckte $2n$ -Emitter [67]), ^{21}B , ^{26}O —, eine gerade Neutronenanzahl.

III.3.5 c Doppelter β -Zerfall

Die erhöhte Stabilität von Nukliden mit einer geraden Anzahl von Protonen und Neutronen führt zur Existenz einer weiteren Art von Zerfällen. Betrachte man noch einmal die rechte Spalte von Abb. II.3, die die Massen der Kerne mit unterschiedlicher Protonenzahl Z innerhalb einer Isobarenreihe mit gerader Nukleonenzahl A zeigt. Während der Atomkern mit Protonenzahl Z_{\min} absolut stabil ist gegen Zerfälle, bei denen A konstant bleibt, gilt dies nicht für das Nuklid mit

⁽⁶⁷⁾Dazu gibt es noch (Stand: Ende 2025) ^6Be , ^8C , ^{12}O , ^{15}Ne , ^{16}Ne , ^{18}Mg , ^{29}Ar , ^{30}Ar — meist mit $T_{1/2} < 10^{-20}$ s — und ^{19}Mg mit $T_{1/2} = 4$ ps.

$Z = Z_{\min} + 2$, auch wenn das Letztere stabil gegen β -Zerfälle ist. Im Prinzip kann Energie gewonnen werden, indem zwei Protonen des Nuklids mit $Z = Z_{\min} + 2$ in zwei Neutronen umwandelt werden — dabei müssen die Umwandlungen jedoch gleichzeitig sein.

Eigentlich wurde *doppelter β -Zerfall* für ein paar Atomkerne experimentell beobachtet, und zwar entweder der doppelte β^- -Zerfall



mit der Umwandlung von zwei Neutronen in zwei Protonen, oder der doppelte Elektroneneinfang



wobei sich zwei Protonen in zwei Neutronen umwandeln.

Der erstere Zerfall, dessen Möglichkeit ursprünglich durch M. Goeppert-Mayer vorgeschlagen wurde [68], findet beispielsweise bei ${}^{76}_{32}\text{Ge}$ (mit Halbwertszeit $T_{1/2} = 1,926 \cdot 10^{21}$ Jahre [69]) oder ${}^{136}_{54}\text{Xe}$ ($T_{1/2} = 2,165 \cdot 10^{21}$ Jahre [70]) statt. Der letztere Prozess, in welchem die zwei Elektronen aus der K-Schale der Atomhülle eingefangen sind, wurde bei ${}^{130}_{56}\text{Ba}$ [71] ($T_{1/2} \simeq 1,4 \cdot 10^{21}$ Jahre), ${}^{78}_{36}\text{Kr}$ [72] ($T_{1/2} \simeq 9,2 \cdot 10^{21}$ Jahre) und ${}^{124}_{36}\text{Xe}$ [73] ($T_{1/2} \simeq 1,1 \cdot 10^{22}$ Jahre) beobachtet. (68)

Prinzipiell könnten noch doppelter β^+ -Zerfall



oder die Kombination eines Elektroneneinfangs mit einem β^+ -Zerfall



stattfinden. Da der Q -Wert für β^+ -Zerfall immer kleiner als jener für Elektroneneinfang ist, wie in Abb. III.13 dargestellt wird, sind diese Prozesse jedoch weniger wahrscheinlich als der Prozess (III.45), und sie wurden noch nicht experimentell beobachtet.

Offensichtlich sind die Halbwertszeiten von doppelten β -Zerfällen sehr groß [74], d.h. sie sind seltene Prozesse. Die theoretische Erklärung ist, dass es sich dabei um Prozesse zweiter Ordnung (in der Wechselwirkung zwischen Proton, Neutron, Elektron/Positron und Antineutrino/Neutrino) in Störungsrechnung handelt, die also eine viel geringere Wahrscheinlichkeit haben, als Prozesse erster Ordnung wie die β -Zerfälle [68].

Experimentell bedeutet diese Tatsache, dass die Situation mit verbotenem β -Zerfall viel günstiger ist, um den Prozess zu beobachten: sonst kommen die meisten Elektronen/Positronen aus den β -Zerfällen, und solche aus doppelten Zerfällen können nicht identifiziert werden.

Neutrinoloser doppelter β -Zerfall

Theoretisch könnte das (Elektron-)Neutrino sein eigenes Antiteilchen sein, also $\nu_e = \bar{\nu}_e$. In diesem Falle darf das Neutrino keine erhaltene Quantenzahl tragen: insbesondere muss es die Leptonenzahl $\mathcal{L} = 0$ haben. Dementsprechend wäre die \mathcal{L} keine „gute“ Quantenzahl mehr, da sie in normalen β -Zerfällen nicht erhalten wäre.

Nach den heutigen Theorien wäre das kein grundsätzliches Problem, denn die Baryonen- und Leptonenzahl hängen nicht mit Symmetrien zusammen, wie es dagegen der Fall der elektrischen Ladung ist.

Falls es sein eigenes Antiteilchen ist, wäre das Neutrino das erste bekannte Beispiel einer neuen Art von Elementarteilchen, und zwar ein sog. *Majorana-Teilchen* — dagegen sind die „üblichen“, von deren Antiteilchen verschiedenen, Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, wie das Elektron, *Dirac-Teilchen*.

(68) Bei ${}^{130}_{56}\text{Ba}$ ist nicht bekannt, ob der Prozess vielleicht (teilweise) neutrinolos ist.

Dann werden neue Prozesse möglich, insbesondere neutrinolose doppelte β -Zerfälle, wie z.B.



Solche Zerfälle werden aktiv experimentell untersucht. Bis auf einer umstrittenen Behauptung sind die Ergebnisse bisher negativ, mit nur unteren Schranken über die Halbwertszeiten der neutrinolosen Kanäle: z.B. $T_{1/2}^{0\nu} > 2,1 \cdot 10^{25}$ Jahre für ${}^{76}\text{Ge}$ [75] oder $T_{1/2}^{0\nu} > 1,9 \cdot 10^{25}$ Jahre für ${}^{136}\text{Xe}$ [76].

III.3.5 d Emission von leichten Kernen

Eine andere, seltene Art von radioaktiver Zerfall ist die 1984 entdeckte [77] spontane Emission durch schwere Nuklide — und zwar mit $Z \geq 87$, entsprechend $A \geq 221$ — von einem leichten Kern, der jedoch schwerer als ein α -Teilchen ist. Dieser Prozess wird auch *Clusterzerfall* genannt.

Dabei werden meistens gg-Kerne emittiert: ${}^{14}\text{C}$, ${}^{20}\text{O}$, ${}^{24}\text{Ne}$, ${}^{26}\text{Ne}$, ${}^{28}\text{Mg}$, ${}^{30}\text{Mg}$, ${}^{32}\text{Si}$, ${}^{34}\text{Si}$. Das (schwere) Tochternuklid hat sehr oft eine magische Protonen- oder Neutronenzahl, $Z = 82$ oder $N = 126$.

Diese Tatsache erklärt die Ausnahmen zur angegebenen Regelmäßigkeit für den emittierten Kern. Somit emittiert z.B. ${}^{231}_{91}\text{Pa}$ einen ${}^{23}_{9}\text{F}$ -Kern, dabei ist das Tochternuklid der doppelt-magische ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ -Kern.

III.3.5 e Spontane Spaltung

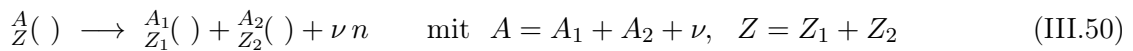
Im Gegensatz zum Clusterzerfall entstehen bei der *spontanen Spaltung* eines schweren Atomkerns zwei Fragmente mit Massen der gleichen Größenordnung:



wobei A_1 bzw. Z_1 nicht sehr unterschiedlich von $A/2$ bzw. $Z/2$ ist. Bisher wurde dieser Prozess nur für Kerne schwerer als ${}^{232}_{90}\text{Th}$ beobachtet, wie z.B. bei den natürlich auftretenden Atomkernen ${}^{234}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$ und ${}^{238}_{92}\text{U}$.

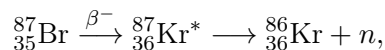
Jedes spaltbare Nuklid kann in mehrere Spaltungs Kanäle zerfallen, entsprechend unterschiedlichen Werten von A_1 und Z_1 . Typischerweise, und zwar für die spaltbaren Kerne von ${}_{90}\text{Th}$ bis ${}_{98}\text{Cf}$, haben die zwei Spaltprodukte ungleiche Massen — genauer sind die Verzweigungsverhältnisse der Kanäle mit Produkten gleicher Massen viel geringer als solche der Kanäle mit Produkte ungleicher Massen. Eine Ausnahme bildet ${}^{257}_{100}\text{Fm}$, bei dem symmetrische Spaltung günstig ist.

In jedem Falle sind die Spaltprodukte von β -stabilen Kernen sehr neutronenreich wegen der konkaven Form der β -Stabilitätslinie in der N - Z -Ebene. Daher emittieren diese Produkte sehr schnell, d.h. nach 10^{-16} – 10^{-14} s, ein paar sog. *prompte* Neutronen, und zwar von 1 bis 4 pro Spaltung. Dementsprechend wird ein gegebener Zerfallskanal oft als



geschrieben, wobei ν die Anzahl der prompten Neutronen bezeichnet.

Bemerkung: Da die Spaltprodukte neutronenreich sind, können sie auch über β^- -Emission zerfallen, was länger dauert. In seltenen Fällen führt ein solcher Prozess zu einem Tochternuklid, das spontan ein Neutron emittieren wird, z.B. (69)



wobei ${}^{87}_{35}\text{Br}$ die Halbwertszeit $T_{1/2} = 55,65$ s hat. In diesem Falle werden die Neutronen als *verzögert* bezeichnet.

Spaltungsparameter

Energetisch ist der Prozess (III.49) möglich, sobald der Wert

$$Q_{\text{s.f.}} \equiv [m(Z, A) - m(Z_1, A_1) - m(Z - Z_1, A - A_1)] c^2 \quad (\text{III.51})$$

(69) Die beim β^- -Zerfall emittierten Elektron und Antineutrino werden hier nicht geschrieben.

positiv ist, wobei das Kürzel s.f. für *spontaneous fission* steht. Betrachtet man der Einfachheit halber symmetrische Spaltung, d.h. $Z_1 = Z/2$, $A_1 = A/2$, so lautet das Kriterium

$$\left[m(Z, A) - 2m\left(\frac{Z}{2}, \frac{A}{2}\right) \right] c^2 > 0. \quad (\text{III.52})$$

Dabei kann man in erster Näherung die Massen mithilfe der Bethe–Weizsäcker-Massenformel (II.2) ausdrücken, unter Auslassung des Paarungsterms. Die Volumen- und Asymmetrie-Beiträge kürzen sich, und es bleibt die Bedingung

$$a_S A^{2/3} (1 - 2^{1/3}) + a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} (1 - 2^{-2/3}) > 0$$

übrig. Diese Bedingung lässt sich noch als eine untere Schranke über den Wert des sog. *Spaltungsparameters* (xliv) Z^2/A ausdrücken: im Rahmen der Bethe–Weizsäcker-Formel für sphärische Atomkerne ist die spontane Spaltung des Nuklids ${}_Z^A(\)$ möglich vorausgesetzt

$$\frac{Z^2}{A} > \frac{(2^{1/3} - 1)a_S}{(1 - 2^{-2/3})a_C}.$$

Mit den in § II.2.1 angegebenen Werten von a_S und a_C beträgt die Zahl auf der rechten Seite dieser Ungleichung ungefähr 18,14: für Kerne im β -Stabilitätstal, d.h. mit $Z = Z_{\min}(A)$ [Gl. (II.3)] ergibt sich $A > 95$ bzw. $Z > 42$. Das verwendete Bild von sphärischen Nukliden ist zwar vereinfacht (s. unten), jedoch die Diskrepanz zwischen diesen aus energetischen Überlegungen gewonnenen theoretischen Werten und den experimentell beobachteten Werten $A \geq 232$, $Z \geq 90$ weist darauf hin, dass die Bedingung $Q_{\text{s.f.}} > 0$ wahrscheinlich nicht hinreichend ist.

Anstatt von sphärischen Kernen kann man deformierte Nuklide annehmen: dabei ist die einfachste Möglichkeit, dass das spaltende Nuklid ein prolates Ellipsoid ist. Bezeichnet man die Länge dessen langen bzw. kurzen Halbachse als $R(1 + \epsilon)$ bzw. $R/\sqrt{1 + \epsilon}$, so dass sein Volumen $\frac{4}{3}\pi R^3$ unabhängig vom Deformationsparameter ϵ ist, so ist die Kernoberfläche $4\pi R^2[1 + \frac{2}{5}\epsilon^2 + \mathcal{O}(\epsilon^3)]$, und daher die Oberflächenenergie, größer als bei einem sphärischen Kern. Dagegen wird die Coulomb-Bindungsenergie $-a_C[1 - \frac{1}{5}\epsilon^2 + \mathcal{O}(\epsilon^3)]Z^2/A^{1/3}$ kleiner. Dann findet man für die Differenz zwischen den Bindungsenergien $B(\epsilon)$ des deformierten Kerns und $B(0)$ des sphärischen Nuklids mit gleichen Z und A

$$B(\epsilon) - B(0) = \left(-\frac{2}{5}a_S A^{2/3} + \frac{1}{5}a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right) \epsilon^2.$$

Falls diese Differenz negativ ist, ist der sphärische Zustand bevorzugt, d.h. der Kern ist stabil gegen Deformationen. Dagegen ist der Kern instabil gegen solche Verformungen, und kann daher spontan spalten, wenn die Differenz positiv ist, d.h. für Spaltungsparameter $Z^2/A > 2a_S/a_C \simeq 51,66$.

N. Bohr und J. A. Wheeler (bn) haben im Rahmen des Tröpfchenmodells eine raffiniertere Analyse der Stabilität des Kerns gegen Deformationen durchgeführt [78] und fanden dabei einen Grenzwert für $Z^2/A > 47,8$.

Diese Tatsache erinnert an das ähnliche Verhalten beim α -Zerfall (§ III.3.2). Eigentlich ist die Erklärung ist die gleiche, und zwar die Existenz einer Coulomb-Potentialbarriere zwischen dem Anfangs- und dem Endzustand. Betrachte man z.B. die symmetrische spontane Spaltung von ${}_{92}^{238}\text{U}$ in zwei (instabile) ${}_{46}^{119}\text{Pd}$ -Kerne. Wenn sich die Letzteren berühren, d.h. wenn der Abstand zwischen deren Zentren gleich zweimal dem Kernradius $R \simeq 6,3$ fm ist, beträgt die zugehörige Coulomb potentielle Energie $V_{\text{Coul.}} = (Ze)^2/(4\pi\epsilon_0 2R) \simeq 250$ MeV. Für den Prozess ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow 2 {}_{46}^{119}\text{Pd}$ ist der Q -Wert (III.51) nur $Q_{\text{s.f.}} = 214$ MeV, kleiner als $V_{\text{Coul.}}$. Somit gibt es eine durch die Potentialbarriere bedingte Spaltschwelle von etwa 35 MeV zwischen ${}_{92}^{238}\text{U}$ und dem Endzustand bestehend

(xliv) fissionability parameter

(bn) J. A. WHEELER, 1911–2008

aus zwei getrennten $^{119}_{46}\text{Pd}$ -Kernen. Deshalb kann die spontane Spaltung in diesem Falle nur durch das *Tunneln* durch die Potentialbarriere stattfinden — wie beim α -Zerfall.

Allgemeiner ist spontane Spaltung, wenn sie nicht „instantan“ ist, durch den Tunneleffekt verursacht, so dass die Halbwertszeiten je nach der Spaltschwelle sehr unterschiedlich sein können. Für die asymmetrische Spaltung $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{79}_{30}\text{Zn} + ^{159}_{62}\text{Sm}$ beträgt $V_{\text{Coul.}}$ 221 MeV, was zu einer niedrigeren Barriere von 7 MeV führt. Dementsprechend ist das Verzweigungsverhältnis für diesen Spaltkanal viel höher als für die symmetrische Spaltung.

Ein wichtiger Unterschied mit dem α -Zerfall ist jedoch, dass sich das mittlere Potential während des Prozesses stark verändert — der schwerste Tochterkern ist schon sehr unterschiedlich vom Mutterkern —, was sich auch in den großen Deformationen des spaltenden Nuklids widerspiegelt.

Bemerkungen:

* In der Herleitung des einfachen Z^2/A -Kriteriums wurden nur die Oberflächen- und Coulomb-Energien berücksichtigt. In mehr realistischen Modellen würde noch die Asymmetrie-Energie zwischen Protonen und Neutronen eine Rolle spielen, denn das einschließende Potential hängt von der Asymmetrie $N - Z$ ab. Dazu sollte die rein kollektive Beschreibung der Deformationen korrigiert werden, indem sog. *Schaleneffekte* ins Betracht gezogen werden. Unter Berücksichtigung solcher Korrekturen ergibt sich ein komplizierteres Kriterium für spontane Spaltung.

* Die oben berechneten $Q_{\text{s.f.}}$ -Werte werden letztendlich durch die Coulomb-Abstoßung zwischen Spaltprodukte in kinetische Energie umgewandelt: die emittierten Kerne können hohe Geschwindigkeiten erreichen.

