

**Modification d'une gerbe partonique
induite par un milieu**

Medium-induced modification of parton shower

Nicolas BORGHINI

CERN

Physique des jets à RHIC

De nombreux jets de particules sont créés dans les collisions entre noyaux, permettant de sonder le milieu dense qu'ils traversent :

👉 perte d'énergie (« jet quenching ») d'un parton rapide

- Rapide état des observations à RHIC
- Critique des modèles de perte d'énergie disponibles sur le marché
- Physique des jets en l'absence de milieu

« Modified Leading Logarithmic Approximation »

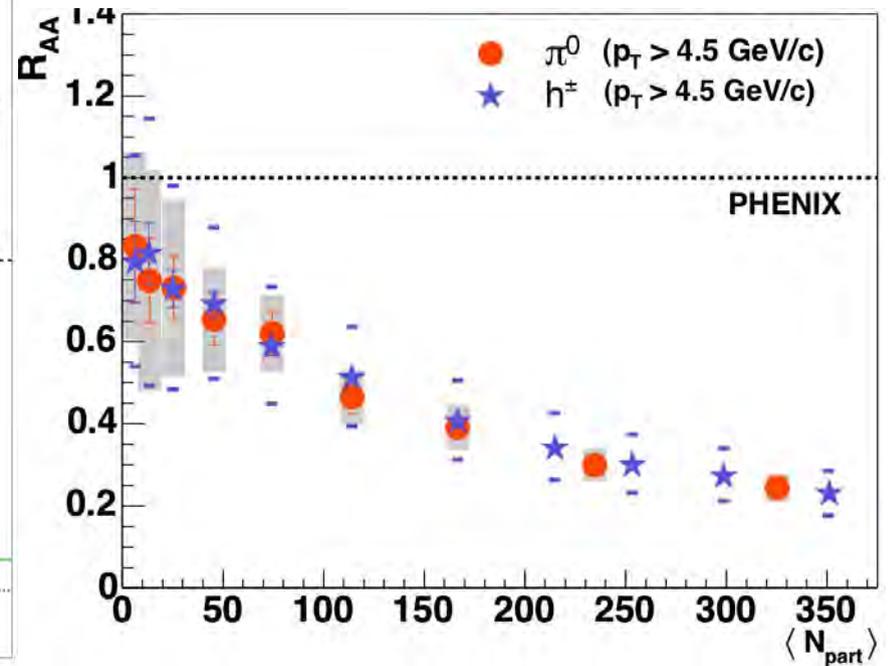
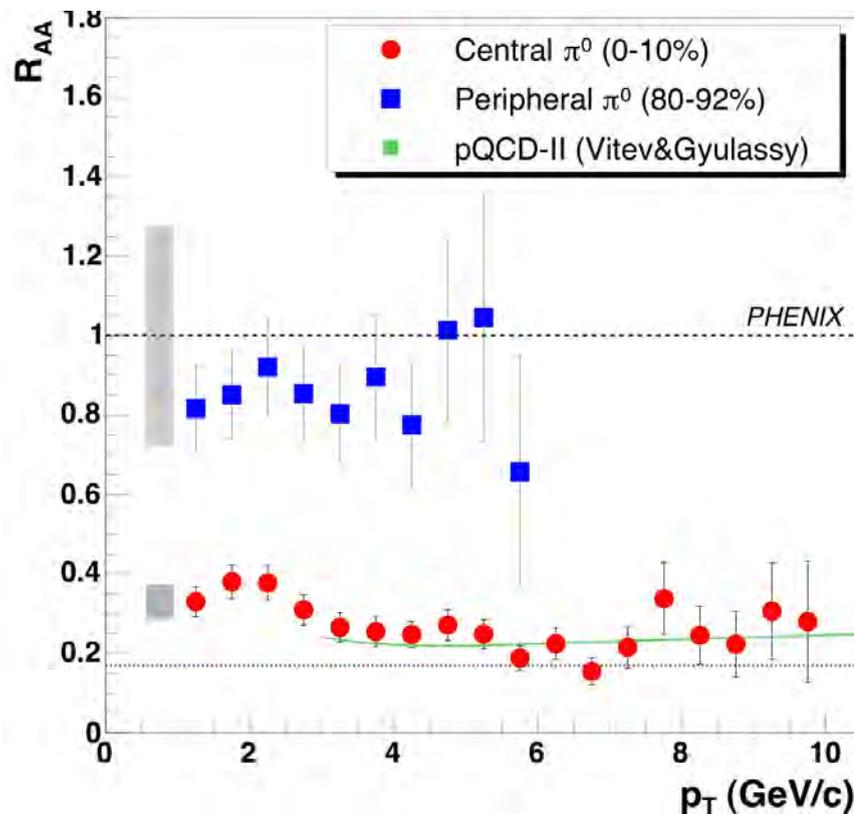
- Extension de MLLA au développement d'un jet dans un milieu
⇒ M^3LLA (medium-modified MLLA) ?

N.B. & U.A. Wiedemann, hep-ph/0506218

NEW

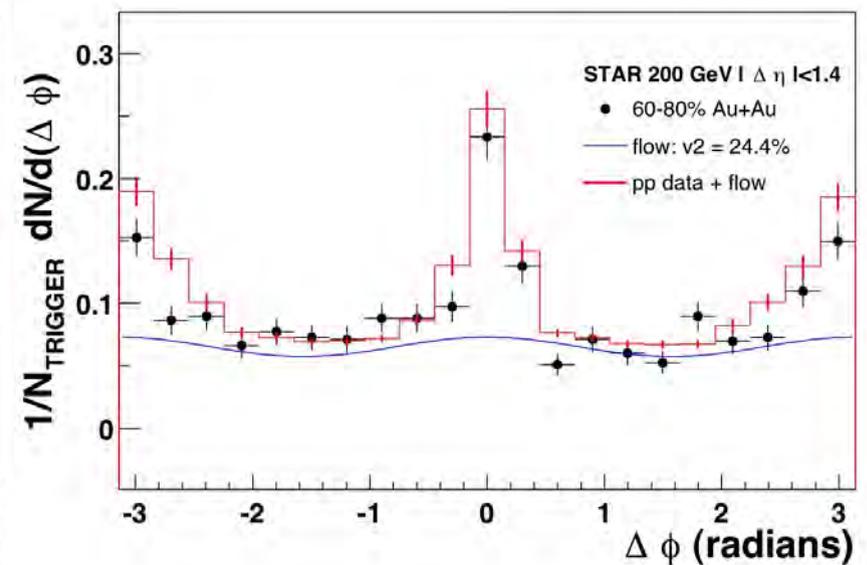
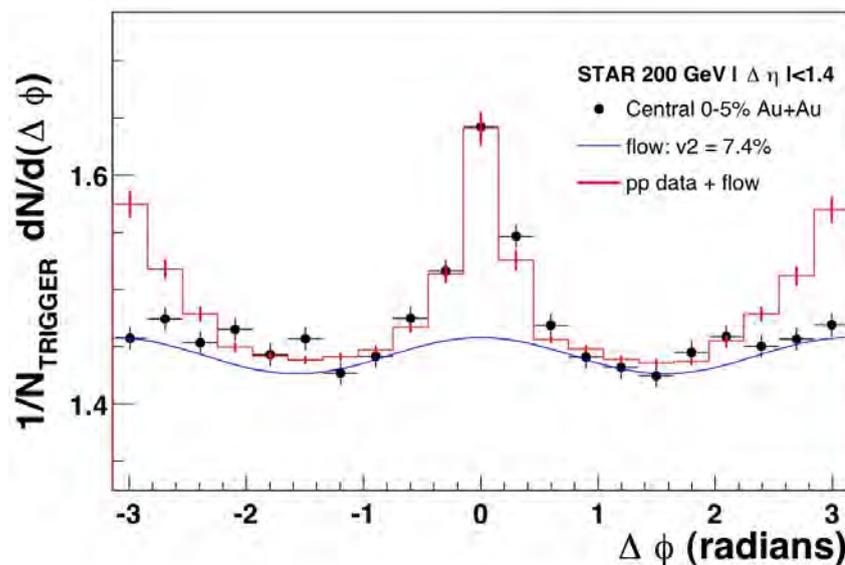
« Jets » en collisions Au–Au à RHIC [1/3]

Facteur de modification nucléaire $R_{AA} \equiv \frac{1}{N_{\text{coll}}} \frac{d^2 N_{AA}}{dP_T dy} \bigg/ \frac{d^2 N_{pp}}{dP_T dy}$



« Jets » en collisions Au–Au à RHIC [2/3]

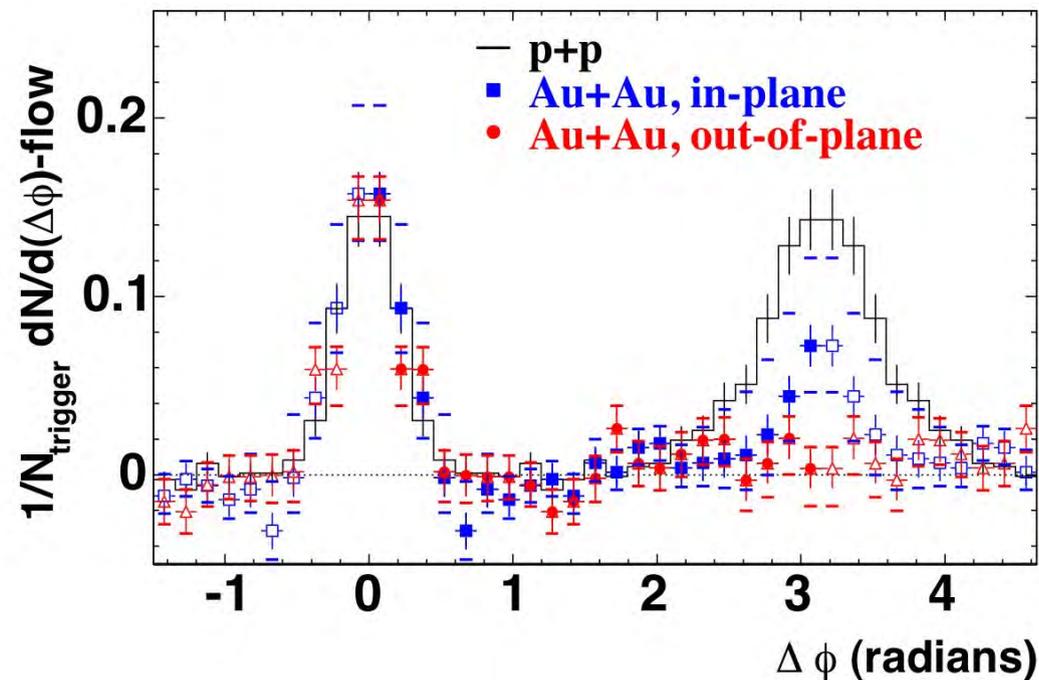
Etude des **corrélations azimutales** entre ① une particule de référence (leading particle) d'impulsion $P_{T_{\max}}$, origine des azimuts, et ② des **particules associées** : impulsion $P_{T_{\text{cut}}} < P_T < P_{T_{\max}}$, azimut ϕ



👉 absence du jet de recul ($\phi \sim 180^\circ$) en collisions Au-Au centrales

« Jets » en collisions Au–Au à RHIC [3/3]

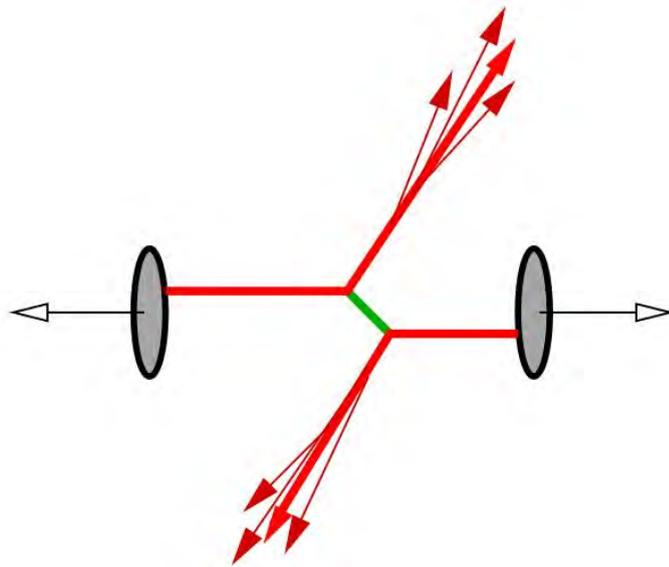
Corrélations azimutales entre particules de grand P_T en fonction de l'orientation de la particule de référence par rapport au paramètre d'impact de la collision (plan de réaction)



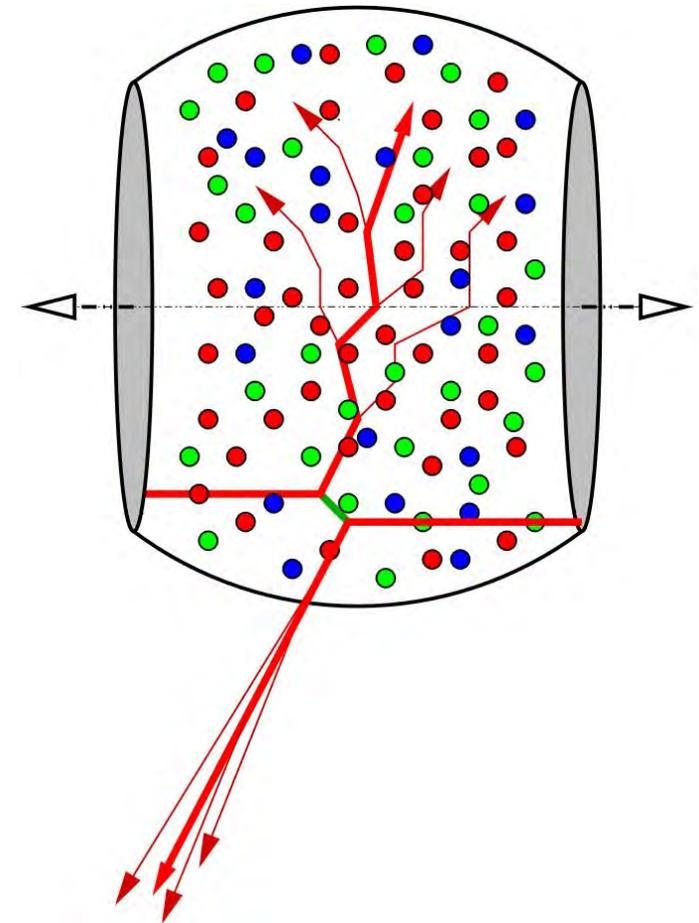
Jet de recul moins supprimé s'il est parallèle au paramètre d'impact (« dans le plan ») que lorsqu'il lui est orthogonal

Jets à RHIC : interprétation

collision pp :



collisions Au–Au :

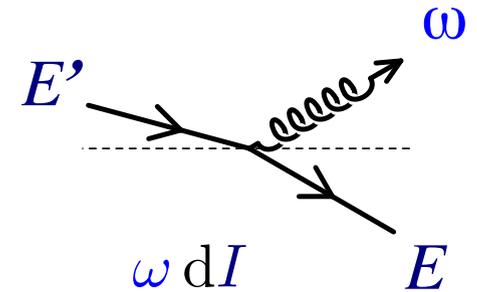


Seuls les jets créés près du bord parviennent à s'échapper du milieu

Jets à RHIC : description usuelle

« Jet quenching » habituellement modélisé par la perte d'énergie d'un **parton rapide**, qui émet successivement des **partons lents**

⇒ spectre de **perte d'énergie** par unité de **longueur** : $\frac{\omega dI}{d\omega dz}$



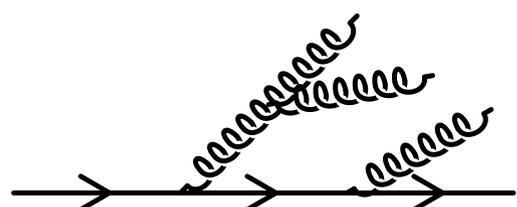
cf. Stéphane Peigné, Carlos Salgado...

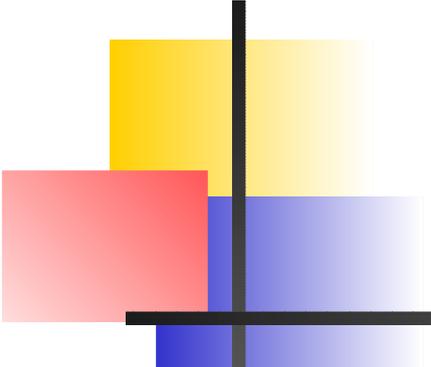
👉 reproduit bien le **facteur de modification nucléaire** $R_{AA}(P_T)$ mais

- le formalisme n'assure pas automatiquement la conservation de l'énergie (un **parton rapide** peut perdre plus d'énergie qu'il n'en a initialement) ⇒ conservation imposée *a posteriori*, globalement
- le formalisme traite différemment le **parton de référence** et les **partons rayonnés** ⇒ ne permet pas d'étudier les **corrélations azimutales** intra-jet

MLLA : un peu de théorie [1/7]

Ingrédients :

- Interprétation probabiliste :
succession de **branchements partoniques** ($g \rightarrow gg, g \rightarrow q\bar{q}, q \rightarrow qq$)
indépendants
- Ordonnancement angulaire :
à chaque étape, l'angle entre un parton
« fils » et son « père » diminue
(manifestation de la cohérence de couleur intrajet)

- Prise en compte de l'évolution de α_s le long de l'évolution de la gerbe partonique
- Resommation des termes d'ordre $\alpha_s^n \ln^{2n} E_{\text{jet}}$ et $\alpha_s^n \ln^{2n-1} E_{\text{jet}}$



MLLA : une pointe de théorie [2/7]

Un objet central : fonctionnelle génératrice $Z_i[Q, \Theta; u(k)]$

Rappel : fonction génératrice = fonction dont les dérivées successives en 0 engendrent une suite donnée.

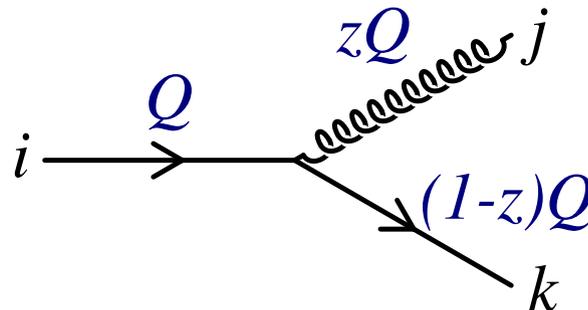
Exemple : e^x engendre la suite $(1, 1, 1, \dots)$

MLLA : une pointe de théorie [2/7]

Un objet central : fonctionnelle génératrice $Z_i[Q, \Theta; u(k)]$

☞ engendre les diverses **sections efficaces** ($\rightarrow ggg, \rightarrow gq\bar{q}...$) pour un **jet** issu d'un **parton** i ($= g, q, \bar{q}$) d'énergie Q dans un cône d'angle Θ

$$\begin{aligned}
 Z_i[Q, \Theta; u(k)] &= e^{-w_i(Q, \Theta)} u(Q) \\
 &+ \sum_j \int^{\Theta} \frac{d\Theta'}{\Theta'} \int_0^1 dz e^{w_i(Q, \Theta') - w_i(Q, \Theta)} \frac{\alpha_s(k_{\perp})}{2\pi} \\
 &\quad \times P_{ji}(z) Z_j[zQ, \Theta'; u] Z_k[(1-z)Q, \Theta'; u]
 \end{aligned}$$



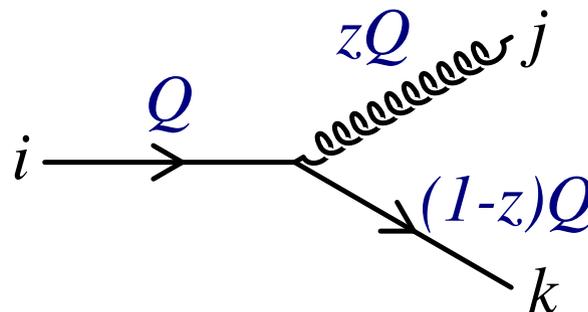
MLLA : une pointe de théorie [2/7]

Un objet central : fonctionnelle génératrice $Z_i[Q, \Theta; u(k)]$

☞ engendre les diverses **sections efficaces** ($\rightarrow ggg, \rightarrow gq\bar{q} \dots$) pour un **jet** issu d'un **parton** i ($= g, q, \bar{q}$) d'énergie Q dans un cône d'angle Θ

$$Z_i[Q, \Theta; u(k)] = e^{-w_i(Q, \Theta)} u(Q) + \sum_j \int \frac{d\Theta'}{\Theta'} \int_0^1 dz e^{w_i(Q, \Theta') - w_i(Q, \Theta)} \frac{\alpha_s(k_\perp)}{2\pi} \times P_{ji}(z) Z_j[zQ, \Theta'; u] Z_k[(1-z)Q, \Theta'; u]$$

probabilité pour qu'il ne se produise aucun **branchement** avec un angle $< \Theta$ entre Θ et Θ'
 ordonnancement angulaire
 fonction de splitting AP $i \rightarrow jk$
 $k_\perp \approx z(1-z)Q$



MLLA : un doigt de théorie [3/7]

Remarques :

- On ne considère que des partons d'énergie $Q \geq \Lambda_{\text{eff}} \simeq \Lambda_{\text{QCD}}$
 Λ_{eff} coupure infrarouge : paramètre du modèle

$$\Rightarrow \text{en fait, } Z_i[Q, \Theta; \Lambda_{\text{eff}}; u(k)]$$

- Pour $Q = \Lambda_{\text{eff}}$, plus de **branchement partonique** :

$$Z_i[Q, \Theta; \Lambda_{\text{eff}}; u(k)]|_{Q=\Lambda_{\text{eff}}} = u(k=Q)$$

- La physique ne doit pas dépendre du choix de Λ_{eff} :

$$\frac{\partial}{\partial Q} Z_i[Q, \Theta; \Lambda_{\text{eff}}; u(k)] \Big|_{Q=\Lambda_{\text{eff}}} = 0$$

- En fait, Z_i ne dépend que de la combinaison $Q \sin \Theta$

Dans la suite, j'utiliserai $\tau \equiv \ln \frac{Q \sin \Theta}{\Lambda_{\text{eff}}}$

MLLA : un poil de théorie [4/7]

La distribution de partons dans un jet d'« énergie » τ est donnée par

$$\bar{D}_i(x, \tau) \equiv Q \frac{\delta}{\delta u(xQ)} Z_i[\tau; u(k)] \Big|_{u=1}$$

dont l'évolution avec τ est régie par l'équation

$$\frac{d}{d\tau} [x \bar{D}_i(x, \tau)] = \sum_j \int_0^1 dz \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{ji}(z) \frac{x}{z} \bar{D}_i\left(\frac{x}{z}, \tau'\right),$$

où $\tau' \equiv \tau + \ln z$

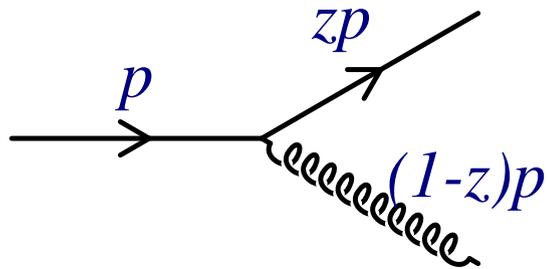
Pour résoudre l'équation, on considère les moments de Mellin

$$D_i(\nu, \tau) \equiv \int_0^1 dx x^{\nu-1} [x \bar{D}_i(x, \tau)]$$

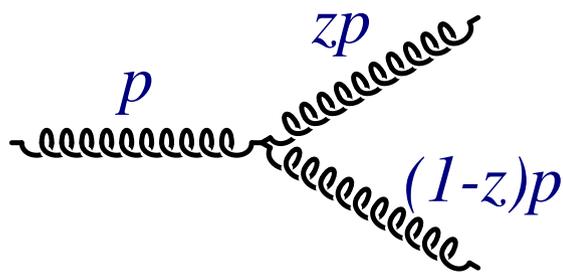
\Rightarrow système d'équations différentielles pour $D_g(\nu, \tau)$ et $D_q(\nu, \tau)$

Digression : fonctions de splitting

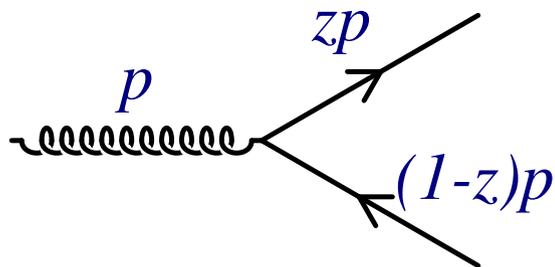
La probabilité de trouver un parton j d'impulsion zp dans un parton i d'impulsion p est $\delta_{ij}\delta(1-z) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{ji}(z)$



$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{2}{(1-z)_+} - (1+z) \right]$$



$$P_{gg}(z) = 2N_c \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right]$$



$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2]$$

MLLA : une pincée de théorie [5/7]

Système d'équations pour $D_g(\nu, \tau)$ et $D_q(\nu, \tau)$... qu'on résout !

☞ $D^+(\nu, \tau, \Lambda_{\text{eff}})$ (combinaison linéaire de D_g et D_q) combinaison linéaire de fonctions hypergéométriques confluentes Φ et Ψ

On revient dans l'espace des x par transformée de Mellin inverse

$$\bar{D}(x, \tau, \Lambda_{\text{eff}}) = \int_{\epsilon - i\infty}^{\epsilon + i\infty} \frac{d\nu}{2\pi i} x^{-\nu} D^+(\nu, \tau, \Lambda_{\text{eff}})$$

⋮

On fait l'hypothèse $\Lambda_{\text{eff}} \ll Q$ (facultative : permet d'obtenir un résultat analytique)

☞ « spectre limite » (limiting spectrum) $\bar{D}^{\text{lim}}(x, \tau, \Lambda_{\text{eff}})$

MLLA : un brin de théorie [6/7]

Spectre limite :

$$\bar{D}^{\text{lim}}(x, \tau, \Lambda_{\text{eff}}) = \frac{4N_c \tau}{bB(B+1)} \int_{\epsilon-i\infty}^{\epsilon+i\infty} \frac{d\nu}{2\pi i} x^{-\nu} \Phi(-A+B+1, B+2; -\nu\tau)$$

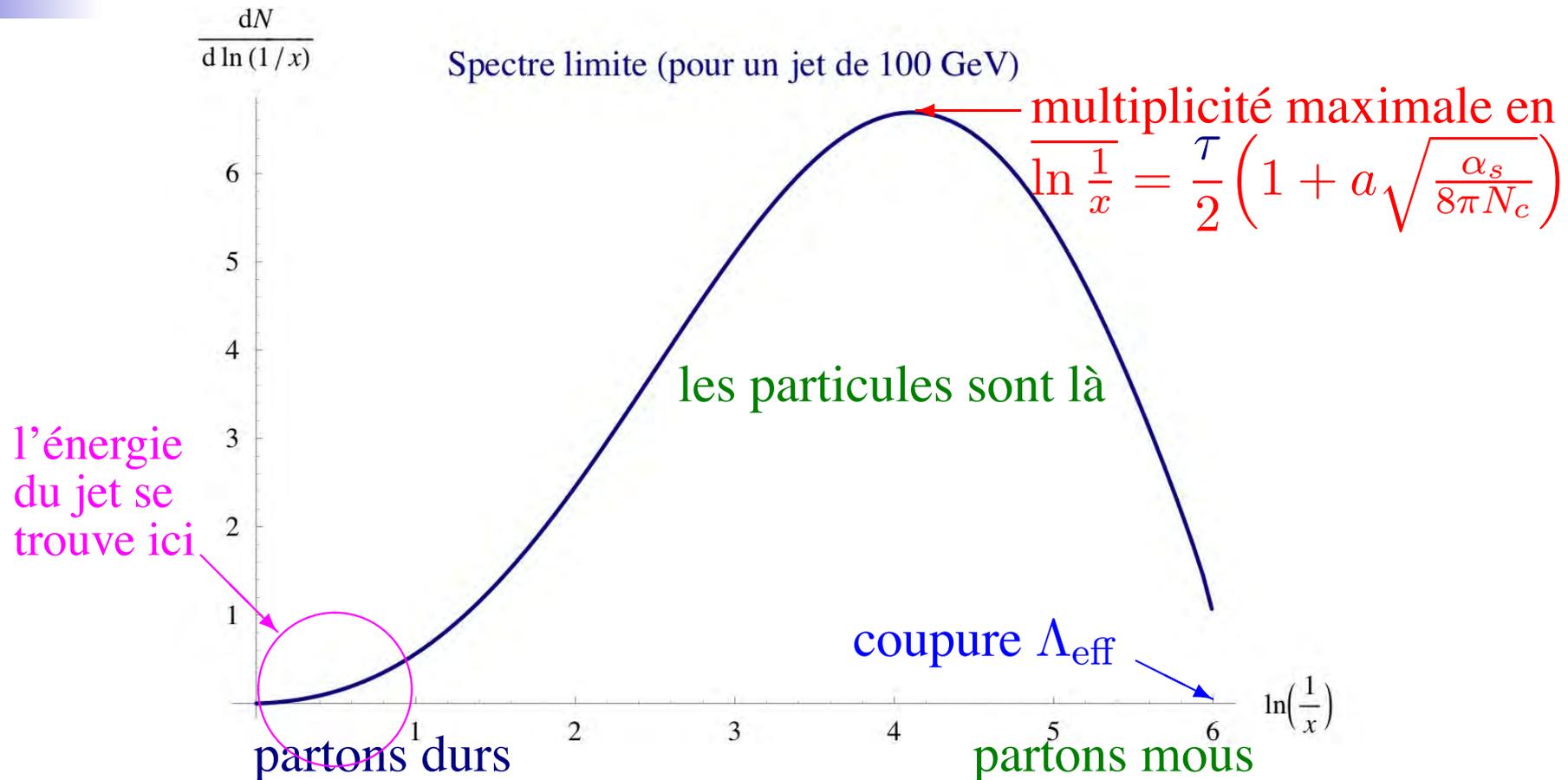
avec

$$A \equiv \frac{4N_c}{b\nu}, \quad B \equiv \frac{a}{b}, \quad a \equiv \frac{11}{3}N_c + \frac{2N_f}{3N_c^2}, \quad b \equiv \frac{11}{3}N_c - \frac{2}{3}N_f$$

$$\text{et } \tau \equiv \ln \frac{Q \sin \Theta}{\Lambda_{\text{eff}}}$$

Expression imposante... mais d'où l'on peut tirer quelque chose !

MLLA : un brin de théorie [6 bis/7]



👉 « Plateau à bosse » (hump-backed plateau)

Rem. : bosse déterminée par les parties singulières $\left(\frac{1}{z}, \frac{1}{1-z}\right)$ des $P_{ji}(z)$

MLLA : un soupçon de théorie [7/7]

Modified Leading Logarithmic Approximation

- Succession de **branchements partoniques** indépendants, avec une contrainte sur les angles d'émission

⇒ spectre limite $\bar{D}^{\text{lim}}(x, \tau, \Lambda_{\text{eff}})$

- Spectre exact asymptotiquement ($\tau \rightarrow \infty$) et incluant de façon systématique les corrections à l'ordre sous-dominant

$$\mathcal{O}(\sqrt{\alpha_s(\tau)}) !$$

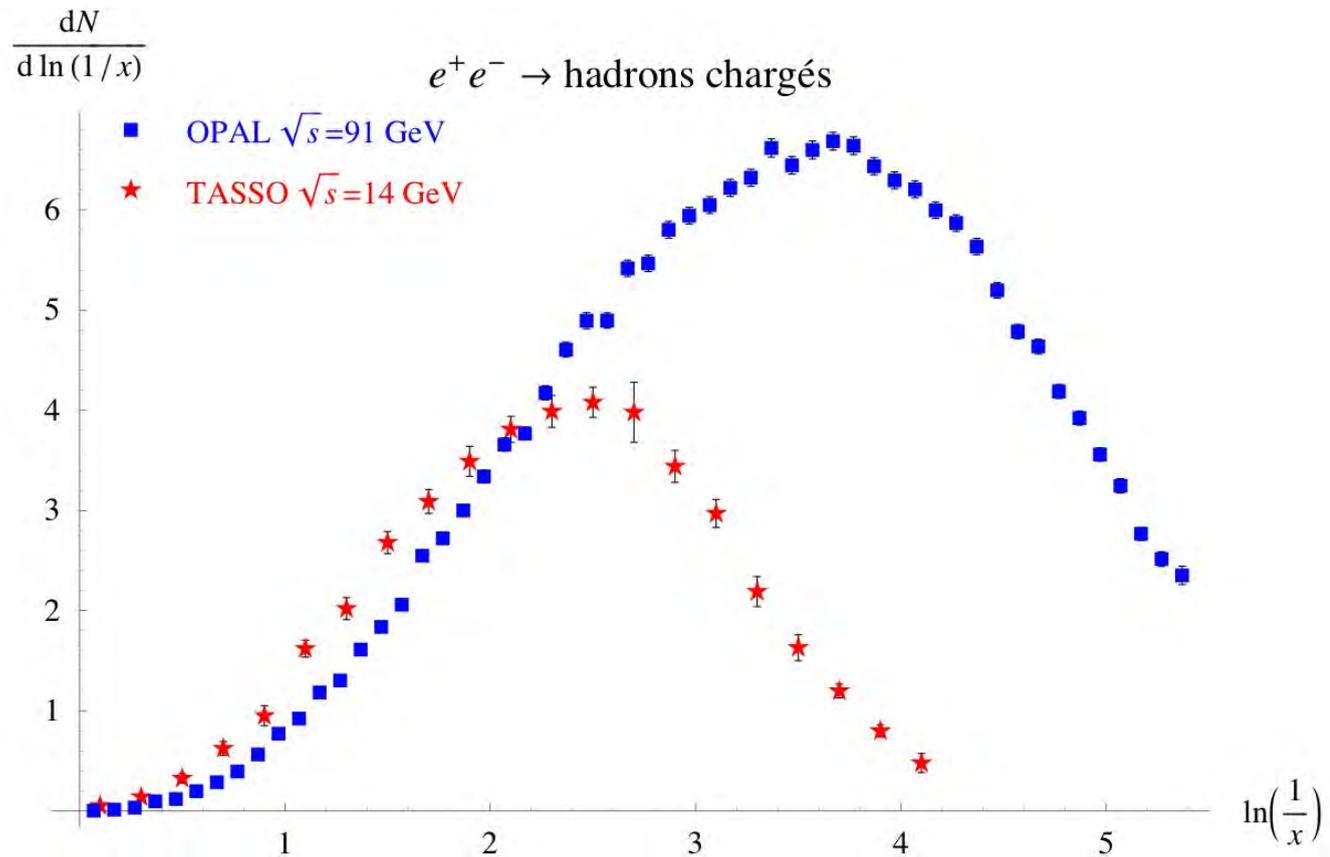
- Et l'hadronisation ? (\bar{D}^{lim} spectre partonique)

☞ « Dualité parton–hadron locale » (Local Parton–Hadron Duality)

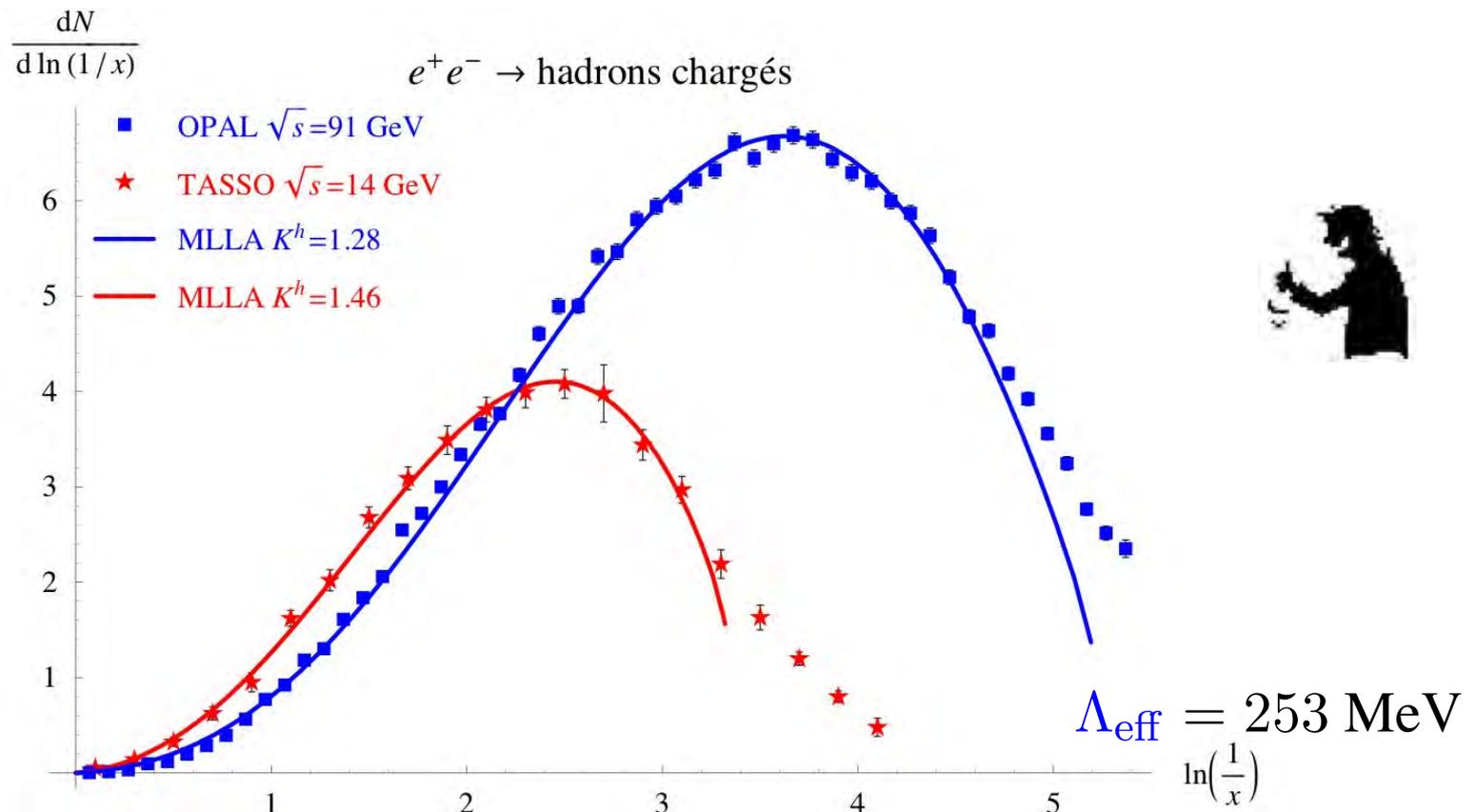
$$\bar{D}^h(x, \tau, \Lambda_{\text{eff}}) = K^h \bar{D}^{\text{lim}}(x, \tau, \Lambda_{\text{eff}})$$

⇒ 2 paramètres : Λ_{eff} et K^h

Comparaison avec les données



Comparaison avec les données



Bonne description des données aussi en collisions $p\bar{p}$ (CDF...)

MLLA est fiable ! (même pour x grand)



MLLA : bibliographie (incomplète !)

- Développement(s) du formalisme
 - Yu.L. Dokshitzer, V.A. Khoze, S.I. Troyan, in *Perturbative Quantum Chromodynamics* (World Scientific, 1989) pp. 241–408
 - *ibid.*, J. Phys. G **17** (1991) 1481–1492
 - *ibid.*, Int. J. Mod. Phys. A **7** (1992) 1875–1905
 - C.P. Fong, B.R. Webber, Nucl. Phys. B **355** (1991) 54–81
- Comparaison avec des données
 - TASSO Collaboration, Z. Phys. C **47** (1990) 187–198
 - OPAL Collaboration, Phys. Lett. B **247** (1990) 617–628
 - OPAL Collaboration, Eur. Phys. J. C **27** (2003) 467–481
 - CDF Collaboration, Phys. Rev. D **68** (2003) 012003

Influence du milieu : une possibilité

- En présence d'un milieu, l'émission de gluons mous rayonnés par un parton augmente
- La « bosse » du spectre partonique limite est principalement due à la partie singulière des fonctions de splitting

☞ Pour modéliser l'effet du milieu dans lequel se propagent les jets, une suggestion est de modifier les fonctions de splitting $P_{ji}(z)$...

(un exemple de calcul dans Guo & Wang, PRL **85** (2000) 3591)

... et en particulier, leurs parties singulières :

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{2(1 + f_{\text{med}})}{(1 - z)_+} - (1 + z) \right]$$

$f_{\text{med}} > 0 \Rightarrow$ augmentation du Bremsstrahlung

Modélisation du milieu

f_{med} = effets du milieu sur le développement de la gerbe partonique

⇒ doit rendre compte de

- **géométrie** (la longueur de milieu à traverser dépend de l'origine et de l'orientation du jet)
- **dilution** au cours du temps du milieu en expansion

Effets pris en compte dans la description standard (cf. Carlos Salgado)

- dépendance avec la **virtualité** des partons

☞ parton d'énergie E , virtualité Q^2 parcourt $\frac{1}{Q} \frac{E}{Q}$ avant **branchement**

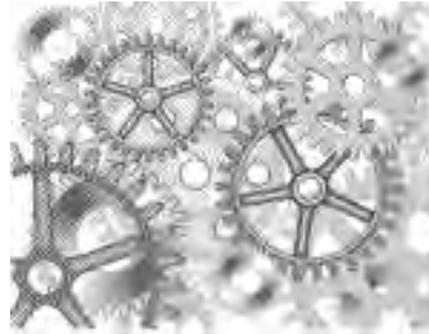
⇒ f_{med} décroît avec Q^2

Dans la suite, f_{med} sera constant !

(calculs analytiques possibles, résultats instructifs)

Gerbe partonique en présence d'un milieu

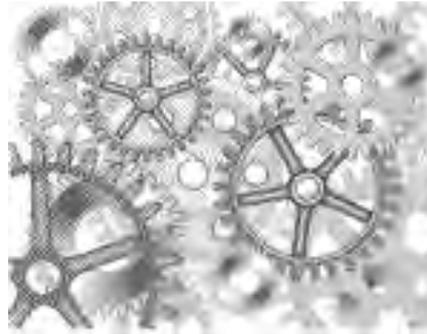
On écrit l'équation d'évolution de la distribution de partons dans un jet avec des fonctions de splitting modifiées



$$\bar{D}^{\text{lim}}(x, \tau) = \frac{4N_c\tau}{bB(B+1)} \int_{\epsilon-i\infty}^{\epsilon+i\infty} \frac{d\nu}{2\pi i} x^{-\nu} \Phi(-A+B+1, B+2; -\nu\tau)$$

Gerbe partonique en présence d'un milieu

On écrit l'équation d'évolution de la distribution de partons dans un jet avec des fonctions de splitting modifiées

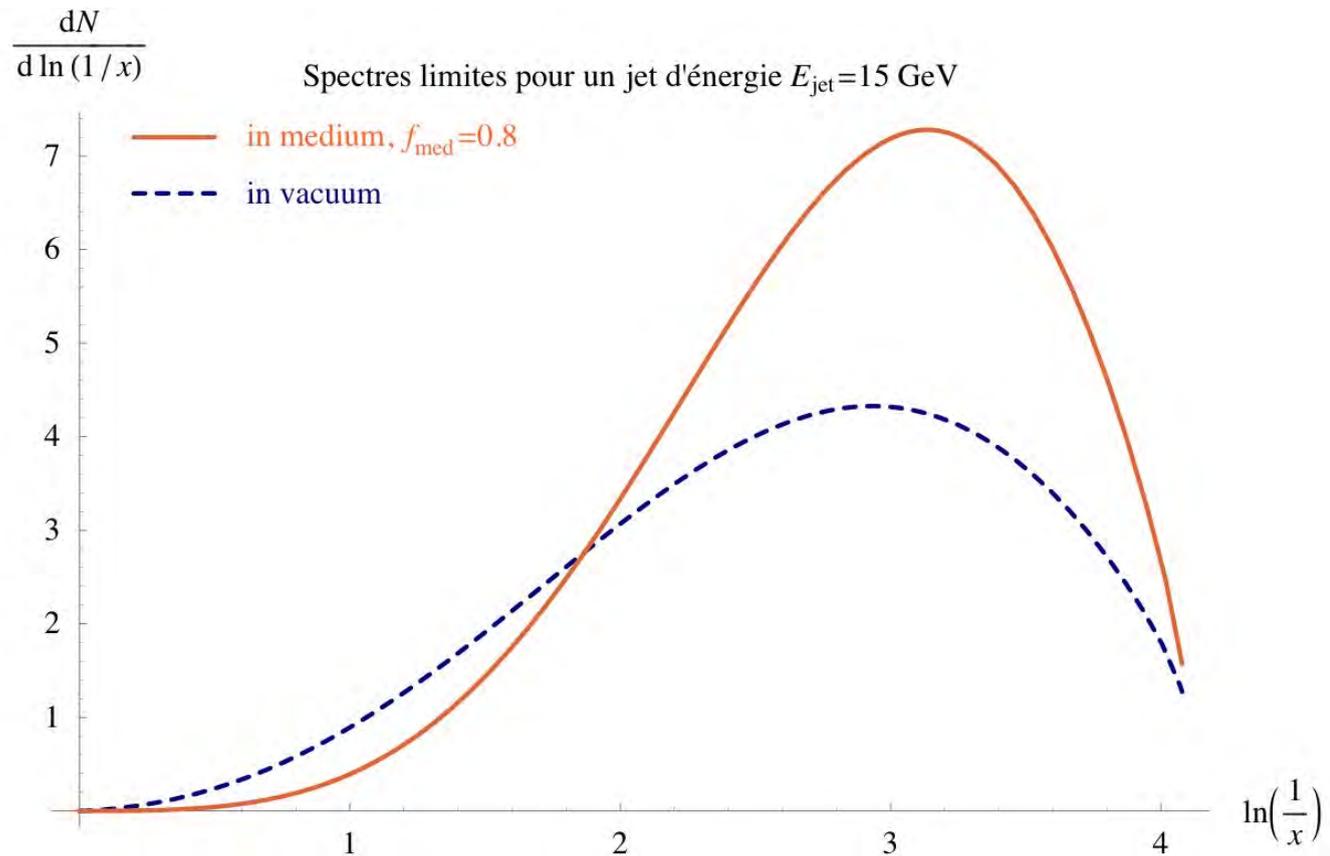


$$\bar{D}^{\text{lim}}(x, \tau) = \frac{4N_c \tau (1 + f_{\text{med}})}{b \hat{B} (\hat{B} + 1)} \int_{\epsilon - i\infty}^{\epsilon + i\infty} \frac{d\nu}{2\pi i} x^{-\nu} \Phi(-\hat{A} + \hat{B} + 1, \hat{B} + 2; -\nu \tau)$$

$$\hat{A} \equiv \frac{4N_c (1 + f_{\text{med}})}{b\nu}, \quad \hat{B} \equiv \frac{\hat{a}}{b}, \quad \hat{a} \equiv \frac{11 + 12f_{\text{med}}}{3} N_c + \frac{2N_f}{3N_c^2}$$

L'« hadronisation » (LPHD) a lieu dans le vide : K^h inchangée

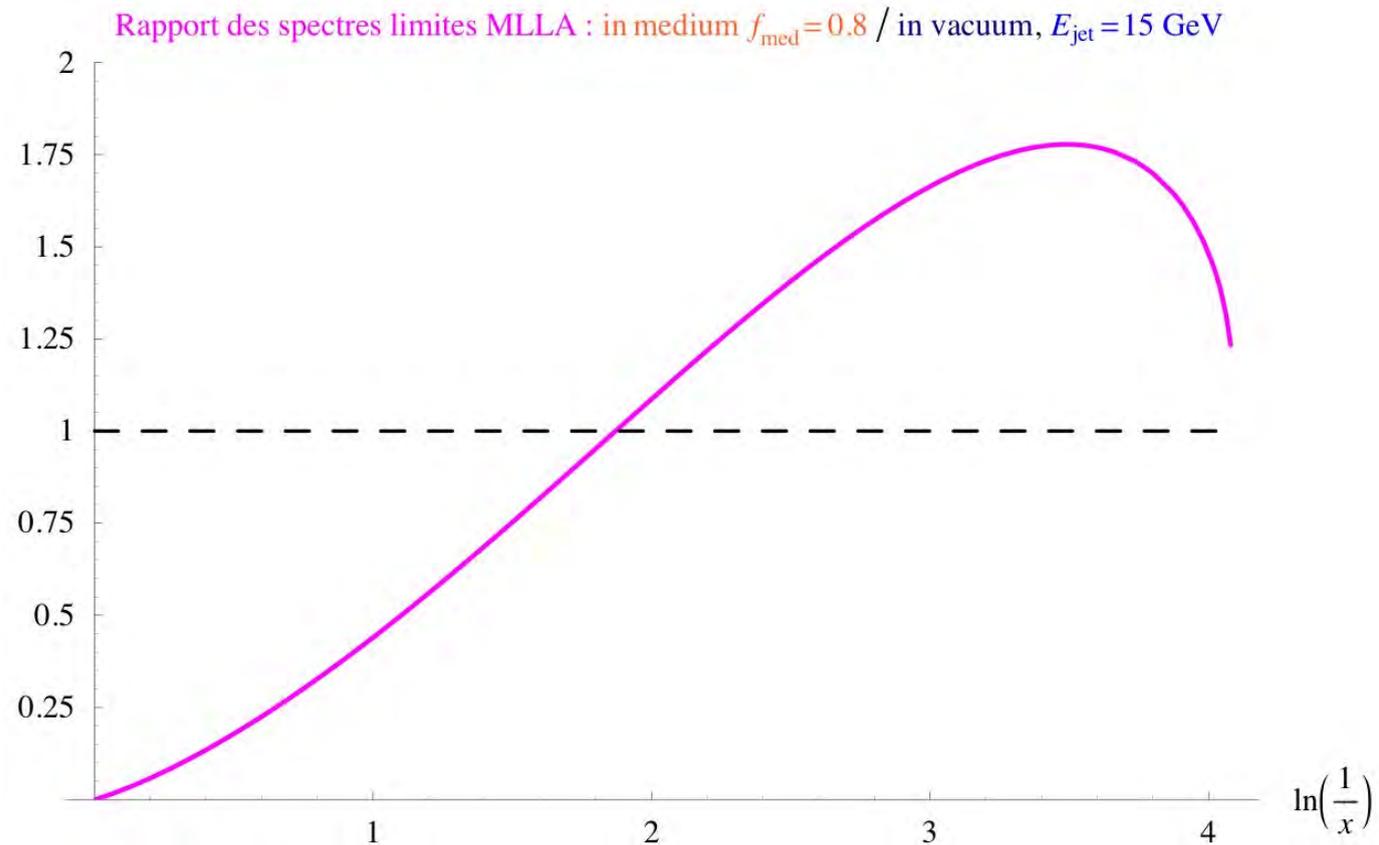
Influence du milieu sur le spectre partonique



👉 redistribution des partons rayonnés dans l'espace des phases :

haut p_T (grand x) \rightarrow bas p_T (petit x)

Influence du milieu sur le spectre partonique



👉 redistribution des partons rayonnés dans l'espace des phases :

haut p_T (grand x) \rightarrow bas p_T (petit x)

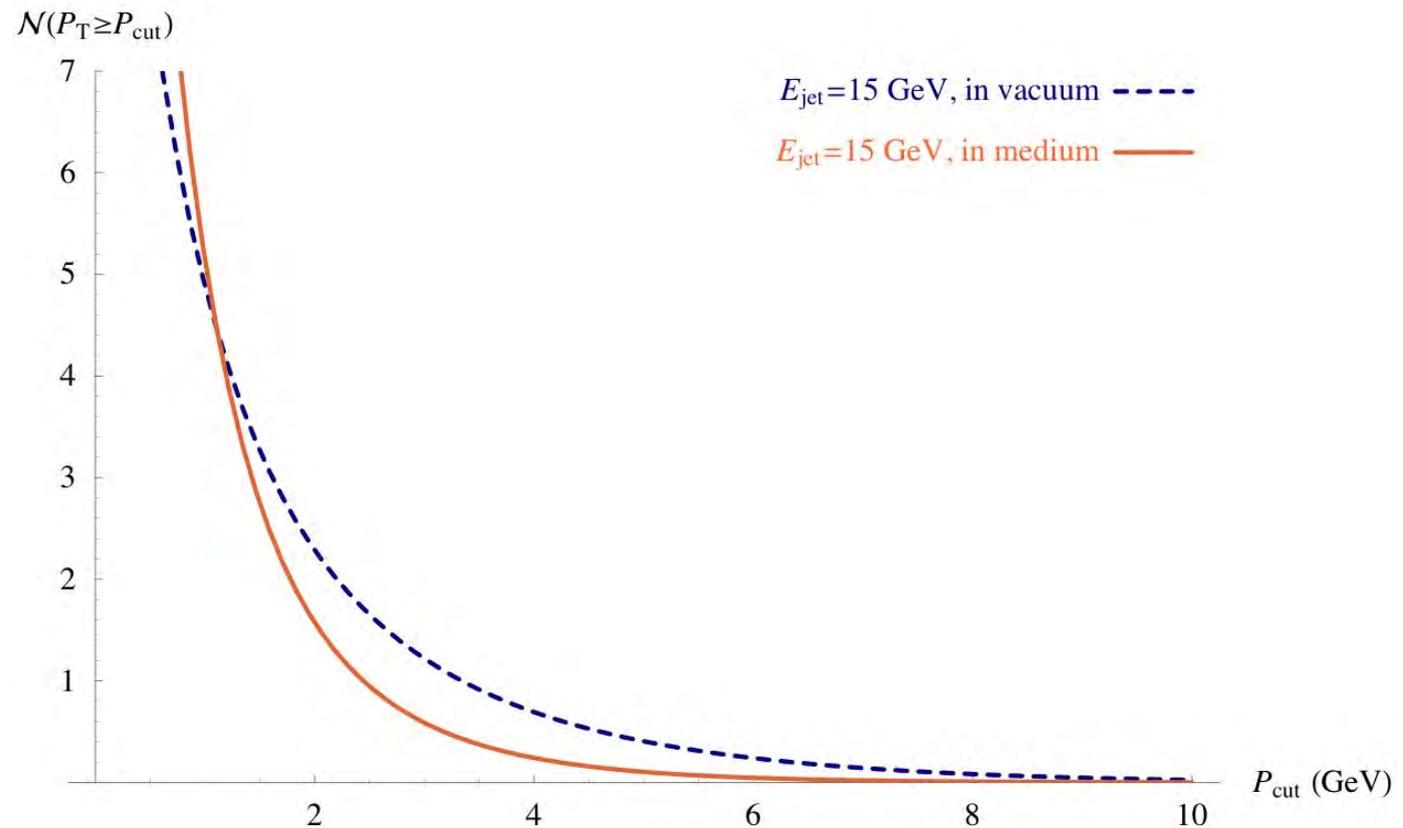
Modification de la multiplicité associée

Cas idéal : photon + jet (cf. François Arleo)

☞ le photon permet de connaître l'énergie E_T du jet !

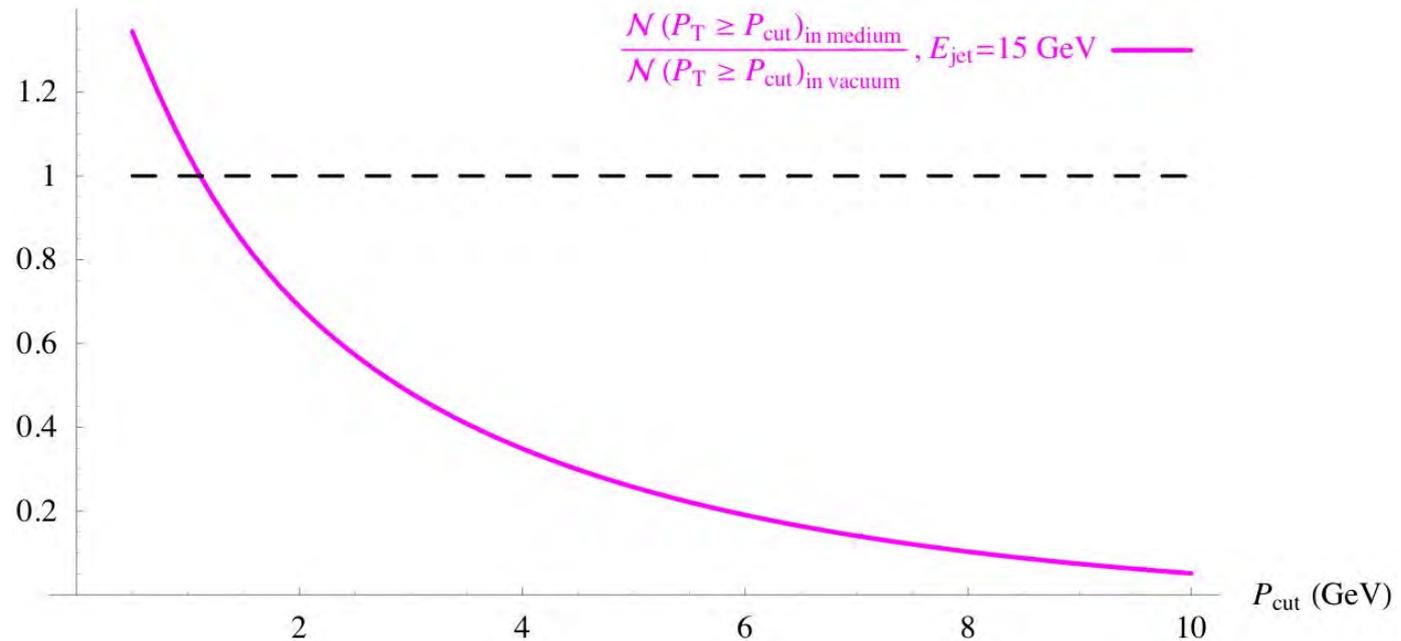
- On compte combien de particules du jet ayant traversé le milieu ont une impulsion supérieure à une valeur P_{cut} donnée :
 $\mathcal{N}(P_T \geq P_{\text{cut}})_{\text{medium}}$
- Pour un jet d'énergie E_T dans le vide, le spectre est connu (collisions pp / MLLA *in vacuum*) \Rightarrow on sait mesurer / calculer $\mathcal{N}(P_T \geq P_{\text{cut}})_{\text{vacuum}}$
- Comparer $\mathcal{N}(P_T \geq P_{\text{cut}})_{\text{medium}}$ avec $\mathcal{N}(P_T \geq P_{\text{cut}})_{\text{vacuum}}$ permet de contraindre le modèle

Modification de la multiplicité associée



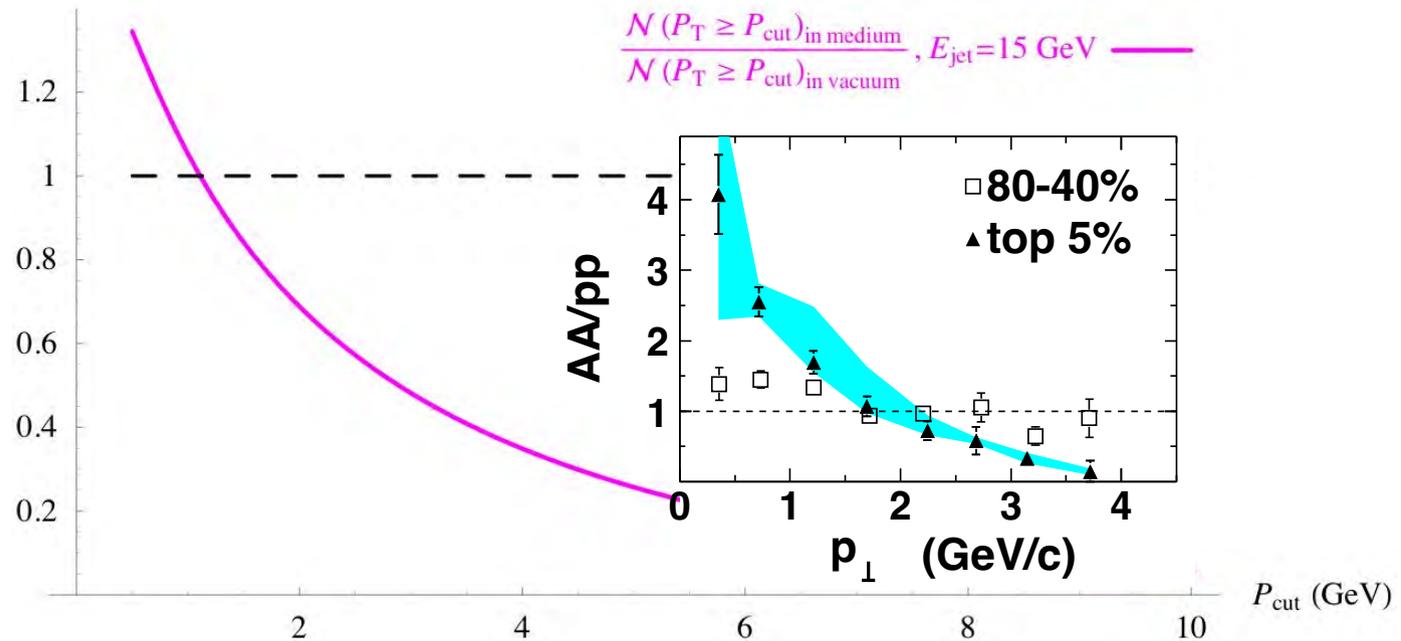
Déficit en particules de haut moment transverse en présence du milieu

Modification de la multiplicité associée



En présence d'un **milieu**, moins de particules pour $P_T \gtrsim 1.5 \text{ GeV}$
(excès pour $P_T \lesssim 1.5 \text{ GeV}$!)

Modification de la multiplicité associée



En présence d'un milieu, moins de particules pour $P_T \gtrsim 1.5\ GeV$
 (excès pour $P_T \lesssim 1.5\ GeV$!)

cf.  nucl-ex/0501016

Spectres hadroniques

Et si l'on ne connaît pas l'énergie du jet...

Le **spectre hadronique** mesuré est la convolution

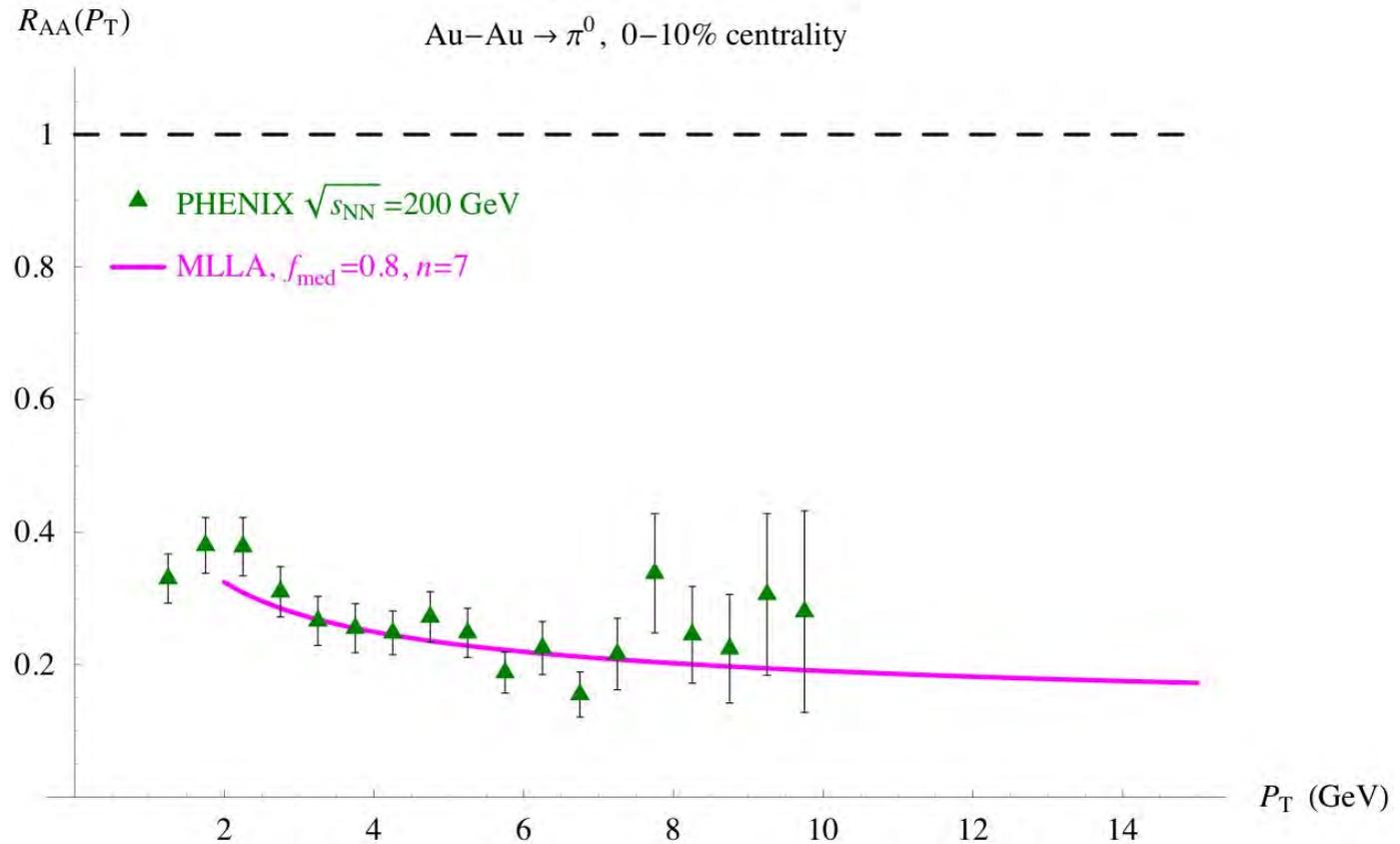
- d'un **spectre partonique** $\propto 1/p_T^n$ (avec n dépendant de p_T si l'on veut rendre compte des biais expérimentaux)
- et de la « fonction de fragmentation » $\bar{D}^h(x, \tau)$

Un hadron d'**impulsion** P_T provient d'un parton d'**impulsion** $p_T = \frac{P_T}{x}$

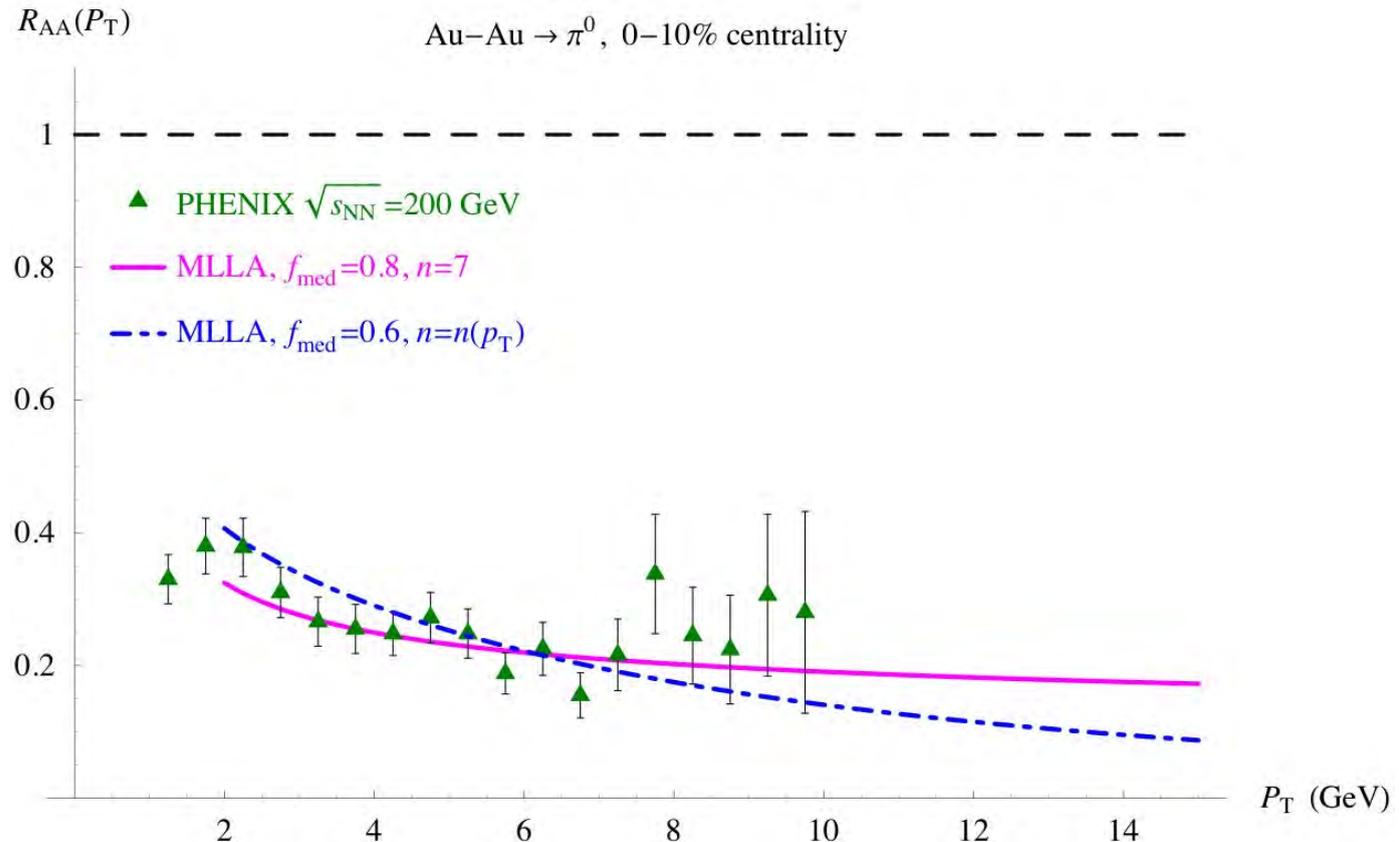
$$\frac{dN}{dP_T} \propto \int \frac{dx}{x^2} \frac{1}{p_T^n} \bar{D}^h(x, \tau = p_T) = \int \frac{dx}{x^2} \frac{x^n}{P_T^n} \bar{D}^h\left(x, \tau = \frac{P_T}{x}\right)$$

que l'on peut calculer avec **MLLA** tant pour un **jet** dans le vide que pour un **jet** se propageant dans un **milieu**

Facteur de modification nucléaire



Facteur de modification nucléaire



Pente de $R_{AA}(P_T)$ plus forte pour un spectre partonique plus réaliste

👉 nécessité d'introduire $f_{med}(Q^2)$ pour avoir un $R_{AA}(P_T)$ constant, voire réaugmentant pour P_T grand

Gerbe partonique MLLA en présence d'un milieu

MLLA description analytique de la distribution des particules d'un jet

Formalisme étendu pour modéliser la propagation dans un milieu

N.B. & U.A. Wiedemann, hep-ph/0506218

- traitement consistant des **branchements partoniques**
 - conservation de l'énergie-impulsion
 - tous les **branchements** traités sur un pied d'égalité
- conséquences **phénoménologiques**
 - distorsion du « plateau à bosse »
 - **facteur de modification nucléaire** R_{AA} raisonnable
 - dépendance en Q^2 (**virtualité**) des **effets de milieu** ?
 - **multiplicité au-dessus d'une impulsion de coupure**
 - plus prometteur à plus haute énergie (LHC !)

Gerbe partonique MLLA en présence d'un milieu



- La dérivée seconde de la fonctionnelle génératrice fournit la section efficace à 2 particules → **corrélations à 2 particules**
(aucun résultat analytique / peu de données expérimentales dans le vide)
- Implémentation dans un Monte-Carlo
 - Résultats analytiques fournissent une référence utile
 - Dépendance en Q^2 de f_{med}
 - Influence de la **géométrie**
- Elargissement du **jet**
- Aspects formels (ordonnancement angulaire \Leftrightarrow NLO ?)
- ...