

# Physik im Aufzug

Messungen mit Kraft- und Beschleunigungssensoren

BÄRBEL FROMME

Mit den weit verbreiteten, auf Grund ihrer geringen Größe sehr mobil einsetzbaren Mess-Systemen auf der Basis grafikfähiger Taschenrechner, lassen sich die bei Aufzugfahrten auftretenden Beschleunigungsvorgänge hervorragend messen und analysieren. Insbesondere bei modernen, praktisch linear beschleunigenden und abbremsenden Aufzügen, können die Bewegungsgleichungen einfach aufgestellt und gemessene mit berechneten Größen verglichen werden. Die Möglichkeit der Integration über die Messwerte bietet durch Vergleich des Ergebnisses mit berechneten Größen einen direkten Zugang zum Verständnis der Integralrechnung als mathematisches Hilfsmittel zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen.

## 1 Einführung: Computerunterstützte Messungen bei Aufzugfahrten

Messungen mit grafikfähigen Taschenrechnern und zugehörigem Interface bieten Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, selbständig und auf attraktive Weise relativ schnell ablaufende Vorgänge computerunterstützt zu messen und auszuwerten. Gegenüber PC-Mess-Systemen haben sie (neben dem Vorteil der Verfügbarkeit für alle oder viele Schüler) den Vorteil der Mobilität. So werden alltagsbezogene Messungen in Fahrzeugen, auf Jahrmärkten und in Vergnügungsparks ([1], [2]) oder eben auch in Aufzügen möglich. Es gibt solche Messsysteme inzwischen von mehreren Anbietern. Die hier dargestellten Messungen wurden mit dem TI-Voyage-Rechner (Texas-Instruments), dem Interface CBL2 und dem mitgelieferten Programm »Datamate« durchgeführt.

Zur Analyse der Bewegung von Aufzügen wurde der Sensor für geringe Beschleunigung (bis  $5 \cdot g$ ) eingesetzt. Bei vielen Aufzugfahrten wurden gleichzeitig Messungen mit der Kraftplatte, die in der Art einer Personenwaage benutzt werden kann, durchgeführt (Abb. 1). Damit kann zusätzlich die im beschleunigten System Aufzug auftretende – vom beschleunigten Beobachter körperlich wahrgenommene – Trägheitskraft bestimmt werden: Das den Schülerinnen und Schülern vertraute Gefühl, im nach oben beschleunigten Aufzug zunächst schwerer und bei abnehmender Beschleunigung wieder leichter zu werden, lässt sich so an Hand der Messung der auf die Kraftplatte wirkenden Kraft quantitativ nachvollziehen. Natürlich kann dafür auch einfach eine Personenwaage benutzt werden [3]. Bei zeitgleicher Messung von Beschleunigung und Kraft – wie sie mit dem Rechnersystem möglich ist – wird jedoch die direkte Korrelation zwischen der vom beschleunigten Beobachter registrierten Trägheitskraft und der Beschleunigung des Systems sofort einsichtig: Die vom Beobachter während der Aufzugfahrt ausgeübte Kraft und die Aufzugbeschleunigung verlaufen identisch (Abb. 2a und b). Der häufig schlecht oder gar nicht verstandene Unterschied zwischen Masse und Gewichtskraft, der zu ständigen Verwechslungen und synonymem Verwendung der Begriffe Masse und »Gewicht« führt, lässt sich hier noch einmal wiederholend thematisieren. Es ist an Hand der Messungen direkt nachvollziehbar, dass die im Aufzug gefühlte »Gewichtszunahme« (oder Abnahme) auf eine Beschleunigungsänderung und nicht auf eine Änderung der Masse zurückzuführen ist.

Das verwendete Messprogramm bietet verschiedene implementierte Auswertemöglichkeiten. Durch automatische Mittelwertbildung können z. B. mittlere Beschleunigung und Kraft in verschiedenen Zeitintervallen schnell bestimmt werden.

Besonders hervorzuheben ist aber die Möglichkeit der Integration über die Messkurve: Sie erlaubt die Thematisierung des Zusammenhanges zwischen dem Integral über die Beschleunigung und der Geschwindigkeit und damit die Einführung in die Bedeutung von Integral- und Differentialrechnung bei der Aufstellung von Bewegungsgleichungen. Tatsächlich ergibt sich bei den Aufzugmessungen eine hervorragende Übereinstimmung zwischen den erwarteten bzw. aus den Bewegungsgleichungen berechneten und den durch direkte Integration der Beschleunigungskurve ermittelten Geschwindigkeitswerten (vgl. 2.4).



Abb. 1. Schüler bei Messungen im Aufzug. Der Beschleunigungssensor wurde mit Klebeband an der Wand fixiert.

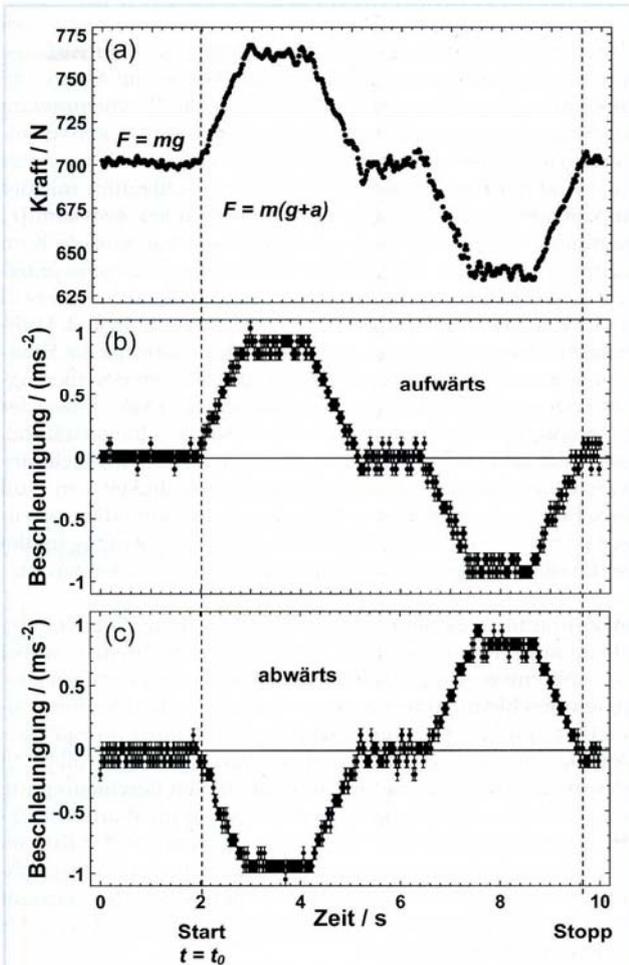


Abb. 2. Messungen bei Auf- und Abwärtsfahrt mit einem gut geregelten Aufzug der Universität Bielefeld über zwei Etagen. Messintervall  $\Delta t = 0,02$  s. Kraft (a) und Beschleunigung (b) bei der Aufwärtsfahrt wurden gleichzeitig gemessen. Die Beschleunigung bei der Abwärtsfahrt (c) verläuft vollkommen synchron zur Beschleunigung bei der Aufwärtsfahrt.

## 2 Kinematik am Beispiel des Aufzugs

### 2.1 Messergebnisse

Die Abbildungen 2 bis 5 zeigen den Beschleunigungs- bzw. Kraftverlauf bei verschiedenen langen Fahrten mit unterschiedlichen Aufzügen der Universitäten Bielefeld und Düsseldorf. Bei der hier gewählten Darstellung der Messwerte wurde das »digitale« Verhalten des Beschleunigungssensors (der Sensor misst in Schritten von  $0,103 \text{ m/s}^2$ ) durch Einfügen adäquater Fehlerbalken berücksichtigt. Die Kraftplatte misst in  $1,22 \text{ N}$ -Schritten, wie die Messung der Abbildung 7 zeigt. In dem in Abbildung 2a dargestellten Kraftverlauf liegen die dadurch bedingten Messungenauigkeiten innerhalb der Kurvensymbole.

Bei allen untersuchten Aufzügen wird – bei anfänglich zu- und nachfolgend wieder auf Null abnehmender Beschleunigung – zunächst auf Maximalgeschwindigkeit beschleunigt. Anschließend folgt eine Phase gleichförmiger Bewegung, in der die Aufzüge mit konstanter Maximalgeschwindigkeit fahren. Die Länge dieser Phase hängt von der vorgewählten Fahrstrecke ab. Auch bei Fahrten, in denen diese Phase sehr lang ist – also

bei Fahrten über viele Stockwerke (Abb. 4) oder mit langsam fahrenden Aufzügen (Abb. 5) – wird in dieser Phase bei den hier untersuchten Aufzügen nicht nachbeschleunigt; die Aufzüge bewegen sich also relativ reibungsarm. Nach der nachfolgenden Abbremsphase, in der die Beschleunigung natürlich das Vorzeichen gewechselt hat, steht der Aufzug im gewählten Stockwerk. Beschleunigung und Geschwindigkeit sind Null.

Die Messergebnisse lassen sich in vielfältiger Weise auswerten und für den Physikunterricht nutzen. Im günstigsten Fall (Abb. 2 bis 4, vgl. auch Messwerte aus [3]) lassen sich an Hand des gemessenen Beschleunigungsverlaufs exakte Bewegungs-

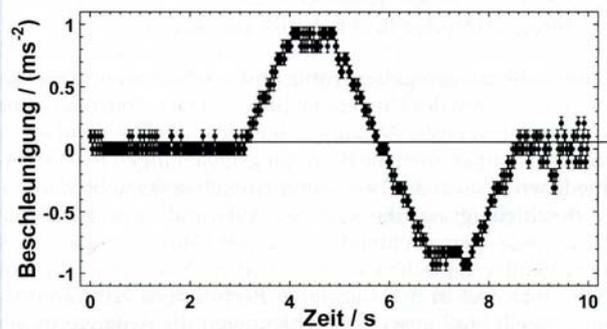


Abb. 3. Beschleunigungsmessung bei der Aufwärtsfahrt über eine Etage der Universität Bielefeld. Messintervall  $\Delta t = 0,02$  s.

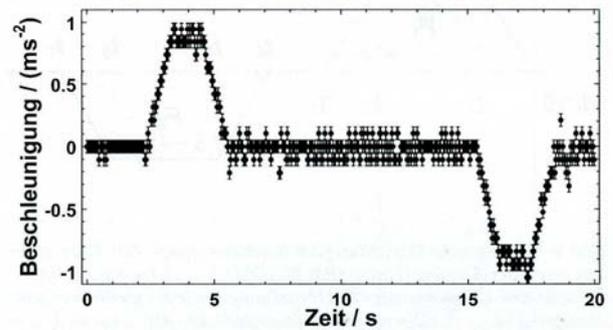


Abb. 4. Beschleunigungsmessung bei der Aufwärtsfahrt über sechs Etagen der Universität Bielefeld. Messintervall  $\Delta t = 0,04$  s.

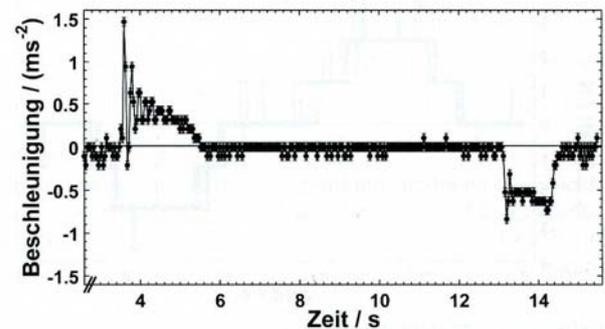


Abb. 5. Messung der Beschleunigung bei der Aufwärtsfahrt über zwei Etagen mit einem erschütterungsreich fahrenden Aufzug der Universität Düsseldorf. Es treten teilweise große Beschleunigungsspitzen auf. Messintervall  $\Delta t = 0,04$  s.

gleichungen durch Integration aufstellen (2.2), aus denen zum Beispiel die Fahrstrecke berechnet werden kann. Die Ergebnisse stimmen erstaunlich gut mit der direkt mit dem Maßstab ermittelten Stockwerkhöhe überein. Es muss aber nicht unbedingt integriert werden. Die Rechnung mit dem den Schülerinnen und Schülern vertrauten Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für die *gleichmäßig* beschleunigte Bewegung, wobei in den Beschleunigungsphasen jeweils die mittlere Beschleunigung eingesetzt wird (2.3), führt zu brauchbaren, im günstigen Fall identischen Ergebnissen und kann auch bei sehr inhomogen beschleunigenden Aufzügen (Abb. 5) benutzt werden.

## 2.2 Exakte Bewegungsgleichungen – Integration der Beschleunigungskurve

Bei den sehr gut geregelten, ruhig und erschütterungsarm fahrenden Aufzügen der Universität Bielefeld (verschiedene, ganz unterschiedlich große Aufzüge zeigen hier absolut identisches Fahrverhalten) können die Bewegungsgleichungen für die verschiedenen Phasen der Bewegung einfach aufgestellt werden. Die Beschleunigung, die sich bei Auf- und Abwärtsfahrten vollkommen spiegelsymmetrisch ändert (Abb. 2b und c), zeigt hier folgenden typischen Verlauf (Abb. 6): Nach dem Start zur Zeit  $t_0$  (hier und in den folgenden Rechnungen zur Vereinfachung gleich Null gesetzt) beschleunigen die Aufzüge in der

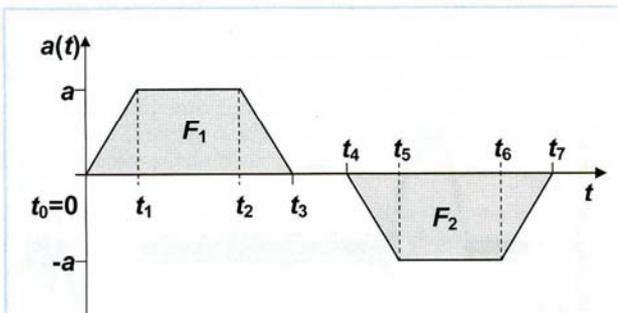


Abb. 6. Schematische Darstellung des Beschleunigungs-Zeit-Diagramms gut geregelter Aufzüge (Universität Bielefeld). Die Länge der Zeitintervalle linearer oder konstanter Beschleunigung sowie der gleichförmigen Bewegung hängt von der gewählten Fahrstrecke ab (Abb. 2 bis 4). Die Teilflächen  $F_1$  und  $F_2$  unter der Kurve wurden zur Verdeutlichung grau hinterlegt.

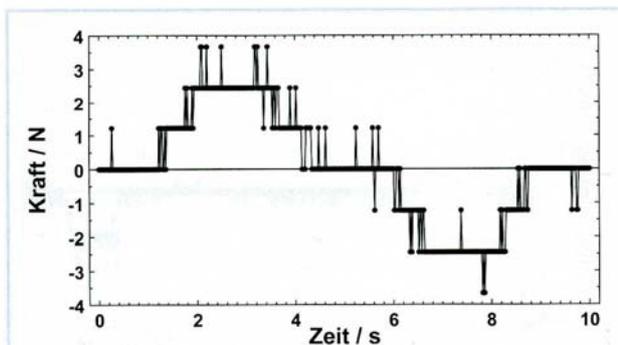


Abb. 7. Auch ohne aufgelegte Masse registriert die Kraftplatte eine geringe beschleunigungsabhängige Kraft. Messung hier: Fahrt über zwei Etagen der Universität Bielefeld (vgl. Abb. 2). Messintervall  $\Delta t = 0,02$  s. Deutlich sichtbar ist das digitale Messverhalten der Kraftplatte, die Messwerte in 1,22 N-Schritten registriert.

Zeit  $t_1 - t_0$  linear auf die Maximalbeschleunigung  $a$  (bzw.  $-a$  bei der Abwärtsfahrt).  $|a|$  hat sich für alle untersuchten Aufzüge und Fahrten als konstant erwiesen und beträgt im Mittel  $0,88 \text{ m/s}^2$  (Abb. 2b bis 4). Auch die Berechnung der Beschleunigung aus Kraftmessungen (Abb. 2a) ergibt diesen Wert, sofern genügend große Massen beschleunigt werden (2.5). Im Zeitintervall  $[t_1, t_2]$  fahren die Aufzüge gleichmäßig beschleunigt mit der maximalen Beschleunigung. Im anschließenden Zeitraum  $[t_2, t_3]$  nimmt die Beschleunigung wieder linear auf Null ab. Zum Zeitpunkt  $t_3$  haben die Aufzüge ihre maximale Geschwindigkeit  $v(t_3)$  erreicht und bewegen sich anschließend im Intervall  $[t_3, t_4]$  gleichförmig mit dieser Maximalgeschwindigkeit. Während die Beschleunigungs- und Abbremsphasen für die Schülerinnen und Schüler über die Trägheitskräfte im beschleunigten System körperlich spürbar sind, zeigt sich in der Phase der gleichförmigen Bewegung, in der diese Kräfte fehlen (Abb. 2a), dass Beobachter in gleichförmig bewegten Systemen nicht unterscheiden können, ob die Systemgeschwindigkeit von Null verschieden ist: In sehr erschütterungsarm fahrenden Aufzügen ist man sich häufig nicht sicher, ob sich der Aufzug in dieser Phase noch bewegt oder bereits am Ziel angekommen ist.

Im Zeitraum zwischen  $t_4$  und  $t_7$  wird der Aufzug dann von der Maximalgeschwindigkeit bis zum Stand abgebremst, wobei der Abbremsvorgang absolut symmetrisch zum vorausgegangenen Beschleunigungsvorgang verläuft: In den Zeitintervallen  $[t_4, t_5]$  und  $[t_5, t_6]$  ändert sich die – nun natürlich negative – Beschleunigung linear, während der Aufzug im Intervall  $[t_5, t_6]$  gleichmäßig beschleunigt mit der maximalen Beschleunigung  $-a$  fährt. Zum Zeitpunkt  $t_7$  ist der Aufzug im Wunschstockwerk angekommen,  $v(t_7) = 0$ . Die genaue Analyse der Kurven zeigt, dass alle Zeitintervalle, in denen sich die Aufzüge gleichartig bewegen (also linear zu- bzw. abnehmend oder konstant beschleunigt) für eine Fahrt gleich lang sind. Es gilt also (in der Notation der Abbildung 6):

$$t_1 = t_3 - t_2 = t_5 - t_4 = t_7 - t_6 \quad (1)$$

und

$$t_2 - t_1 = t_6 - t_5 \quad (2)$$

Je nach vorgewählter Fahrstrecke sind die Phasen linearer Beschleunigungen ( $t_1$ ) und konstanter Beschleunigungen ( $t_2 - t_1$ ) unterschiedlich lang. Insbesondere aber die Zeit  $t_1 - t_3$ , in der der Aufzug mit konstanter Geschwindigkeit fährt, unterscheidet sich für Fahrten zwischen mehreren Etagen deutlich, wie der Vergleich der Messkurven (Abb. 2 bis 4) zeigt. Bei Fahrten über nur ein Stockwerk (Abb. 3) ist diese Zeit im Rahmen der Messgenauigkeit Null. Die Abbremsphase folgt direkt auf die Phase der Beschleunigung.

Bei linear beschleunigenden und bremsenden Aufzügen lassen sich Geschwindigkeits-Zeit- und Weg-Zeit-Gesetz aus der Beschleunigungskurve einfach exakt berechnen, indem man die Beschleunigungskurve und die sich daraus ergebende Geschwindigkeit abschnittsweise integriert und die Anfangsgeschwindigkeiten und -wege für den jeweiligen Abschnitt addiert. Es gilt dann für  $t \in [t_{n-1}, t_n]$ ,  $n = 1, 2 \dots 7$  (Abb. 6):

$$v(t) = v(t_{n-1}) + \int_{t_{n-1}}^t a(t') dt' \quad (3)$$

$$s(t) = s(t_{n-1}) + \int_{t_{n-1}}^t v(t') dt' \quad (4)$$

Die Beschleunigungen  $a(t)$  für die jeweiligen Intervalle sind im vorliegenden Fall Geradenstücke, die einfach berechnet werden können. Eine Auflistung findet sich in Tabelle 1. Tabelle 2 enthält eine Zusammenstellung der Geschwindigkeiten und Fahrstrecken zu den wesentlichen Zeitpunkten  $t_n$ , die sukzessive aus den Gleichungen 3 und 4 unter Berücksichtigung der Gleichungen 1 und 2 berechnet wurden. In Tabelle 1 ist im Hinblick auf die Rechnung in Abschnitt 2.3 zusätzlich die mittlere Beschleunigung in den verschiedenen Zeitintervallen angegeben.

Am Ende der Fahrt ( $t_7$ ) ist die berechnete Geschwindigkeit des Aufzugs natürlich erwartungsgemäß Null. Berechnet man die gefahrene Strecke  $s(t_7)$  (Tab. 2) bis zur Zieletage aus den gemessenen Zeit- und Beschleunigungswerten, so ergeben sich erstaunlich gute Übereinstimmungen mit der tatsächlichen Stockwerkhöhe. Bei Fahrten über die unteren beiden Etagen

$t \in \text{Intervall}$	$a(t)$	$\bar{a}$
$[0, t_1]$	$\frac{a}{t_1} t$	$\frac{a}{2}$
$[t_1, t_2]$	$a$	$a$
$[t_2, t_3]$	$a - \frac{a}{t_1} (t - t_2)$	$\frac{a}{2}$
$[t_3, t_4]$	$0$	$0$
$[t_4, t_5]$	$-\frac{a}{t_1} (t - t_4)$	$-\frac{a}{2}$
$[t_5, t_6]$	$-a$	$-a$
$[t_6, t_7]$	$-a + \frac{a}{t_1} (t - t_6)$	$-\frac{a}{2}$

Tab. 1. Exakte und mittlere Beschleunigung in den verschiedenen Phasen der Aufzugsfahrt (vgl. Abb. 6). Wird als Startzeitpunkt nicht  $t_0 = 0$  angenommen, muss in allen Gleichungen  $t_1$  durch  $(t_1 - t_0)$  ersetzt werden.

$t_n$	$v(t_n)$	$s(t_n)$
$t_0 = 0$	$0$	$0$
$t_1$	$\frac{a}{2} t_1$	$\frac{a}{6} t_1^2$
$t_2$	$at_2 - \frac{a}{2} t_1$	$\frac{a}{6} t_1^2 + \frac{a}{2} (t_2 - t_1)t_2$
$t_3$	$at_2$	$\frac{a}{2} t_2(t_2 + t_1)$
$t_4$	$at_2$	$s(t_3) + at_2(t_4 - t_3)$
$t_5$	$at_2 - \frac{a}{2} t_1$	$s(t_3) + at_2(t_4 - t_3) + at_2 t_1 - \frac{a}{6} t_1^2$
$t_6$	$\frac{a}{2} t_1$	$2s(t_3) + at_2(t_4 - t_3) - \frac{a}{6} t_1^2$
$t_7$	$0$	$2s(t_3) + at_2(t_4 - t_3)$

Tab. 2. Geschwindigkeiten und Fahrstrecken zu bestimmten Zeitpunkten der Aufzugsfahrt (vgl. Abb. 6). Wird als Startzeitpunkt nicht  $t_0 = 0$  angenommen, muss in allen Gleichungen  $t_1$  durch  $(t_1 - t_0)$  ersetzt werden.

der Universität Bielefeld (02 → 0, Aufzüge in Bauteil D) wurde im Mittel  $t_1 = 0,75$  s,  $(t_2 - t_1) = 1,5$  s und  $(t_4 - t_3) = 1,5$  s gemessen (vgl. Abb. 2). Mit der gemessenen mittleren Maximalbeschleunigung von  $a = 0,88$  m/s<sup>2</sup> ergibt sich damit eine Gesamtfahrstrecke  $s(t_7) = 8,91$  m. Die aus Treppenstufenhöhe und Anzahl der Stufen mit dem Metermaß ermittelte Höhe der beiden Etagen ergibt 8,96 m!

Will man die Messungen mit dem Taschenrechnersystem bis zum Exzess treiben, kann man die Etagenhöhe (unter Zugabe der mit dem Metermaß ermittelten Dicke der Deckenplatte) auch mit dem Ultraschall-Abstandssensor (CBR = Computer Based Ranger) bestimmen, sofern diese Messung nicht durch abgehängte Decken, Leitungen o. ä. behindert wird. Bei dieser Messung ergibt sich für die beiden unteren Etagen der Universität Bielefeld jeweils eine Höhe von ca. 4,5 m. Auch hier ergibt sich für 2 Etagen also eine sehr gute Übereinstimmung mit dem durch Integration der Beschleunigungskurve ermittelten Wert von 8,91 m.

### 2.3 Bewegungsgleichungen mit mittlerer Beschleunigung – Vermeidung der Integration im Unterricht

Möchte man die Integralrechnung im Zusammenhang mit den Bewegungsgleichungen im Unterricht nicht behandeln, so lässt sich die Kinematik der Aufzugsfahrt auch sehr gut mit dem – den Schülerinnen und Schülern geläufigen – Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung analysieren. Man rechnet dabei für die verschiedenen Zeitintervalle jeweils mit der mittleren Beschleunigung, behandelt das Problem in den Phasen nicht-konstanter Beschleunigung also so, als beschleunige der Aufzug dort konstant mit dem Mittelwert der gemessenen Beschleunigung. Für  $t \in [t_{n-1}, t_n]$ ,  $n = 1, 2, \dots, 7$  (Abb. 6) gilt in diesem Fall:

$$v(t) = v(t_{n-1}) + \bar{a}(t - t_{n-1}) \tag{5}$$

$$s(t) = s(t_{n-1}) + v(t_{n-1})(t - t_{n-1}) + \frac{1}{2} \bar{a}(t - t_{n-1})^2 \tag{6}$$

Berechnet man für die symmetrisch linear beschleunigenden und bremsenden Aufzüge der Universität Bielefeld die Geschwindigkeiten und Fahrstrecken mit den Gleichungen 5 und 6 (mittlere Beschleunigungen in Tabelle 1), so ergeben sich zu allen Zeitpunkten Geschwindigkeitswerte, die zu den exakt ermittelten (Tab. 2) identisch sind. Bei den Fahrstrecken ergeben sich geringe Abweichungen während der kurzen Zeitintervalle mit linear steigender oder abnehmender Beschleunigung (Gl. 1): Bei exakter Rechnung mit zweifacher Integration der Beschleunigung (Gl. 3 und 4) erhält man jeweils  $\frac{a}{6} t_1^2$ -Terme (Tab. 2), während die Rechnung mit der mittleren Beschleunigung  $\bar{a} = \frac{a}{2}$  hier  $\frac{a}{4} t_1^2$ -Terme liefert (Gl. 6). Diese Terme entfallen aber immer genau zu den Zeitpunkten, an denen die Beschleunigung wieder Null erreicht, also bei  $t = t_3$  und  $t = t_7$ , wodurch sich auch bei der Rechnung mit den Gesetzen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung exakte Stockwerkhöhen ergeben.

Selbst bei schlecht geregelten, mit irregulären Beschleunigungsänderungen und daher großen Erschütterungen fahrenden Aufzügen lässt sich aus dem Mittelwert der Beschleunigung und den Bewegungsgleichungen für gleichmäßig beschleunigte Bewegungen (Gl. 5 und 6) zumindest noch näherungsweise die gefahrene Strecke berechnen. Die Auswertung der bei ei-

ner Aufzugfahrt über 2 Etagen (U2 → 00, großer Aufzug in Gebäude 25.43) der Universität Düsseldorf gemessenen Beschleunigungskurve (Abb. 5) ergibt: Der Aufzug beschleunigt während eines Zeitraums von ca. 1,96 s mit einer mittleren Beschleunigung von  $0,36 \text{ m/s}^2$ . Die Geschwindigkeit beträgt anschließend  $0,71 \text{ m/s}$  (Gl. 5). Mit dieser Geschwindigkeit bewegt sich der Aufzug gleichförmig während  $7,64 \text{ s}$  und bremst dann ( $1,44 \text{ s}$  lang) sehr abrupt mit einer mittleren Beschleunigung von  $-0,51 \text{ m/s}^2$ . Mit Gleichung 6 ergibt sich dadurch eine Gesamtfahrstrecke von  $6,62 \text{ m}$ . Dieser Wert weicht um  $16 \%$  von der tatsächlich gefahrenen Strecke (ca.  $7,92 \text{ m}$ ) ab.

#### 2.4 Geschwindigkeit = Integral der Beschleunigung

Ausgehend von den Beschleunigungskurven symmetrisch linear beschleunigender und abbremsender Aufzüge (Abb. 2 bis 4) lässt sich die Geschwindigkeit als Fläche unter der Kurve bzw. Integral über die Beschleunigung direkt thematisieren bzw. illustrieren. Die in diesem Fall trapezförmigen Teilflächen (in der schematischen Darstellung der Abbildung 6 zur Verdeutlichung grau hinterlegt) lassen sich einfach aus Dreieck- und Rechteckflächen berechnen. Für die Fläche unter der Kurve ergibt sich zum Abschluss der Beschleunigungsphase ( $t = t_2$ ):

$$F_1 := F(t_2) = 2\left(\frac{a}{2} t_2\right) + a(t_2 - t_1) = at_2 \quad (7)$$

Dass die berechnete Fläche unter der Kurve keine Flächen-, sondern eine Geschwindigkeitseinheit besitzt, fällt bei korrekter Einheitenrechnung sofort auf. Ebenso auffallend ist die Identität der Fläche  $F(t_2)$  mit der aus dem Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz (Gl. 5) berechneten Geschwindigkeit  $v(t_2)$  (Tab. 2).

Die so berechnete Fläche bzw. Geschwindigkeit kann direkt mit dem Integral über den entsprechenden Messkurvenbereich verglichen werden, indem die im Messprogramm implementierte Integration angewendet wird. Die Rechnung (Gl. 7) ergibt für die Messung in Abbildung 2 ( $a = 0,88 \text{ m/s}^2$ ,  $t_2 = 2,25 \text{ s}$ ; siehe 2.2) eine Maximalgeschwindigkeit des Aufzugs von  $v(t_2) = F(t_2) = 1,98 \text{ m/s}$ . Die direkte Integration des Kurvenbereichs mit dem Taschenrechner liefert hier einen Wert von  $2,0 \text{ m/s}$ , also eine hervorragende Übereinstimmung. Wobei darauf hinzuweisen ist, dass der Taschenrechner nur den Zahlenwert liefert; die Einheit muss vom Auswertenden ergänzt werden.

Bei den mit den linear beschleunigenden und abbremsenden Aufzügen gemessenen Beschleunigungen ist die betragsmäßige Gleichheit der trapezförmigen Flächen unter den Messkurven in Beschleunigungs- und Bremsphase direkt ersichtlich. Das unterschiedliche Vorzeichen der Flächen ergibt sich bei Berücksichtigung der negativen Beschleunigung in der Abbremsphase automatisch. Es ist also sofort klar, dass die Addition der beiden Flächen bzw. die Integration der Beschleunigung über die Gesamtfahrzeit Null ergibt, was ja auch der direkten Erfahrung der Schülerinnen und Schüler entspricht: Am Ende der Fahrt steht der Aufzug,  $v(t_2) = 0$ . Dieses Ergebnis ergibt auch die direkte Integration mit dem Taschenrechner. Für die Messung der Abbildung 2b erhält man durch Integration  $v(t_2) = 0,067 \text{ m/s}$ . Bei anderen Messungen ergab sich beispielsweise  $0,012 \text{ m/s}$  oder  $0,082 \text{ m/s}$ .

Die Ermittlung der Geschwindigkeit durch Integration gemessener Beschleunigungswerte ergibt auch bei Aufzügen mit starken Beschleunigungsschwankungen erstaunlich gute Ergebnisse, wie z. B. die Messung in Abb. 5 zeigt. Es ist hier zwar nicht auf den ersten Blick klar, dass die sich beim Beschleunigungs-

und Abbremsvorgang unter der Kurve ergebenden Flächen gleich groß sind. Die Integration mit dem Rechner zeigt dieses aber sofort: Die Integration ergibt  $0,725 \text{ m/s}$  für die Beschleunigungsphase bzw.  $-0,759 \text{ m/s}$  für die Abbremsphase. Diese Werte stimmen auch sehr gut mit der Maximalgeschwindigkeit von  $0,71 \text{ m/s}$  überein, die man mit Gl. 5 unter Annahme einer mittleren Beschleunigung von  $0,36 \text{ m/s}^2$  über den Zeitraum von  $1,96 \text{ s}$  erhält (2.3).

#### 2.5 Besonderheiten bei Messungen mit der Kraftplatte

»Lebendige Massen« wie Menschen neigen instinktiv dazu, plötzlich aufgezwungene Bewegungen, wie sie beim Anfahren und Abbremsen eines Aufzugs entstehen, durch eigene Bewegungen auszugleichen. Dadurch ergeben sich bei Messungen mit der Kraftplatte bei manchen Personen während der Aufzugfahrt unerwünschte, nicht durch die Aufzugbeschleunigung verursachte Kraftspitzen. Die Kraftmessung bei der Beschleunigung von »Massen ohne Eigenbewegung« führt i. A. zu glatteren Kurvenverläufen, hat jedoch gravierende Nachteile: Zum einen ist die scheinbare »Gewichtszunahme«, die die Schülerinnen und Schüler spüren nicht an bzw. mit der Person direkt messbar, zum anderen hat sich gezeigt, dass für eine korrekte Bestimmung der Beschleunigung aus der Kraftmessung eine relativ große Masse gewählt werden sollte. Bei der Beschleunigung von Massen im Bereich einiger Kilogramm, die sich mit Hilfe entsprechender Massestücke einfach erzielen lassen, müssen nachträglich Korrekturen angebracht werden. Der Grund liegt darin, dass bei der Beschleunigung der Kraftplatte allein – also ohne aufgelegte Masse – bereits beschleunigungsabhängige Kraftwerte gemessen werden (Abb. 7). Die Beschleunigung der Eigenmasse der Platte geht offensichtlich anteilig in die Messung ein. Dieser »Platteneffekt« muss genau genommen bei allen Messungen mit beschleunigter Kraftplatte subtrahiert werden. Da er mit nur etwas mehr als  $2 \text{ N}$  bei der hier gemessenen maximalen Aufzugbeschleunigung von  $0,88 \text{ m/s}^2$  aber relativ klein ist, ist er bei Aufzugfahrten mit großer beschleunigter Masse (vgl. Abb. 2a, gemessen mit dem Schüler aus Abbildung 1) vernachlässigbar, bei Massen von wenigen Kilogramm jedoch nicht. Hier ergeben sich ohne Berücksichtigung deutlich zu große Beschleunigungswerte für den Aufzug. Für genau Messungen mit der Kraftplatte sollte man sich daher die Mühe machen, ruhig stehende Schülerinnen und Schüler auszuwählen. Große »nicht lebende« Massen sind unhandlich, für die Experimentierenden kaum zu bewegen und nicht auf der Kraftplatte unterzubringen.

#### Literatur

- [1] A. PALLACK: Physik im Vergnügungspark. – TI-Nachrichten (2003) Nr. 1, 21.
- [2] J. BUSSMANN: Ein Konzept zur Förderung der Motivation und zur Öffnung des Physikunterrichts in der Jahrgangsstufe 11 eines Gymnasiums auf der Basis sensorgestützter Messungen an ausgewählten Modellen von Fahrgeschäften im Rahmen eines Lernzirkels. – Staatsexamensarbeit im Rahmen der Zweiten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen, Studienseminar Düsseldorf II (2007).
- [3] [http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web\\_ph11/versuche/02\\_olympiaturm/olympiaturm.htm](http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph11/versuche/02_olympiaturm/olympiaturm.htm) (25.08.07).

BÄRBE FROMME, Prof. Dr., Fakultät für Physik,  
Universität Bielefeld, Universitätsstraße 25, D-33615 Bielefeld  
bfromme@physik.uni-bielefeld.de