

Universität Bielefeld

Fakultät für Physik

Wintersemester 2014 / 2015

Bewegungen in der Achterbahn

Eine Fahrt durch den Looping

Bachelorarbeit im Fachbereich Physik und ihre Didaktik

Vorgelegt von

Mirek Havlik

Matrikelnummer: 2182422

Universitätsstraße 17, 33615 Bielefeld

mirek.havlik@uni-bielefeld.de

Betreuung:

Frau Prof. Dr. B. Fromme

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Begriffsklärung	4
2.1	Newtonsche Gesetze	4
2.2	Bewegung im euklidischen Raum	6
2.3	Normalkraft	7
2.4	Zentripetalkraft	8
2.5	Reibungskräfte	10
3	Fehlkonzepte von Schülerinnen und Schülern	12
3.1	Gewichtskraft und Erdbeschleunigung	12
3.2	Zentripetal- und Zentrifugalkraft	13
4	Theoretische Grundlagen	14
4.1	Kräfte und Geschwindigkeiten im Looping	14
4.2	Die Rollreibungskraft im Looping	20
4.3	Der Klothoiden-Kreis-förmige Looping	21
5	Messgeräte und Aufbauten	23
5.1	Wireless Dynamic Sensor System	23
5.2	TI-NSpire mit 3-Achsenbeschleunigungssensor	25
5.3	PASCO – RollerCoaster	26
5.4	Die Applikation Looping.exe	28
6	Auswertung der Messungen	30
6.1	Messung im Heidepark	30
6.2	Messung am PASCO – RollerCoaster	36
6.3	Die Applikation Looping.exe	38
7	Didaktische Analyse und Einordnung im Unterricht	40

8	Fazit	43
9	Danksagung	45
10	Quellenverzeichnis	46
	Eigenständigkeitserklärung	48
	CD-ROM	49
	Anhang	50

1 Einleitung

Schon lange sind Freizeitparks ein beliebtes Ausflugsziel für Jung und Alt. Sowohl Karussells, als auch Attraktionen wie Themenshows und Achterbahnen bieten ein aufregendes Freizeiterlebnis. Da gerade bei jungen Menschen das Interesse an diesen sehr hoch ist, bietet es sich an, auch in der Schule, insbesondere im Physikunterricht, Attraktionen wie die Achterbahn zu thematisieren, um die Motivation der Schülerinnen und Schüler zu wecken und zu stärken. Vor allem im Bereich der Mechanik ist es möglich, eine Achterbahnfahrt genauer unter die Lupe zu nehmen. Diese bietet ein optimales Beispiel zur Energieerhaltung, vorausgesetzt, dass dem Zug der Achterbahn, abgesehen vom ersten Lifthill, keine weitere Energie zugefügt wird. Im weiteren Verlauf der Achterbahnfahrt finden unterschiedliche Energieumwandlungen statt, die in einem aufregenden Erlebnis resultieren, indem unterschiedliche Beschleunigungen und damit verschiedene Kräfte während der Fahrt auf den Fahrgast wirken.

Im Rahmen dieser Arbeit beabsichtige ich das Bauelement *Looping* genauer zu untersuchen. Dabei werden zum einen die Geschwindigkeit, als auch die auftretenden Radialkräfte, beziehungsweise Radialbeschleunigungen betrachtet, die während einer Fahrt durch den Looping auf den menschlichen Körper wirken.

Zunächst werden die grundlegenden Begriffe oder auch Vorkenntnisse geklärt, die die Schülerinnen und Schüler kennen sollten, um sich im Physikunterricht mit einer Loopingfahrt beschäftigen zu können. Die grundlegenden Begriffe umfassen die Newtonschen Gesetze, die als Grundlage der Mechanik dienen, sowie eine kurze Erläuterung zur Darstellung von Bewegungen im euklidischen Raum. Zudem werden die Normal- und Zentripetalkraft erläutert, die für die Berechnungen in der Theorie eine Rolle spielen. Auch eine Berücksichtigung von Reibungskräften während der Achterbahnfahrt kann im Physikunterricht stattfinden, weshalb auch diese zuvor erläutert werden.

Anschließend folgt eine kurze Beschreibung von Fehlkonzepten, die Schülerinnen und Schüler mit der Zeit entwickeln und durch welche Schwierigkeiten im weiteren Unterrichtsverlauf auftreten könnten. Insbesondere Lehrkräfte sollten sich mit diesen Fehlkonzepten beschäftigen und darauf achten, sie abzubauen und präventiv nicht entstehen zu lassen. Dazu wird zunächst Bezug auf ein Fehlkonzept genommen, das Schülerinnen und Schüler entwickeln, wenn sie mit der Gewichtskraft und Erdanziehungskraft arbeiten. Des Weiteren erfolgt eine kurze Unterscheidung zwischen der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft.

Diesem Abschnitt folgen die theoretischen Grundlagen, mit denen die Radialkräfte und Radialbeschleunigungen während der Loopingfahrt berechnet werden können, sowie die Berücksichtigung der Reibungskräfte, die dabei auftreten. Es folgt zunächst eine Betrachtung der kinetischen und potentiellen Energie, die der Zug an unterschiedlichen Streckenabschnitten

besitzt, welche anschließend mit Hilfe der Energieerhaltung in einen Zusammenhang gebracht werden können und somit die Geschwindigkeit während der Fahrt bestimmt werden kann. Mit diesen Herleitungen kann die Radialbeschleunigung während der Loopingfahrt berechnet werden, woraus sich ebenfalls Rückschlüsse auf die Kräfte ziehen lassen. Da die Berechnungen anhand eines kreisrunden Loopings stattfinden, welcher in der Realität nicht mehr gebaut wird, wird ebenfalls der klothoidenförmige Looping eingeführt und dargestellt, warum dieser für Achterbahnen verwendet wird und welche theoretischen Überlegungen daran zu Grunde liegen.

Für die Überprüfung der theoretischen Vorüberlegungen wurden zum einen eine Applikation verwendet, die eine Loopingfahrt auf unterschiedliche Weisen simulieren kann, sowie eine Messung der Radialbeschleunigung an einer Modellachterbahn und eine Messung in der Achterbahn *Big Loop*, welche sich im *Heidepark Soltau* befindet, durchgeführt. Diese werden anschließend qualitativ und quantitativ analysiert, wobei ebenfalls die Reibung mit berücksichtigt werden wird.

Zum Abschluss erfolgt eine didaktische Analyse des Themas und Stärken und Schwächen dieses Kontextes für den Bereich Mechanik werden aufgezeigt. Anhand der Kernlehrpläne des Landes Nordrhein-Westfalens beabsichtige ich eine Zuordnung der entsprechenden Inhalte in den Unterricht der Klassenstufen 7/9 und der Einführungsphase.

2 Begriffsklärung

In diesem Kapitel werden die grundlegenden theoretischen Begriffe erläutert, die zum Verständnis dieser Arbeit beitragen.

2.1 Newtonsche Gesetze

Zum Verständnis der klassischen Mechanik entwickelte Isaac Newton drei fundamentale Aussagen, die als Grundgesetze der Mechanik gelten (vgl. Scheck 2007, S.2):

1. „Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu ändern.“ (Scheck 2007, S.2)
2. „Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“ (Scheck 2007, S.2)

3. „Die Wirkung ist stets der Gegenwirkung gleich; oder: die Wirkungen zweier Körper aufeinander sind stets gleich und von entgegengesetzter Richtung.“ (Scheck 2007, S.2)

Um diese Aussagen richtig verstehen zu können, werden nun weitere Begriffe der Mechanik eingeführt und kurz erläutert.

Die Körper sollen als Massepunkte mit der Masse m bezeichnet werden, welche als punktförmig und ohne Ausdehnung angesehen werden. Der Zustand der Ruhe bedeutet, dass ein Teilchen an einem Ort verharrt, sich also nicht bewegt. Der Zustand der gleichförmig geradlinigen Bewegung, dass sich das Teilchen mit gleichbleibender Geschwindigkeit \vec{v} bewegt. Wird die Geschwindigkeit als vektorielle Größe betrachtet, so ist damit auch die Richtung der Bewegung gegeben. Unter der Änderung der Bewegung wird gerade die Änderung der Geschwindigkeit und/oder die Änderung der Bewegungsrichtung verstanden. Eine weitere wichtige Größe im Zusammenhang mit der klassischen Mechanik ist der Kräftebegriff, der ebenfalls in den drei Gesetzen von Newton auftaucht. Die Kräfte werden im Folgenden mit \vec{F} oder F , falls nur der Betrag der Kraft eine Rolle spielt, bezeichnet, allerdings wird von der Unterscheidung verschiedener Arten von Kräften in diesem Kapitel abgesehen. Eine Kraft, die auf einen Körper wirkt, lässt sich jeweils durch das Produkt der bewirkten Beschleunigung und der zu bewegenden Masse bestimmen (vgl. Scheck 2007, S.2).

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Nun zur Erklärung der drei Newtonschen Gesetze:

Das erste Gesetz besagt, dass ein Körper, auf den keinerlei Kräfte wirken, in Ruhe verharrt oder in einer gleichförmig geradlinigen Bewegung verbleibt. Der Körper erfährt also keine Beschleunigung und wird somit auch nicht gebremst. Dieses Gesetz wird auch als das Trägheitsprinzip bezeichnet. Selbiger Fall tritt ebenfalls ein, wenn die Summe aller Kräfte, die auf einen Körper wirken, gleich Null ist, sich also alle Kraftvektoren gegenseitig aufheben.

Nach dem zweiten Gesetz geschieht eine Änderung der Bewegungsrichtung oder Beschleunigung stets in die Richtung, in die auch die einwirkende Kraft wirkt. Dies bedeutet, dass wenn ein Körper in Ruhe verharrt und anschließend eine Kraft beispielsweise in z-Richtung (also nach oben) wirkt, der Körper in diese Richtung beschleunigt wird. Die Beschleunigung hält an, so lange auch die Kraft wirkt, andernfalls verbleibt der Körper in gleichförmiger geradliniger Bewegung, wie bereits das erste Gesetz besagt.

Das dritte Gesetz ist auch unter dem Namen Actio und Reactio oder auch Wechselwirkungsprinzip bekannt. Dies bedeutet, dass auf jede wirkende Kraft ebenfalls eine Gegenkraft wirkt, also eine zweite Kraft mit selben Betrag und entgegengesetzter Richtung.

In Abbildung 1 ist der Startvorgang eines Sprinters zu sehen, sowie die beiden Kräfte, die auf den Sprinter wirken. Durch die Ausübung einer Kraft des Sprinters gegen den Startblock wirkt eine dementsprechend gleich große Kraft in entgegengesetzte Richtung, sodass dieser vom Startblock weg beschleunigt wird.



Abb. 1: Wechselwirkung von Kräften.

Der Sprinter übt mit seinem Bein/Fuß eine Kraft \vec{F}_{spr} auf den Startblock aus (actio). Die Gegenkraft \vec{F}_{stbl} des Startblocks beschleunigt den Sprinter in die entgegengesetzte Richtung (reactio).

Quelle: [1]

2.2 Bewegung im euklidischen Raum

Zum weiteren Verständnis der drei Gesetze soll nun der (euklidische) Raum \mathbb{R}^3 betrachtet werden. In diesem sind Ortsvektoren \vec{r} definiert, die den momentanen Ort eines Teilchens beschreiben können, welcher sich aus der Linearkombination der drei Einheitsvektoren $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ zusammensetzt. Zur Anschaulichkeit sollen die Einheitsvektoren \vec{x} und \vec{y} die Erdoberfläche, dessen Krümmung an dieser Stelle vernachlässigt werden kann, darstellen, während der Vektor \vec{z} die Höhe darstellt. Somit lässt sich der Ort eines ruhenden Körpers mit Hilfe des Ortsvektors \vec{r} beschreiben. Ist ein Körper nicht in ruhendem Zustand, so ändert sich der Ortsvektor des Körpers mit der Zeit kontinuierlich, sodass der Ortsvektor des Körpers zeitabhängig ist. Damit ist der Ort eines Teilchens im euklidischen Raum durch die Bahnkurve (Abb. 2) $\vec{r}(t)$ definiert, wobei t eine beliebige Zeiteinheit darstellt; wenn nicht anders beschrieben wird die Zeit in der SI-Einheit Sekunden (s) angeben. (vgl. Lang, Pucker 2005, S. 9)

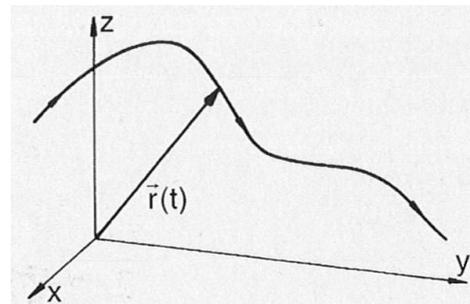


Abb. 2: Bahnkurve im \mathbb{R}^3

Durch die Einheitsvektoren $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ wird der Raum \mathbb{R}^3 aufgespannt, in dem sich die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ befindet.

Quelle: Scheck 2007, S. 3, Abb. 1.1.

2.3 Normalkraft

Um die Normalkraft zu erklären, erfolgt die Betrachtung des dritten Newtonschen Gesetzes. Dieses besagt, dass auf jede ausgeübte Kraft eine entsprechende Gegenkraft mit gleichem Betrag und entgegengesetzter Richtung ausgeübt wird.

Drückt man mit der Hand gegen eine Wand, übt man also eine Kraft auf die Wand aus, so übt die Wand nach dem oben genannten Gesetz eine entsprechende Gegenkraft auf die Hand aus. Diese wirkt senkrecht zur Kontaktfläche der Wand und wird als Normalkraft bezeichnet.

Etwas anschaulicher ist das Beispiel des Tisches auf dem ein Körper liegt (vgl. Tipler, Mosca 2009, S. 108). Der Körper wird im Schwerfeld der Erde mit der Erdbeschleunigung nach unten beschleunigt und übt damit eine Kraft auf die Tischoberfläche aus. Da der Körper aber auf dem Tisch liegen bleibt und diesen nicht durchbricht, bleibt der Körper im Zustand der Ruhe. Nach dem ersten Newtonschen Gesetz wirkt auf den Körper entweder keine Kraft oder die Summe der Kräfte, die auf den Körper wirken, ist gleich Null. Da die Erdanziehungskraft den Körper nach unten beschleunigt, schließt sich der Fall, dass keine Kräfte wirken, aus. Resultierend daraus muss also eine entsprechende Gegenkraft gleicher Größe und entgegengesetzter Richtung auf den Körper ausgeübt werden. Dies geschieht gerade durch die Normalkraft, die der Tisch auf den Körper ausübt und senkrecht zur Kontaktfläche steht. In diesem Fall ist die Normalkraft gerade durch

$$\vec{F}_{Normal} = -\vec{F}_G$$

beschrieben. Dies gilt allerdings nur für den Fall, dass es sich um eine horizontale Kontaktfläche handelt. Befindet sich ein Körper auf einer schiefen Ebene, so muss zusätzlich die Reibungskraft betrachtet werden. Diese wird mit \vec{F}_R gekennzeichnet und in Kapitel (2.5) genauer erklärt werden.

In Abbildung 3 ist der Fall vom ruhenden Körper auf einer schiefen Ebene mit den auftretenden Kräften veranschaulicht. Natürlich wirkt zunächst die Erdanziehungskraft nach unten (nicht im Bild). Da der Körper die schiefe Ebene nicht herunterrutscht, wirkt zusätzlich eine Reibungskraft F_R parallel zur Kontaktfläche und die Normalkraft F_{Normal} senkrecht zur Kontaktfläche. Es ist offensichtlich, dass in diesem Fall die Normalkraft nun nicht mehr genau entgegengesetzt zur Gravitationskraft gerichtet ist.

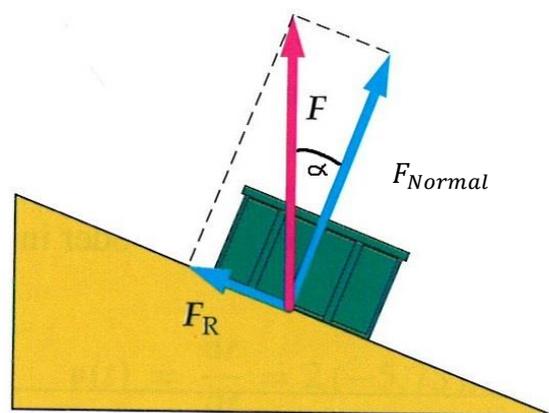


Abb. 3: Ruhender Körper auf einer schiefen Ebene.

Die grüne Kiste befindet sich ruhend auf der schiefen Ebene. Sowohl die Reibungskraft F_R , als auch die Normalkraft F_{Normal} wirken auf die Kiste. Die rot eingezeichnete Kraft F ist die resultierende Kraft.

Abgeändert von Quelle: Tipler, Mosca 2009, S. 108, Abb. 4.9b

Betrachtet man nun die Kontaktkraft \vec{F} , die durch Superposition der Reibungs- und Normalkraft zustande kommt und von der schiefen Ebene auf den Körper ausgeübt wird, so ist diese gerade die entgegengesetzte Kraft zur Gewichtskraft, die den Körper in Ruhe verharren lässt. Somit lässt sich über die Normalkraft auf einer schiefen Ebene folgender Zusammenhang mit der Gewichtskraft schließen:

$$\vec{F}_{Normal} = \cos \alpha \vec{F} = -\cos \alpha \vec{F}_G$$

Nun wird auch deutlich, dass eine horizontale Ebene den Fall $\alpha = 0^\circ$ darstellt, da damit $\cos \alpha = 1$ gilt.

2.4 Zentripetalkraft

Eine weitere wichtige Kraft im Zusammenhang mit dem Thema dieser Arbeit stellt die Zentripetalkraft dar. Diese tritt unter anderem bei Kreisbewegungen auf und soll mit Hilfe dieser auch knapp hergeleitet werden (vgl. Tipler, Mosca 2009, S. 153).

Dazu wird ein Massepunkt betrachtet, der sich auf einer Kreisbahn mit Abstand r zum Kreismittelpunkt P_0 und einer Geschwindigkeit v bewegt (Abb. 4). Nach dem zweiten Newtonschen Gesetz muss eine Kraft auf den Massepunkt wirken, damit dieser während seiner Bewegung auf der Kreisbahn (in Richtung P'_2) bleibt und sich nicht tangential von der Kreisbahn entfernt. Zur Her-

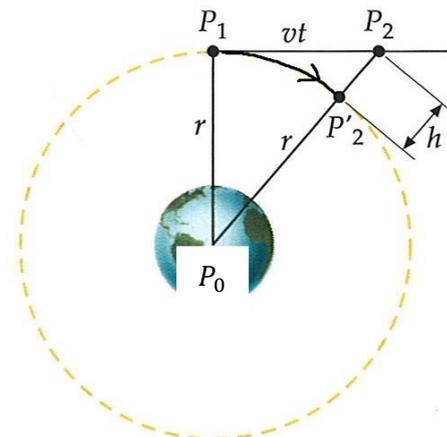


Abb. 4: Kreisumlaufbahn eines Massepunktes

Eine Massepunkt bewegt sich auf einer Kreisbahn um die Erde von P_1 nach P_2 . Weiterhin ist der Radius r , sowie die Geschwindigkeit v und die Zeit t eingezeichnet. Der Punkt P_2 stellt den Aufenthaltsort des Massepunktes ohne Richtungsänderung durch Kräfteeinwirkung nach der Zeit t dar. Die Größe h ist dabei der Wegunterschied zwischen P_2 und P'_2 .

Abgeändert von Quelle: Tipler, Mosca 2009, S. 153, Abb. 5.23

leitung dieser Kraft sollen nun drei Punkte in diesem System betrachtet werden. Zum einen der Punkt P_1 an dem sich der Massepunkt momentan befindet, zum anderen der Punkt P_2 , an dem sich der Massepunkt ohne Einwirkung der Kraft nach einer bestimmten Zeit t befindet und der Punkt P'_2 , an dem sich der Massepunkt mit Einwirken der Kraft nach der Zeit t befindet. Für einen genügend kleinen Zeitraum t liegen die Punkte P_2 und P'_2 auf derselben radialen Geraden, so dass sich ein rechtwinkliges Dreieck aus den Strecken $\overline{P_0P_1} = r$, $\overline{P_1P_2} = vt$ und $\overline{P_0P'_2} = r + h$ erzeugen lässt. Mit Hilfe des Satzes des Pythagoras lässt sich nun die Größe h bestimmen, um die der Massepunkt nach der Zeit t in Richtung Kreismittelpunkt beschleunigt wird:

$$(r + h)^2 = r^2 + (vt)^2$$

$$r^2 + 2rh + h^2 = r^2 + v^2t^2$$

Durch Subtraktion von r^2 und Ausklammern von h ergibt sich somit

$$h(2r + h) = v^2t^2$$

Da h für sehr kleine Zeiteinheiten im Vergleich zum Radius r sehr klein wird, ist anzunehmen, dass $2r + h \approx 2r$ gilt. Eingesetzt in die obige Gleichung ergibt dann

$$2rh \approx v^2t^2$$

Eine Umformung dieser Gleichung nach h und der Vergleich mit der gleichförmig beschleunigten Bewegungsgleichung ($h = \frac{1}{2}at^2$) liefern eine Lösung für die Beschleunigung des Massepunktes zum Kreismittelpunkt.

$$\begin{aligned} h &\approx \frac{1}{2} \frac{v^2}{r} t^2 \\ \Rightarrow a_z &= \frac{v^2}{r} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Unter Verwendung der Beziehung $F = ma$ folgt für die Kraft, die auf den Massepunkt wirkt und in Richtung Kreismittelpunkt zeigt:

$$F_z = ma_z = \frac{mv^2}{r} \quad (1.2)$$

Dabei werden a_z als Zentripetalbeschleunigung und F_z als Zentripetalkraft bezeichnet. Als Vektoren dargestellt sehen die beiden Größen wie folgt aus:

$$\vec{F}_z = m\vec{a}_z = \left(-\frac{mv^2}{r} \right) \vec{e}_r$$

Sowie

$$\vec{a}_z = \left(-\frac{v^2}{r} \right) \vec{e}_r$$

Dabei ist \vec{e}_r ein Basisvektor in Polarkoordinaten, welcher die Darstellung $\vec{e}_r = \begin{pmatrix} \sin(\varphi) \\ -\cos(\varphi) \end{pmatrix}$

besitzt. Durch diese Definition¹ ist der Basisvektor für den Winkel $\varphi = 0^\circ$ senkrecht nach unten gerichtet und dreht sich mit größer werdendem Winkel gegen den Uhrzeigersinn. In der folgenden Abbildung (siehe S. 10) sind die Basisvektoren \vec{e}_r und \vec{e}_φ eingezeichnet. Das negative Vorzeichen bei Kraft und Beschleunigung rührt daher, dass sowohl die Kraft als auch die Beschleunigung zum Kreismittelpunkt gerichtet sind.

¹ In den theoretischen Grundlagen in Kapitel 4.1 erleichtert diese Definition weitere Rechnungen mit vektoriellen Größen.

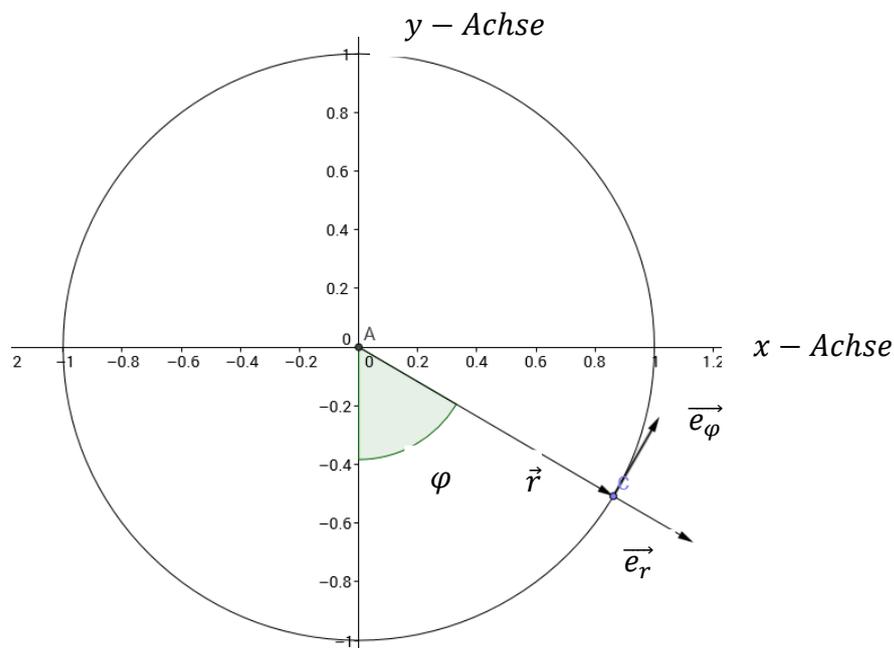


Abb. 5: Die Basisvektoren \vec{e}_r und \vec{e}_φ im zweidimensionalen Koordinatensystem. Sowie der Ortsvektor \vec{r}
 Quelle: Eigenes Werk, dargestellt mit der Software GeoGebra.

2.5 Reibungskräfte

Ebenso wie die Gravitationskraft treten auch Reibungskräfte immer und überall auf. Dabei wird zwischen verschiedenen Arten der Reibung unterschieden, obwohl ihr Prinzip immer dasselbe ist (vgl. Tipler, Mosca 2009, S. 137):

Ursache der Reibung ist die elektrische Anziehungskraft zwischen Atomen und Molekülen, auf die im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden soll. Aufgrund dieser Kraft werden die Moleküle von zwei aneinander angrenzenden Oberflächen bei Abständen von einigen Atomdurchmessern von einander angezogen. Betrachtet man nun die Oberflächen auf molekularer Ebene (Abb. 6), so fällt auf, dass Oberflächen, auch solche die glatt erscheinen, Unebenheiten aufweisen. Wenn zwei solche Oberflächen in Kontakt kommen, berühren diese sich also nicht überall, sondern nur an herausragenden Vorsprüngen.

Die Normalkraft, die von der einen Oberfläche auf die andere ausgeübt wird, tritt demnach nicht auf der ganzen Kontaktfläche auf, sondern beschränkt sich auf die sich berührenden Oberflächenunebenheiten (vgl. Tipler, Mosca 2009, S. 137). Nimmt die Normalkraft, beispielsweise durch Druck von außen, zu, werden die Vorsprünge der Oberflächen stärker aneinander gepresst, sodass sich diese abflachen

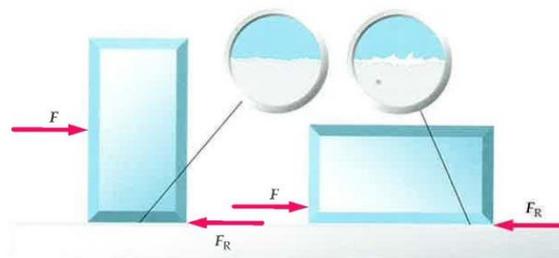


Abb. 6: Kontaktflächen auf molekularer Ebene vergrößert.

Quelle: Tipler, Mosca 2009, S. 136, Abb. 5.1

und zu einer größeren sich berührenden Oberfläche führen. Somit nehmen mit steigender Normalkraft auch die Anzahl der sich anziehenden Moleküle und damit auch die Reibungskraft zu. Aus diesem Grund lässt sich sagen, dass die auftretende Reibungskraft proportional zur auftretenden Normalkraft ist.

$$F_R = \mu_R F_{Normal}$$

Der Proportionalitätsfaktor μ_R ist dabei zum einen vom Material, zum anderen aber auch von der Art der Reibung abhängig.

Die für diese Arbeit relevante Art der Reibungskraft ist die Rollreibungskraft, welche im Folgenden genauer erläutert wird.

Im Idealfall sollte bei einem rollenden Rad keine Reibung auftreten. Das heißt, das Rad ist starr und kann mit konstanter Geschwindigkeit auf einer starren und horizontalen Straße reibungsfrei rollen (vgl. Tipler, Mosca 2009, S. 138). Realistisch gesehen ist dies jedoch nicht möglich, da sich sowohl das Rad, als auch die Straße beim Fahren ständig verformen. Veranschaulicht wird dies in Abbildung 7, bei der ein Gummireifen auf der Autobahn rollt. Hier ist die Verformung sehr offensichtlich, sie tritt jedoch bei allen Arten von Materialien auf, ist

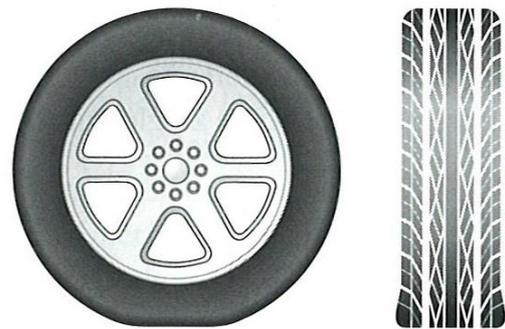


Abb. 7: Ein Gummireifen auf ebener Fahrbahn.
Der Gummireifen befindet sich auf ebener Fahrbahn und verformt sich dabei.
Quelle: Tipler, Mosca 2009, S. 138, Abb. 5.4

aber unterschiedlich stark ausgeprägt. Diese wird durch den Proportionalitätsfaktor μ_R ausgedrückt, welcher beispielsweise für einen Gummireifen auf Beton deutlich größer ist, als bei einem Stahlrad auf Stahlschienen. Durch das Ablösen des Reifens von der Fahrbahn, wird demnach eine Kraft auf den Reifen ausgeübt, dem der Reifen entgegenwirken muss.

3 Fehlkonzepte von Schülerinnen und Schülern

Im Folgenden werden die Fehlkonzepte zur Gewichtskraft und Erdanziehungskraft, beziehungsweise zur Erdbeschleunigung aufgeführt, da hier Verständnisschwierigkeiten bei Schülerinnen und Schülern auftreten können (vgl. Ciesla 2002). Ebenso wird auf den Unterschied zwischen der Zentrifugal- und Zentripetalkraft näher eingegangen, da diese in der Umgangssprache oft falsch verwendet werden.

3.1 Gewichtskraft und Erdbeschleunigung

Zur Definition der Gewichtskraft gibt es zwei mögliche Varianten, die den Schülerinnen und Schülern nahegelegt werden. Um Missverständnissen und Fehlvorstellungen vorzubeugen, ist es empfehlenswert mit einer Variante zu arbeiten (vgl. Ciesla 2002).

Bei beiden Definitionsvarianten der Gewichtskraft muss die Erdanziehungskraft herangezogen werden. Beide müssen strikt voneinander getrennt werden, da die Gewichtskraft aus der Erdanziehungskraft resultiert. Bei der ersten Variante greift die Gewichtskraft nicht im Massenmittelpunkt an, sondern nur an Kontaktflächen (beim Aufhängen am Haken, beim Ablegen oder Halten von unten auf der Auflagefläche) (vgl. Ciesla 2002).

Bei der zweiten Variante greift die Gewichtskraft ebenso wie die Erdanziehungskraft im Massenmittelpunkt an. Um dies zu begründen, müssen jedoch Inertialsysteme sowie ebenfalls wirkende Scheinkräfte eingeführt werden. Da dies zu weiteren Missverständnissen und Fehlvorstellungen führen kann, wird im Folgenden die erste Variante der Definition der Gewichtskraft genauer erläutert (vgl. Ciesla 2002).

Zunächst sollte bei den Konzepten der Schülerinnen und Schülern begonnen werden, die bereits mit dem Begriff der Schwere vertraut sind. Ihrer Erfahrung nach ist beispielsweise eine Kiste, die in der Hand gehalten wird *schwer* und vermutlich haben sie auch eine Vorstellung davon, dass die Kiste von der Erde *angezogen* wird (vgl. Ciesla 2002).

Für die physikalische Betrachtungsweise werden zunächst die Größen Masse und Kraft unterschieden und die Kiste als Körper bezeichnet, auf den die Erdanziehungskraft im Massenmittelpunkt wirkt. Die Gewichtskraft ist dabei die resultierende Kraft, als Ursache der Erdanziehungskraft, „mit der ein Körper an seiner Aufhängung zieht oder auf seine Unterlage drückt“ (Ciesla 2002, S. 25) und eben nicht im Mittelpunkt des Körpers wirkt. Mit der Einführung der Erdanziehungskraft und der Erdbeschleunigung muss darauf geachtet werden, diese nicht mit der Gewichtskraft zu identifizieren.

Die Erdbeschleunigung bewirkt die gleichmäßig beschleunigte Bewegung eines Körpers im freien Fall, sowie ein statisches Gleichgewicht am ruhenden Körper und greift im Massenmit-

telpunkt an. Obwohl die Gewichtskraft und die Erdanziehungskraft dann den gleichen Betrag haben, muss heraus gearbeitet werden, dass die Gewichtskraft aus der Erdanziehungskraft resultiert, wenn ein Körper an einem Haken hängt oder auf einer Unterlage aufliegt (vgl. Ciesla 2002).

Das Fehlkonzept von Schülerinnen und Schülern tritt häufig dann auf, wenn mit potentieller und kinetischer Energie gerechnet wird (vgl. Ciesla 2002). Hierbei wird von Schülerinnen und Schülern oft auf die Gewichtskraft zurückgegriffen. Befindet sich ein Körper im freien Fall, ist jedoch die Gewichtskraft gleich 0, da der Körper weder auf eine Unterlage drückt, noch an einem Haken zieht. Er befindet sich in gleichmäßig beschleunigter Bewegung in Richtung Erdoberfläche. Die Erdanziehungskraft greift jedoch konstant am Massenmittelpunkt an, so-

dass die potentielle Energie eben durch die Erdanziehungskraft entsteht. In Abbildung 8 ist das Fehlkonzept von Schülerinnen und Schülern einmal deutlich skizziert. Es ist ein Körper eingezeichnet, der zu Anfang (oben im Bild) auf einer Unterlage liegt, sich dann im freien Fall befindet (mittig im Bild) und anschließend wieder auf einer Unterlage liegt (unten im Bild). Für die obere und untere Skizzierung mit Unterlage sind die Gewichts- und Erdanziehungskraft betragsmäßig gleich, wirken jedoch nicht im selben Punkt. Am mittleren Bild wird deutlich, dass die Erdanziehungskraft konstant bleibt, wogegen die Gewichtskraft verschwindet, da sich der Körper im freien Fall befindet und somit keine Kraft auf eine Kontaktfläche ausüben kann.

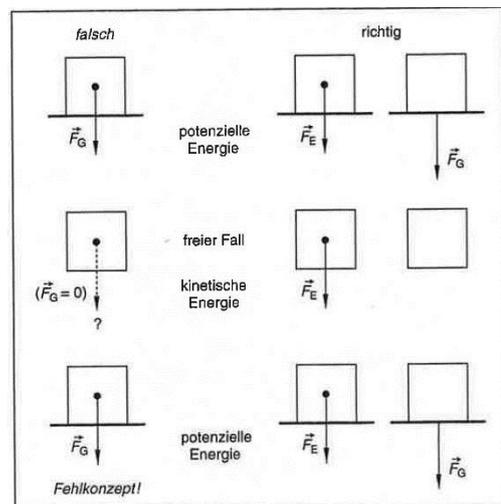


Abb. 8: Fehlkonzept zur Gewichtskraft
Quelle: Ciesla 2002, S. 26, Abb. 3

Im weiteren Verlauf der Arbeit ist die Trennung von Erdanziehungskraft und Gewichtskraft weiterhin entscheidend. Bei der Betrachtung eines durch einen Looping fahrenden Wagens wirkt zwar konstant die Erdbeschleunigung, seine Gewichtskraft weicht jedoch Betrags- und Richtungsmäßig von der Erdanziehungskraft ab, da zu der einwirkenden Erdanziehungskraft ebenfalls die Zentripetalkraft mit berücksichtigt werden muss.

3.2 Zentripetal- und Zentrifugalkraft

Die Zentrifugalkraft auch als Fliehkraft bezeichnet, wird im umgangssprachlichen Gebrauch häufig im Kontext von Kreisbewegungen wie Kurvenfahrten, Karussells, aber auch Loopings in der Achterbahn verwendet (vgl. [1]). Dabei bedeutet dies im umgangssprachlichen Ge-

brauch, dass *man nach außen gedrückt wird*. Neben der Zentrifugalkraft, steht auch die Zentripetalkraft, die in der Umgangssprache erfahrungsgemäß eher unbekannt ist. In diesem Kapitel wird der Unterschied der beiden Kräfte herausgearbeitet werden, um einen falschen Gebrauch der beiden Begriffe zu vermeiden.

Um ein Objekt auf einer Kreisbahn zu halten, beispielsweise ein Auto, das durch eine Kurve fährt, muss eine Kraft auf das Objekt wirken, die in Richtung Kreismittelpunkt gerichtet ist (vgl. Tipler, Mosca, 2009, S. 163). Diese Kraft wird Zentripetalkraft genannt und wird in dem Fall von einem Auto, das durch eine Kurve fährt, von der Haftung der Reifen auf der Fahrbahn aufgebracht. Bei einer Achterbahnfahrt im Looping wird diese Kraft von den kreisförmigen Schienen aufgebracht. Ein Mensch, der sich aber im Auto oder in der Achterbahn befindet, wird vermutlich nicht behaupten, dass er während der Kurven- oder Loopingfahrt in Richtung Kreismittelpunkt *gedrückt* wird, sondern verspürt lediglich einen Druck nach außen (also vom Kreismittelpunkt weg) und wird daher von der Zentrifugalkraft sprechen.

Dieser Widerspruch rührt daher, dass sich der Mensch, der sich im Auto oder in der Achterbahn befindet, sich in einem beschleunigten Bezugssystem befindet, in dem Scheinkräfte auftreten. In einem Inertialsystem betrachtet, also einem System ohne Scheinkräfte, das den Newtonschen Gesetzen genügt, kann eine Änderung der Bewegungsrichtung nur dann geschehen, wenn eine Kraft in dieselbe Richtung der Bewegungsänderung ausgeübt wird. Daher ist die Zentrifugalkraft nur eine Scheinkraft, die durch die Transformation von Bewegungsgleichungen von einem Inertialsystem in ein anderes Bezugssystem entsteht.

Der Autofahrer, der um die Kurve fährt, nimmt die Kräfte aus dem Bezugssystem wahr, in welchem er sich in Ruhe befindet. Bei einer Kurvenfahrt bewegt sich beispielsweise die Umgebung um ihn herum (vgl. Tipler, Mosca, 2009, S. 163).

4 Theoretische Grundlagen

4.1 Kräfte und Geschwindigkeiten im Looping

Die Fahrt durch einen Looping kann annähernd² durch eine vertikale Kreisbewegung beschrieben werden. Dabei findet ein Wechselspiel zwischen den unterschiedlichen Kräften statt, die während der Fahrt auf den Wagen wirken (Fromme 2008, S. 293). Zum einen resultiert aus der Erdanziehungskraft die Gewichtskraft des Wagens, zum anderen wirkt eine Rückstellkraft der Schienen, die den Wagen auf die Kreisbahn zwingt. Aus diesen beiden Kräften lässt sich die Zentripetalkraft, die während der Fahrt auf den Wagen wirkt, bestim-

² In der Realität sind Loopings nicht kreisrund, sondern klothoidenförmig aufgebaut, um die G-Kräfte, die auf den Fahrgast wirken, im Rahmen des für den menschlichen Körper aushaltbarem Maßes zu lassen.

men. Ebenso wichtig wie die Betrachtung der Kräfte ist das Heranziehen des Energieerhaltungssatzes, um die Fahrt durch einen Looping zu beschreiben.

Zunächst erfolgt eine qualitative Beschreibung der Kräfte und Energien, gefolgt von der quantitativen Analyse, wobei die Reibung zunächst vernachlässigt werden soll.

Bewegt sich der Wagen im Looping, wird er von den Schienen auf eine Kreisbahn gezwängt. Aufgrund seiner Massenträgheit und der Normalkomponente seiner Gewichtskraft, bewirkt der Wagen jedoch eine elastische Verformung der Bahn, sodass der ruhende Beobachter die Rückstellkraft des Bahnmaterials als Zentripetalkraft, die auf den Wagen wirkt, wahrnimmt (vgl. Becker 1993). Qualitativ lassen sich zwei mathematisch gleiche Zusammenhän-

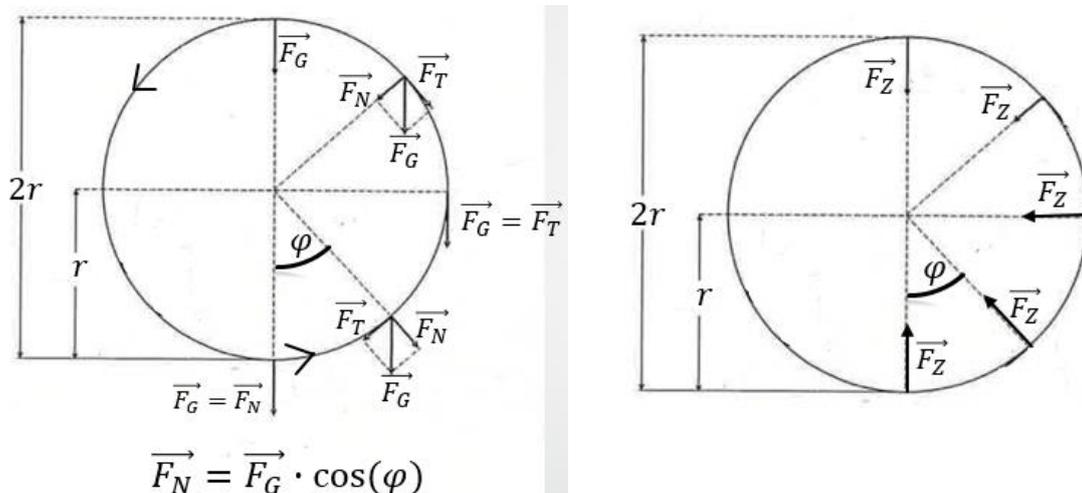


Abb. 9a: Kreisrunder Looping mit Komponentenzersetzung der Gewichtskraft in Normal- und Tangentialkomponente

Quelle: Angelehnt an Fromme 2008, S. 293, Abb. 1

Abb. 9b: Kreisrunder Looping mit Zentripetalkraft

Quelle: Angelehnt an Fromme 2008, S. 293, Abb. 1

ge aufstellen, wie die Rückstellkraft des Bahnmaterials (nicht im Bild), auch genannt Bahnkraft, die Normalkomponente der Gewichtskraft des Wagens (Abb. 9a) und die Zentripetalkraft (Abb. 9b) mit einander wechselwirken, welche sich je nach Beobachter unterscheiden. Aus der Sicht eines ruhenden, außenstehenden Beobachters setzt sich die Zentripetalkraft aus der Summe der Bahnkraft und der Normalkomponente der Gewichtskraft zusammen, sodass der Wagen dadurch auf der Kreisbahn gehalten wird. Befindet sich der Beobachter dagegen selbst im Fahrzeug, so nimmt er die Bahnkraft wahr, die die Differenz der auftretenden Zentripetalkraft mit der Normalkomponente der Gewichtskraft ist. Da in der Praxis die Messung aus der Perspektive des Fahrgastes stattfindet, wird mit folgender Gleichung gerechnet:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_Z - \vec{F}_N$$

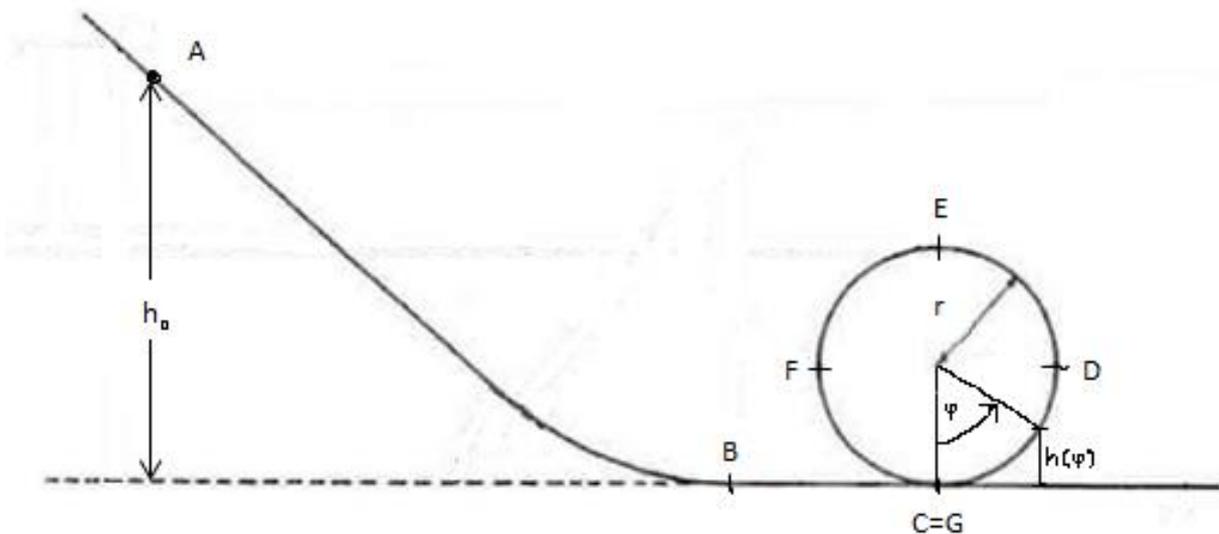


Abb. 10: Skizze eines Loopings, mit voriger Abfahrt

Der Startpunkt des Wagens ist in Punkt A. Der weitere Streckenverlauf ist durch den Abhang, gefolgt von einer Geraden und einem sich daran anschließenden Kreislooping gekennzeichnet.

Quelle: Angelehnt an Becker 1993, S. 288, Abb. 1b

Weiterhin stellt sich nun die Frage nach der Anfangsenergie, die der Wagen besitzen muss, um den Looping zu durchfahren, insbesondere, um über den oberen Scheitelpunkt des Loopings (Punkt E, Abb. 10) hinauszukommen, da dem Wagen während der Schleifenfahrt keine zusätzliche Energie zugefügt werden soll. Hierzu werden die potentielle und kinetische Energie des Wagens betrachtet, die gemeinsam, aufgrund einer reibungsfreien Betrachtung, der Energieerhaltung genügen. Zunächst soll die Fahrt des Wagens vom Startpunkt A (Abb. 10) bis zum Verlassen des Loopings (Punkt G, Abb. 10) nachvollzogen werden.

Da der Wagen vor der Fahrt durch den Looping keine kinetische Energie besitzen soll (Punkt A, Abb. 10), besteht die Gesamtenergie des Wagens bloß aus seiner potentiellen Energie, welche durch die Starthöhe h_0 gegeben ist. Wird der Wagen los gelassen, wandelt sich die potentielle Energie auf dem Weg von Punkt A nach Punkt B komplett in kinetische Energie um, sodass sich eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Wagens bei Einfahrt in den Looping ergibt. Da die Reibung vernachlässigt werden soll, ergeben sich für den Weg von B nach C keine Änderungen für die Energie des Wagens. Von Punkt C zum Punkt D nimmt nun die Geschwindigkeit des Wagens ab, da seine kinetische Energie teilweise wieder in potentielle Energie umgewandelt wird, wobei diese von seiner Höhe im Punkt D, abhängig ist, welche gerade dem Radius r des Loopings entspricht. Auf dem Weg nach Punkt E nimmt die kinetische Energie weiterhin ab und ist während der Fahrt durch den Looping nun am Minimum angelangt, da die maximale Höhe von $2r$ im Looping erreicht wurde. Auf Grund der Reibungsfreiheit sind nun nach dem Weg am Punkt F die gleichen Voraussetzungen wie an Punkt D gegeben, welches für die Weiterfahrt nach Punkt G=C gilt, sodass die potentielle Energie des Wagens wieder in kinetische Energie umgewandelt wird.

Im Folgenden wird die nötige Starthöhe für den Wagen bestimmt, damit dieser den Looping unfallfrei durchfahren kann. Hierfür müssen der obere Scheitelpunkt E, sowie die dort wirkenden Kräfte betrachtet werden. Die Normalkomponente der Gewichtskraft hat hier ein Maximum erreicht (ein weiteres mit gleichem Betrag befindet sich in Punkt C=G), da sie gleich der Gewichtskraft des Wagens ist. Damit der Wagen nicht hinunter fällt muss die Zentripetalkraft, die von der Geschwindigkeit des Wagens abhängt, nun vom Betrag her genauso groß sein wie die Gewichtskraft des Wagens. Für die Bahnkraft bedeutet dies, dass diese den Wert Null annimmt (vgl. Fromme 2008, S. 294).

Zur Bestimmung dieser Größen muss nun eine quantitative Betrachtung der Loopingfahrt vorgenommen werden. Aus der oben genannten Bedingung, dass Zentripetalkraft und Gewichtskraft betragsmäßig gleichgroß sind, folgt

$$mg = \frac{mv_s^2}{r} \quad (2.1)$$

wobei v_s die Geschwindigkeit des Wagens im oberen Scheitelpunkt des Loopings darstellt, g die Erdbeschleunigung und m die Masse des Wagens. Mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes für das System in Abbildung 10 (S. 16) gilt nun

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_s^2 + mg2r \quad (2.2)$$

Der erste Term mgh_0 stellt nun die potentielle Energie dar, die der Wagen im Punkt A besitzt, welche ebenfalls die Gesamtenergie des Systems darstellt, da der Wagen sich zunächst in Ruhe befindet. Auf der rechten Seite der zweiten Gleichung finden sich die kinetische Energie, sowie die potentielle Energie des Wagens im Punkt E.

Für die minimale Geschwindigkeit im oberen Scheitelpunkt des Loopings ergibt sich aus Gleichung (2.1):

$$v_s = \sqrt{gr}$$

Setzt man diesen Term in Gleichung (2.2) ein und löst diese nach der Höhe h_0 auf, ergibt sich die minimale Starthöhe für den Wagen im Punkt A:

$$\begin{aligned} mgh_0 &= \frac{1}{2}mgr + mg2r \\ h_0 &= \frac{5}{2}r = 2,5r \end{aligned} \quad (2.3)$$

Nachdem die Starthöhe ermittelt wurde, werden auch die auftretenden Kräfte (Bahnkraft, Zentripetalkraft und die Normalkomponente der Gewichtskraft) quantitativ betrachtet, da sich diese aufgrund der vertikalen Kreisbewegung beschränkt auf die Loopingfahrt (von Punkt C nach G) stetig ändern. Dafür sollen Polarkoordinaten verwendet werden, sodass der Winkel φ den Aufenthaltsort des Wagens innerhalb des Loopings beschreiben wird. Dabei gilt für die Punkte C und G, dass der Winkel gerade den Wert $\varphi_C = 0^\circ = 0$, bzw. $\varphi_G = 360^\circ = 2\pi$ hat.

Für die Punkte D, E und F gilt dementsprechend $\varphi_D = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_E = 180^\circ = \pi$ und $\varphi_F = 270^\circ = \frac{3\pi}{2}$ (siehe Abb. 9). Diese Festlegung des Winkels ergibt nun die folgenden Größen für die drei auftretenden Kräfte in Abhängigkeit des Ortes des Wagens im Looping (s. Abb. 9a)

$$\vec{F}_N = \vec{F}_G \cos(\varphi) = mg \cos(\varphi) \vec{e}_r$$

Dabei ist \vec{F}_N die Normalkomponente der Gewichtskraft \vec{F}_G . (nicht zu verwechseln mit der Normalkraft \vec{F}_{Normal})

Um die Zentripetalkraft ortsabhängig bestimmen zu können, muss die Geschwindigkeit des Wagens an jedem Ort des Loopings bekannt sein. Diese erhält man aus dem Energieerhaltungssatz, der für das oben abgebildete System (Abb. 10) gilt:

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv(\varphi)^2 + mgh(\varphi) \quad (2.4)$$

Durch Kürzen der Masse m und Umstellen der Gleichung (2.4) ergibt sich für die Geschwindigkeit in Abhängigkeit des Winkels φ folgender Ausdruck:

$$v(\varphi) = \sqrt{2g(h_0 - h(\varphi))} \quad (2.5)$$

Da die Geschwindigkeit nun immer noch von der Funktion $h(\varphi)$ bestimmt wird, soll nun für diese eine Gleichung gefunden werden, die vom Radius des Loopings und dem Winkel abhängt, welche sich aus Abbildung 10 ergibt. Die Höhe im Looping wird gerade durch den Kosinus von φ gegeben. Da sich der Mittelpunkt des Loopings nicht im Nullpunkt befindet, müssen die Werte um den Radius r des Loopings vergrößert werden. Dadurch folgt für die Höhe des Wagens im Looping:

$$h(\varphi) = r - r \cdot \cos(\varphi) = r(1 - \cos(\varphi))$$

Wird diese Formel nun in Gleichung (2.5) eingesetzt, ergibt sich dadurch für die Geschwindigkeit

$$v(\varphi) = \sqrt{2g(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}$$

Durch das Einsetzen der Geschwindigkeit in die Formeln für die Zentripetalbeschleunigung (1.1) und für die Zentripetalkraft (1.2) ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$a_z = \frac{v(\varphi)^2}{r} = \frac{2g(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r}$$

und

$$F_z = ma_z = \frac{2mg(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r}$$

Damit ergibt sich für die Bahnkraft, die als Differenz von Zentripetalkraft³ und Normalkomponente der Gewichtskraft dargestellt werden kann:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_z - \vec{F}_N = \left(-\frac{mv(\varphi)^2}{r} \right) \vec{e}_r - mg \cos(\varphi) \vec{e}_r$$

³ Hier wird nun die vektorielle Schreibweise der Zentripetalkraft aus Kapitel 1.4 verwendet.

$$= \left(-\frac{2mg(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r} \right) \vec{e}_r - mg \cos(\varphi) \vec{e}_r \quad (2.6)$$

Sowie für die gemessene Beschleunigung:

$$\begin{aligned} \vec{a}_B &= \left(-\frac{v(\varphi)^2}{r} \right) \vec{e}_r - g \cos(\varphi) \vec{e}_r \\ &= \left(-\frac{2g(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r} \right) \vec{e}_r - g \cos(\varphi) \vec{e}_r \end{aligned}$$

Da sich bei den Experimenten das Messgerät im beschleunigten Bezugssystem befindet und sich die Messachse des Gerätes *mit dreht*, ist bloß der Betrag der Beschleunigung entscheidend, da die Radialbeschleunigung somit stets in Richtung der Messachse des Gerätes gerichtet ist:

$$\begin{aligned} a_B = |\vec{a}_B| &= \left| \left(-\frac{2g(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r} \right) \vec{e}_r - g \cos(\varphi) \vec{e}_r \right| \\ &= \left| \left(-\frac{2g(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r} \right) - g \cos(\varphi) \right| \cdot |\vec{e}_r| \\ &= \left| -\left(\frac{2g(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r} + g \cos(\varphi) \right) \right| \cdot 1 \\ &= \frac{2g(h_0 - r(1 - \cos(\varphi)))}{r} + g \cos(\varphi) \quad (2.7) \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Gleichung (2.7) lassen sich die Beschleunigungen für einen kreisrunden Looping für alle Punkte des Loopings bestimmen. Für eine Loopingfahrt, die der Bedingung genügt, dass der Wagen es gerade noch durch den Looping schafft, also die Gleichung (2.1) gilt und die Starthöhe entsprechend Gleichung (2.3) gewählt ist, treten folgende Beschleunigungen bei Ein- und Ausfahrt bzw. am oberen Scheitelpunkt im Looping auf, wenn diese in Gleichung (2.7) eingesetzt werden:

Ein-/Ausfahrt:

$$a_B = \frac{2g(2,5r - r(1 - \cos(0)))}{r} - \vec{g} \cos(0) = \frac{5rg}{r} + g = 6g$$

Oberer Scheitelpunkt:

$$a_B = \frac{2g(2,5r - r(1 - \cos(180)))}{r} - \vec{g} \cos(180) = \frac{1rg}{r} - g = 0g$$

Dies bedeutet, dass der Fahrgast bei Ein- und Ausfahrt sein 6-faches Körpergewicht wahrnimmt, wohingegen er sich am oberen Scheitelpunkt des Loopings schwerelos fühlt.

4.2 Die Rollreibungskraft im Looping

In der Realität geschieht kein Vorgang reibungsfrei, deswegen wird nun auch für die Bewegung im Looping die auftretende Rollreibungskraft berücksichtigt werden. Dabei ist bereits an dieser Stelle angemerkt, dass durch das Miteinbeziehen der Rollreibungskraft die folgenden theoretischen Überlegungen nur eine bessere Annäherung darstellen als die, bei der die Reibung gänzlich vernachlässigt wird.

Beginnend bei der Energiebetrachtung kann nun erneut der Energieerhaltungssatz aufgestellt werden. Dieser setzt sich bei der Berücksichtigung der Rollreibungskraft zusammen wie Gleichung (2.2) veranschaulicht, nur dass diese um den Term E_R ergänzt wird, welcher die Reibungsenergie darstellt. Somit ergibt sich folgender Energiezusammenhang:

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} + E_R$$
$$mgh_0 = \frac{1}{2}m \cdot v(\varphi)^2 + mg \cdot h(\varphi) + E_R$$

Die Energie, die während der Fahrt in Reibungsenergie umgewandelt wird, ist dabei abhängig von der auftretenden Reibungskraft, sowie dem zurückgelegten Weg des Zuges:

$$E_R = F_R \Delta s$$

Wie in Kapitel (2.5) bereits beschrieben, ist die Reibungskraft proportional zum Produkt aus der Normalkraft und dem Rollreibungskoeffizienten:

$$E_R = \mu_R F_{Normal} \Delta s$$

Die Normalkraft entspricht gerade der Bahnkraft, da diese stets orthogonal zur Bewegungsrichtung und zur Kontaktfläche des Zuges mit den Schienen ist. Die Wegdifferenz lässt sich mittels Polarkoordinaten ebenfalls als Produkt der Winkeländerung mit dem Radius beschreiben, sodass die Reibungsenergie im Looping wie folgt ist:

$$E_R = \mu_R F_B r \Delta \varphi$$

Hier ergibt sich nun folgendes Problem. Einerseits ist die Geschwindigkeit abhängig von der auftretenden Reibung, andererseits ist die Reibung wiederum abhängig von der Geschwindigkeit, sowie der Winkeländerung, welche ebenfalls, zeitlich betrachtet, abhängig von der Geschwindigkeit des Zuges ist.

Eine Lösung dieses Problems bietet ein Iterationsverfahren (vgl. Becker 1993, S. 291). Dafür wird die Startgeschwindigkeit v_0 beim Eintritt in den Looping festgehalten. Weiterhin wird die Strecke im Looping in einzelne Abschnitte unterteilt, auf denen die Geschwindigkeit reibungsfrei betrachtet wird. Für jeden neuen Abschnitt den der Zug erreicht, kann nun berechnet werden, wie viel Energie in potentielle Energie und Reibungsenergie umgewandelt wurde. Für ausreichend kleine Abschnitte $\Delta \varphi$ kann auf diesem Wege eine gute Annäherung an den Fall mit Reibung beschrieben werden. Für den Energieerhaltungssatz folgt damit für den ersten Streckenabschnitt:

$$E_{kin_0} = E_{kin_1} + \Delta E_{pot_{0,1}} + E_{R_{0,1}}$$

Wobei E_{kin_0} die Gesamtenergie darstellt, welche am untersten Punkt des Loopings nur durch die kinetische Energie gegeben ist. Die kinetische Energie mit Index 1 ist dabei am Ende vom ersten Streckenabschnitt gemessen, sowie die Reibungsenergie $E_{R_{0,1}}$, die auf dem Streckenabschnitt vom Startpunkt (0) bis zum Ende des ersten Abschnitts (1) auftritt. Weiterhin ist $\Delta E_{pot_{0,1}}$ die Differenz der potentiellen Energie des Wagens zwischen dem Startpunkt und dem Endpunkt des Streckenabschnittes. Iterativ lässt sich nun für jeden Beginn eines neuen Streckenabschnitts die kinetische Energie bestimmen:

$$E_{kin_{n+1}} = E_{kin_n} - \Delta E_{pot_{n,n+1}} - E_{R_{n,n+1}}$$

Da alle auftretenden Energien von der Masse des Zuges abhängig sind, lässt sich durch diese dividieren und durch anschließende Umformung die Gleichung auf die Geschwindigkeit reduzieren:

$$v_{n+1}^2 = v_n^2 - 2g \cdot h(\Delta\varphi) - 2\mu_R \cdot a_B(\Delta\varphi) \cdot r\Delta\varphi$$

4.3 Der Klothoiden-Kreis-förmige Looping

In Kapitel 4.1 wurden die Beschleunigungen berechnet, die bei einer Loopingfahrt mindestens auf den menschlichen Körper wirken. Da eine Belastung des 6-fachen Körpergewichtes sehr hoch und teilweise schädlich für den Körper werden kann, werden in der Realität Klothoiden-Kreis-förmige Loopings gebaut.

Eine Klothoide (Abb. 11) ist dabei eine spiralförmige Kurve mit lokalem Krümmungsradius (Bronstein 2008, S. 107). Dieser steht in umgekehrtem Verhältnis zur Bogenlänge, nimmt also mit zunehmender Bogenlänge ab. Der Proportionalitätsfaktor zwischen Radius r und Bogenlänge s wird dabei Klothoidenparameter genannt. Das Verhältnis von Radius und Bogenlänge ist:

$$r = \frac{p^2}{s}$$

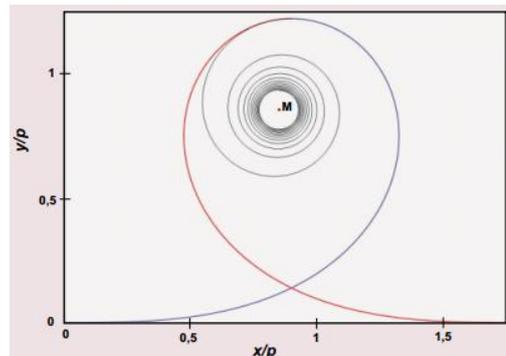


Abb. 11: Positiver Ast der Klothoide und dessen Ergänzung durch Spiegelung zum vollständigen Looping.

Quelle: Heintz u.a. 2009, S. 93

Für die Darstellung einer Klothoide im zweidimensionalen Koordinatensystem gelten für die x- bzw. y-Koordinate der Klothoide

$$x = p\sqrt{\pi} \int_0^t \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt$$

$$y = p\sqrt{\pi} \int_0^t \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt$$

wobei für den Parameter t gilt: $t = \frac{s}{\sqrt{p\pi}}$.

Da diese Integrale sich nicht durch elementare Funktionen ausdrücken lassen, müssen die Gleichungen einzeln für verschiedene Grenzen t gelöst werden (Bronstein 2008, S. 107).

Ein Klothoiden-Kreis-förmiger Looping (Abb. 12) besteht aus zwei symmetrischen Klothoidenteilen, sowie aus einem Halbkreis mit festem Radius. Zu Beginn der Klothoide findet ein Übergang von einem $R = \infty$ großen Radius (Abb. 13) zum Radius R_1 statt. Im weiteren Verlauf der Bahnkurve nimmt der Radius weiterhin ab. Dadurch wird die Zentripetalbeschleunigung bei der Einfahrt und Ausfahrt während einer Loopingfahrt auf etwa 4g reduziert, was später gezeigt wird.

Eine Berechnung der auftretenden Beschleunigung ist im Rahmen dieser Arbeit durch die Komplexität der Formeln nicht möglich, im Kapitel (6.1) können die Messergebnisse aus dem Heidepark, mit Hilfe der Konstruktionspläne, durch eine gute Näherung dargestellt werden, in dem der Radius Streckenabschnittsweise im klothoidenförmigen Bereich des Loopings angegeben ist. In Kapitel (5.4) wird zusätzlich eine Applikation für den Computer vorgestellt, mit der die Beschleunigung im Klothoiden-Kreis-förmigen Looping ebenfalls dargestellt werden kann.

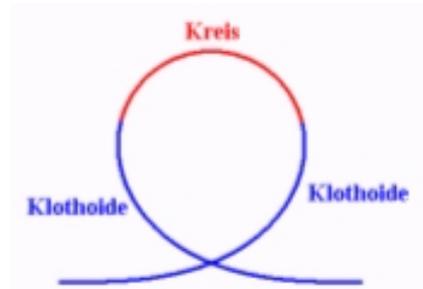


Abb. 12: Klothoiden-Kreis-Looping
Quelle: Screenshot der Looping.exe

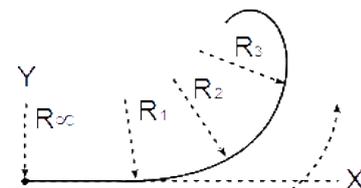


Abb. 13: Klothoidenskizze
Quelle: [3]. Urheber: Dr. Bodo Biedermann

5 Messgeräte und Aufbauten

5.1 WDSS (Wireless Dynamic Sensor System)

Das Wireless Dynamic Sensor System (kurz: WDSS) von Vernier ist ein Messgerät, das mit einem 3-Achsen Beschleunigungssensor, sowie Kraftmessern und einem Höhenmeter ausgestattet ist. Die für die Arbeit relevanten Funktionen sind zum einen das Messen der Beschleunigung, sowie das Messen der Höhe. In Abbildung 14 sind das Gerät, sowie die Beschriftung der einzelnen Elemente des Messgerätes zu sehen. Oben auf dem Gerät ist der Start/Stop Button für die Aktivierung/Beendung des Messvorgangs.

Darunter befinden sich die 3 Achsen des Messgerätes, wobei die x-Achse nach oben zeigt, die y-Achse (auf dem Bild) nach links und die z-

Achse aus dem Gerät heraus. Darunter sind zwei LEDs, die Aufschluss über den Status der Messdatenaufnahme (*Data Collection LED*) und die Bluetooth-Verbindung (*Bluetooth Communication LED*) geben. Mit dem On/Off-Schalter lässt sich das Gerät ein- und ausschalten, darunter ist die Batterieanzeige.

Der Beschleunigungssensor besteht aus drei kapazitiven Sensoren (siehe Betriebsanleitung), dessen Messachsen jeweils orthogonal zu einander eingebaut sind, sodass Beschleunigungen in x-,y- und z-Achsen-Richtung gemessen werden können. Der kapazitive Sensor besteht aus einem Kondensator, zwischen dessen Platten sich eine Masseelektrode befinden, die in Richtung einer Achse beweglich ist. Bei einer Beschleunigung des Sensors bewegt sich die Masseelektrode zwischen den Kondensatorplatten, wodurch sich die Kapazität zwischen jeweils einer Platte und der Masseelektrode verändert⁴. Die Kapazitätsänderung wird anschließend in ein Spannungssignal konvertiert, welche ebenfalls linear proportional zur auftretenden Kapazitätsänderung, sowie zur Beschleunigung ist.

Mit dem 3-Achsen Beschleunigungssensor sind somit Beschleunigungen von bis zu $\pm 6g$ messbar (g ist dabei die Erdbeschleunigung mit $g = 9,8 \frac{m}{s}$), welche ausreichend für jegliche Messungen mit dem menschlichen Körper sind, da dieser bei Beschleunigungen über/unter $\pm 6g$ Schaden nehmen könnte. Bei der Messung ist es zudem nicht von Relevanz, ob die



Abb. 14: Das WDSS

Quelle: Betriebsanleitung

⁴ Bei kleinen Auslenkungen ist die Änderung der Kapazität linear zur Auslenkung.

Beschleunigung dynamisch (bspw. durch Vibration) oder statisch (bspw. durch die Erdbeschleunigung) zustande kommt, da der Sensor beides gleichermaßen misst.

Um zu überprüfen, ob der 3-Achsen Beschleunigungssensor richtig kalibriert ist, kann man diesen eingeschaltet auf eine Oberfläche stellen, sodass die x-Achse nach oben zeigt. Nun sollten in z- und y- Richtung die Werte 0 erscheinen, sowie eine Beschleunigung von $+9,8 \frac{m}{s}$ auf der x-Achse. Zur genaueren Überprüfungen kann der Sensor nun jeweils so hingelegt werden, dass abwechselnd eine Achse „nach oben“ zeigt und die beiden anderen horizontal verlaufen. Dies sollte zur Folge haben, dass jeweils immer auf der nach oben gerichteten Achse die Beschleunigung von +1g gemessen wird. Falls eine Achse nach unten statt nach oben zeigt, sollte auf dieser eine Beschleunigung von -1g gemessen werden. Bei Bedarf kann der 3-Achsen Beschleunigungssensor auch auf 0 gesetzt werden, wobei darauf zu achten ist, dass die Achse, die während der Kalibrierung auf 0 nach oben zeigt, eine Beschleunigung von -1g misst, wenn sie horizontal ausgerichtet ist und -2g misst, wenn sie nach unten ausgerichtet ist.

Die Höhenmessung basiert auf einem barometrischen Höhenmesser (siehe Betriebsanleitung). Wichtig ist hier zu beachten, dass nicht die Höhe bezüglich der Normalnull Grenze erfolgt, sondern die Höhe immer nur absolut zur Starthöhe bei Einschaltung des Messgerätes, also die Höhendifferenz, gemessen wird, was eine Kalibrierung bei Messbeginn erübrigt, solange die Starthöhe bei der Messung mit der „gewollten“ Starthöhe übereinstimmt. Im Messgerät befindet sich eine Membran, die sich bei einer Änderung des Luftdrucks verbiegt und so, in einen Schaltkreis geschaltet, ebenfalls ein Spannungssignal liefert, dessen Änderungen linear proportional zur Luftdruckänderung sind. Dabei ist auf der einen Seite der Membran ein Vakuum, sodass der Sensor den Absolutluftdruck misst (Siehe Betriebsanleitung).

Die Messreichweite beträgt für diesen Sensor bis zu $\pm 300 m$, nimmt jedoch Änderungen erst ab Höhendifferenzen von 5m aufgrund des sich schwach ändernden Luftdrucks wahr. Gleichermaßen heftige Beschleunigungen können leichte Auswirkungen auf die Membran und damit auf die Höhenmessung haben. Gleichwohl sind diese jedoch sehr klein und können damit vernachlässigt werden.

Um Messungen mit dem WDSS durchzuführen, wird die Software *Logger Pro* benötigt, welche mit dem WDSS mitgeliefert wird, sowie ein Bluetooth-USB-Adapter, der ebenfalls im Lieferumfang enthalten ist. Vor den Messungen muss das WDSS mit der Software *Logger Pro* über Bluetooth mit dem PC/Laptop verbunden werden (bei erfolgreicher Verbindung leuchtet die *Bluetooth Communication LED* grün), anschließend kann das WDSS für die anstehende Messung programmiert werden. Zunächst können die unterschiedlichen Sensoren aktiviert bzw. deaktiviert werden, dabei können der Kraftmesser, der Höhenmesser und jeweils die drei Achsen des Beschleunigungssensors ausgewählt werden. Hier können diese,

wie oben beschrieben, auch auf 0 kalibriert werden. Da das WDSS nur über einen begrenzten Speicherplatz verfügt, ist es sinnvoll nur diejenigen Sensoren zu aktivieren, die wirklich für die Messung benötigt werden, um die volle Kapazität des Messgerätes nutzen zu können. Darüber hinaus kann der Messmodus eingestellt werden, mittels dessen die Messdauer, sowie die Anzahl der Messpunkte pro Sekunde⁵ eingestellt werden kann. Außerdem kann ein Trigger aktiviert werden, sodass die Messung erst beginnt, wenn der eingegebene Schwellenwert für den entsprechenden Sensor über- bzw. unterschritten wird (je nach Einstellung). Sind die für die Messung nötigen Einstellungen getätigt, kann das WDSS vom PC/Laptop getrennt werden (die Bluetooth Communication LED leuchtet nun rot, die *Data Collection LED* leuchtet grün). Anschließend kann die Messung gestartet werden. Wird die Messung mit dem eigenen Körper durchgeführt, wie hier in einer Achterbahn, so kann der WDSS in der beigefügten Weste angebracht und der Start/Stop Button betätigt werden. Die *Data Collection LED* sollte während der gesamten Messdauer grün blinken. Wurde zuvor ein Trigger eingestellt, so blinkt die *Data Collection LED* orange bis zur Auslösung des Triggers und anschließend grün. Mit dem Start/Stop-Button lässt sich die Messung ebenfalls beenden. Sollte die *Data Collection LED* zwischendurch rot blinken, so bedeutet dies, dass der Speicherplatz aufgebraucht ist und erst Daten vom Gerät gelöscht werden müssen. Nach der Messung kann das Gerät erneut über Bluetooth mit dem PC/Laptop verbunden und die Messdaten importiert werden. Die Software *Logger Pro* bietet dazu vielfältige Methoden zur Datenanalyse, die in dieser Arbeit jedoch nicht genutzt wurden, sondern lediglich die Messdaten in die Software *Origin Pro* übertragen wurden, um Diagramme zu erstellen.

5.2 TI-NSpire mit 3-Achsen Beschleunigungssensor

Für die Experimente am Modell (Kap. 5.3) wurde der grafikfähige Taschenrechner *TI-NSpire CAS* von Texas-Instrument verwendet, sowie das passende Interface *lab cradle* und dem daran anschließbaren 3-Achsen Beschleunigungssensor, beides von Vernier. Wobei der 3-Achsen Beschleunigungssensor nach demselben Prinzip wie der Beschleunigungssensor im WDSS funktioniert.

In den Einstellungen des Taschenrechners können ebenfalls die Vorbereitungen für die Messungen, wie Anzahl der Messpunkte, Dauer der Messung und optional ein Trigger eingestellt werden. Da der 3-Achsen Beschleunigungssensor mit drei Steckern, jeweils einem für eine Achse, am Interface des Taschenrechners angeschlossen wird, kann über den Anschluss des Sensors bereits eingestellt werden, welche Achsen gemessen werden sollen.

⁵ Insgesamt stehen 120.000 Messpunkte zur Verfügung, die auf die Anzahl der aktivierten Sensoren gleichmäßig verteilt werden.

Über den Display des Taschenrechners kann die Messung gestartet werden, bzw. der Trigger⁶ zur Messung aktiviert und gegebenenfalls gestoppt werden. Dies ist hilfreich, wenn die tatsächliche Messdauer kürzer ist, als die in den Einstellungen angegebene Messdauer. Anschließend erscheint automatisch ein Diagramm der Messung auf dem Display des Taschenrechners mit der Zeit auf der x-Achse und den entsprechend gemessenen Größen auf der y-Achse. Mit Hilfe der Software *TI-Nspire CAS* kann der Taschenrechner ebenfalls mit dem PC/Laptop per USB verbunden werden und die Daten auf dem PC/Laptop gespeichert werden. Auch mit der Software von Texas-Instrument können die Daten weiter bearbeitet oder als Tabelle exportiert werden.

5.3 PASCO – RollerCoaster

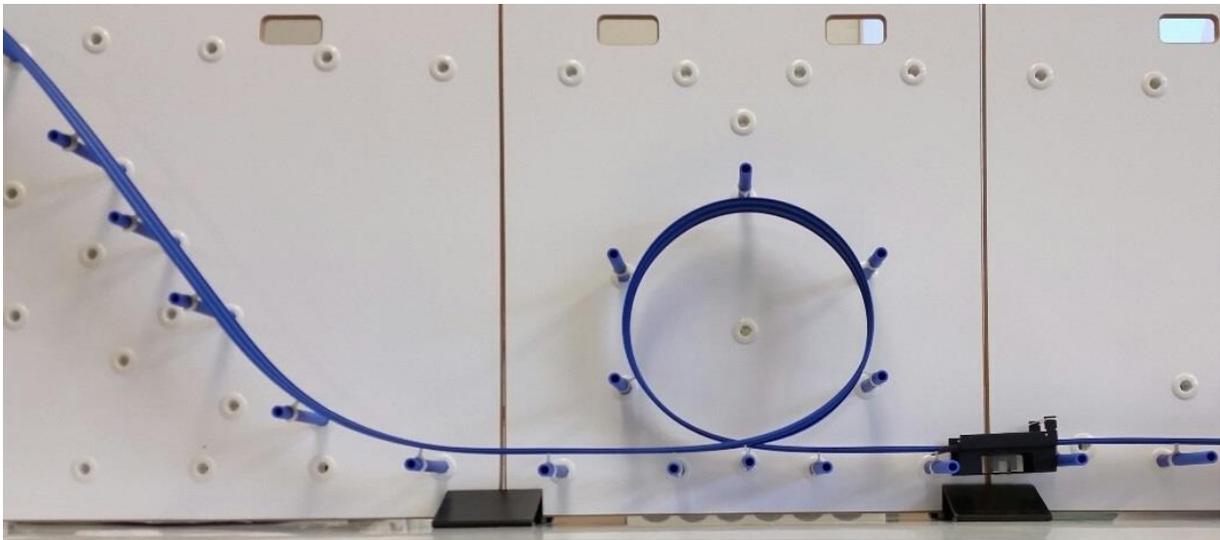


Abb. 15: Das Pasco RollerCoaster-System

Quelle: Eigene Abbildung

Das Pasco RollerCoaster-System (Abb. 15) dient als Modellierung einer Fahrt durch den Looping. Dieses besteht aus drei Stellwänden, die in Ständern auf einer geraden Oberfläche aufgestellt werden können. An der Wand kann nun ein Looping aus der beigegeführten Plastikschiene mit Hilfe von Stöpseln, die in der Wand zu befestigen sind, nachgebaut werden. Die Strecke beginnt auf einem Hügel, dem ein Abhang und anschließend ein kurzes Geradenstück folgen, hinter dem ein Klothoiden-Kreis-förmiger Looping aufgebaut ist. Nach dem Looping kann eine „Bremse“ (rechts im Bild) an der Bahn angebracht werden, sodass der Wagen hinter dem Looping direkt zum Stoppen kommt. Die Höhe des Hügel und damit die Neigung des folgenden Gefälles können ebenfalls variiert werden. Für die Messungen in

⁶ Für Experimente am Pasco-Rollercoaster-System empfiehlt sich eine Triggerung von etwa 15 m/s auf der z-Achse und eine Messdauer von 2s. 10% der Messwerte vor Auslösung des Triggers sollten gespeichert werden.

dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass die in der Abbildung aufgebaute Strecke am besten für den Versuch geeignet ist, da so die besten Ergebnisse auftraten.

Die Wagen des RollerCoaster-System bestehen aus einem Plastikkorpus unter dem drei Räder befestigt sind. Vorne befindet sich ein Rad, das in einer Rille in der Schiene gehalten wird. Am Ende des Wagens befinden sich zwei Räder, die außen auf den Schienen den Wagen in der Bahn halten. Der Beschleunigungssensor wurde für die Messungen oben auf dem Wagen mit Isolierband befestigt, damit das Kabel des Sensors über das Heck des Wagens hinausragt (Abb. 16). Während der Messung muss das Kabel so gehalten werden, dass es den Wagen während der Fahrt nicht beeinträchtigt.



*Abb. 16: Wagen des Pasco RollerCoaster-Systems mit befestigtem 3-Achsenbeschleunigungssensor
Quelle: Eigene Abbildung*

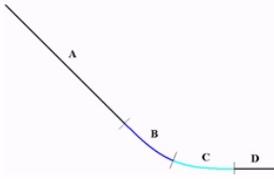
5.4 Die Applikation Looping.exe

Die Applikation *Looping.exe* von Borchardt M. (vgl. [4], heruntergeladen von der angegebenen Homepage) lässt sich ebenfalls für die Auswertung von Messungen heranziehen, da sie umfassende Berechnungen für die Geschwindigkeit und Bahnbeschleunigung (Normal-Beschleunigung in der Applikation genannt) liefert.

Achterbahn – Looping



Dieses Programm simuliert eine Achterbahnfahrt durch verschiedene Loopingformen. Dabei werden Geschwindigkeit und Anpressdruck (Normalbeschleunigung) des Wagens zeitlich aufgezeichnet. Die Fahrt beginnt auf einer **Rampe**, auf der der Wagen zunächst Geschwindigkeit gewinnen soll. Diese Rampe hat eine maximale Höhe von 40 Metern und besteht aus folgenden Abschnitten:
Abschnitt **A** stellt eine schiefe Ebene mit einem Neigungswinkel von 45° dar.
Die Abschnitte **B** und **C** sind Klothoidenausschnitte, die so aneinandergefügt wurden, dass ein glatter Übergang von einem Geradenstück zum anderen gewährleistet ist. Einen solchen Übergang bezeichnet man auch als **Scheitelklothoide**.
Abschnitt **D** ist ein 10 Meter langes Geradenstück.



Danach lassen sich drei verschiedene Loopingarten auswählen. Alle haben eine Höhe von genau **20 Metern**.

Loopingarten:

- 1. Kreislooping**
Dieser Looping hat einen Radius von 10 Metern und ist exakt kreisförmig.
- 2. Klothoiden-Kreis-Looping**
Dieser Looping besteht aus zwei symmetrischen Klothoidenabschnitten, auf die ein Kreissegment (Kreisradius 8 Meter) gesetzt wurde. Die Höhe des Loopings beträgt 20 Meter.
- 3. Klothoiden-Looping**
Hier wurden zwei symmetrische Klothoidenäste im Scheitelpunkt nahtlos aneinandergesetzt. Die Gesamthöhe beträgt ebenfalls 20 Meter.

Matthias Borchardt, 2011

Weiter

Abb. 17: Screenshot des Infofensters der Applikation *Looping.exe*
Quelle: [4]. Urheber: Borchardt, M.

Öffnet man die Applikation, so wird zunächst ein Fenster angezeigt (Abb. 17), in dem die Informationen über den Streckenverlauf erscheinen, sowie die drei Arten des Loopings kurz vorgestellt werden: der Kreislooping, der Klothoiden-Kreis-Looping und der Klothoiden-Looping. Mit einem Klick auf „Weiter“ erreicht man das Simulationsfenster (Abb. 18, S. 29). Hier kann zwischen der Art des Loopings (Kurventyp) gewählt, sowie eingestellt werden, ob während der Simulation Reibungskräfte auftreten sollen. Ebenfalls kann die Starthöhe des Wagens variiert werden. In den Diagrammeinstellungen kann zwischen der Messung der Geschwindigkeit und der Bahnbeschleunigung (Normal-Beschleunigung) gewählt werden. Um die Simulation zu starten muss auf den „Start“-Button geklickt werden, nach Wunsch kann die Simulation auch durch einen Klick auf „Pause“ unterbrochen und anschließend weitergeführt werden, hierfür kann die Simulationsgeschwindigkeit am Schieberegler angepasst werden.

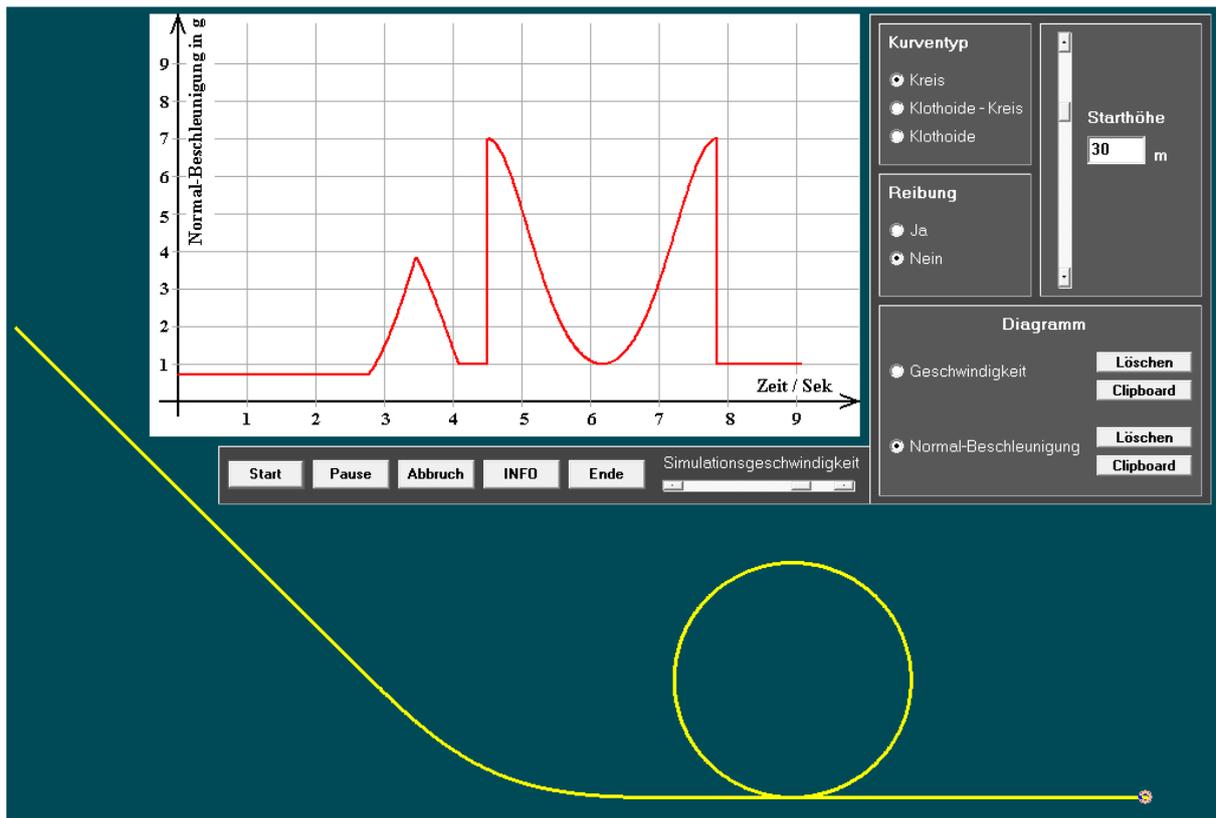


Abb. 18: Screenshot des Simulationsfensters der Applikation *Looping.exe*

Es wurde eine Simulation bei einer Starthöhe von 30m mit einem Kreislooping durchgeführt, wobei die Reibung vernachlässigt wurde.

Quelle: [4]. Urheber: Borchardt, M.

Während der Simulation erscheinen zeitgleich die Messergebnisse für die Geschwindigkeit des Wagens beziehungsweise die auftretende Beschleunigung im Diagramm. Diese können nach der Simulation gelöscht werden oder zum Vergleich mit unterschiedlichen Starthöhen im selben Diagramm erhalten bleiben.

6 Auswertung der Messungen

6.1 Messungen im Heidepark

Die Messung im Heidepark Soltau fand in der Achterbahn Big Loop statt. Dies ist eine Stahlachterbahn mit zwei aufeinander folgenden Loopings und daher sehr gut für die Messung geeignet.

In den folgenden beiden Abbildungen ist die Achterbahn Big Loop zu erkennen. Auf Abbildung 19a ist der Grundriss der Achterbahn von oben skizziert. Dabei erfolgt die Fahrt im Uhrzeigersinn, sodass der Zug nach Ausfahrt aus der Station (braun) eine Rechtskurve um

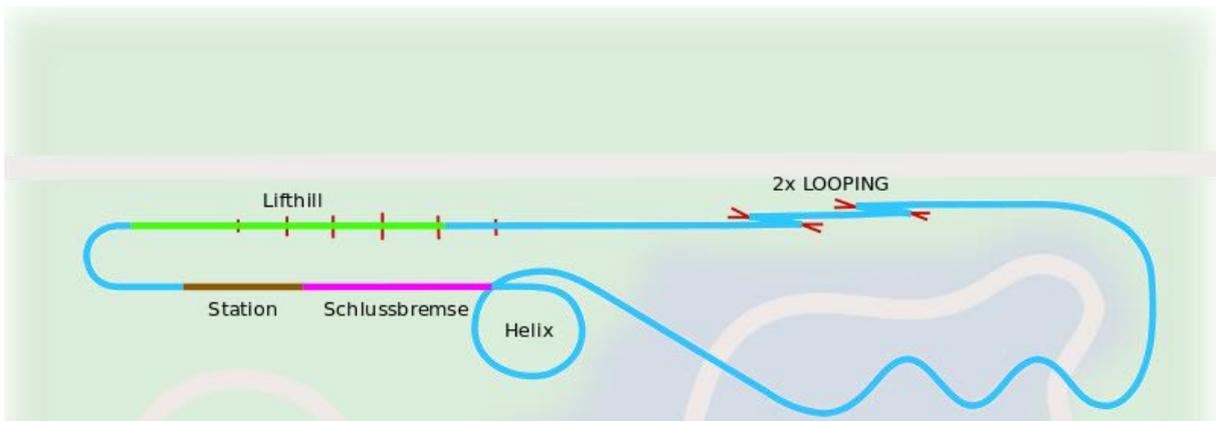


Abb. 19a: Grundriss der Achterbahn Big Loop im Heidepark Soltau

Quelle: [5]. Das Urheberrecht liegt bei Fritz Spitzkohl



Abb. 19b: Aufnahme der Achterbahn Big Loop im Heidepark Soltau

Quelle: [6]. Das Urheberrecht liegt bei Sven Hunzinger

180° durchläuft und anschließend den Lifthill (grün) passiert. Oben angelangt beginnt die Abfahrt den Hügel hinunter. Dieser ist in Abbildung 19b links im Bild (1) zu erkennen. Nach einer kurzen Geraden beginnt die Einfahrt in den ersten Looping, dem ein zweiter Looping folgt (Abb. 19a: 2x Looping, Abb. 19b: (2) u. (3)). Anschließend findet wieder einer Wende von 180° statt, der zwei Korkenzieher (Abb. 19a: Korkenzieher) folgen, denen sich eine Helixkurve (Abb. 19a: Helix, Abb. 19b: (4)) anschließt und der Zug danach wieder die Stationseinfahrt erreicht hat. Für die Messung der Radialbeschleunigung, die während der Fahrt

durch einen Looping auftritt, ist dabei der Streckenabschnitt von Beginn der Abfahrt vom Lift-hill bis zum Ende des zweiten Loopings interessant.

Zunächst soll eine qualitative Analyse der Messergebnisse erfolgen, in der die charakteristischen Punkte der Looping-Fahrt (Neigungsänderung der Strecke von der Hügelabfahrt auf die Gerade, Ein- und Ausfahrt in die Loopings und oberer Scheitelpunkt der Loopings) im Diagramm erklärt werden. An diese schließt sich eine quantitative Analyse an, in der, anhand der Daten aus dem Bauplan der Achterbahn (siehe Anhang A5), die Radialbeschleunigung theoretisch ermittelt und mit den Messergebnissen abgeglichen wird.

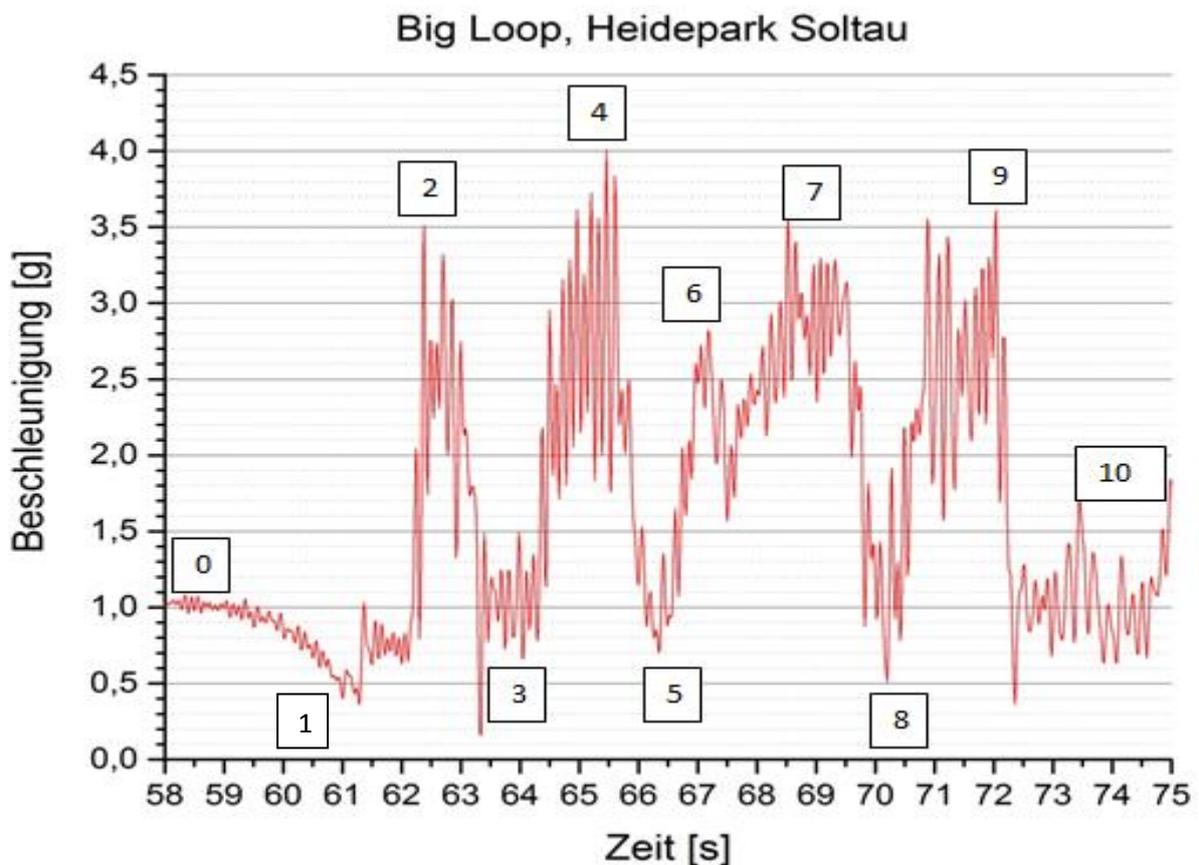


Abb. 20: Messergebnisse der Achterbahn Big Loop

Auf der x-Achse ist die Zeit in Sekunden angegeben, auf der y-Achse die gemessene Beschleunigung in g

In Abbildung 20 ist das Messdiagramm der Achterbahnfahrt⁷ zu sehen, wobei die Beschleunigung in x-Richtung bei vorgegebener Ausrichtung des Messgerätes (die x-Achse zeigt nach oben bei gerader Sitzposition) eine konstante Beschleunigung von 1g misst, das Gerät also nicht auf 0 kalibriert wurde.

Auf der x-Achse ist dabei die Zeit in Sekunden angegeben und auf der y-Achse des Diagramms die gemessene Beschleunigung in x-Achse des Messgerätes. Diese ist in g, also einem Viel-

⁷ Weiterhin ist im Anhang (A4) ein Diagramm der Höhenmessung erhalten, welches mit Hilfe des WDSS ermittelt wurde. Anhand dieses Diagrammes kann der Kurvenverlauf in Abb. 20 mit dem Höhenverlauf abgeglichen werden. So lassen sich ebenfalls Rückschlüsse auf den momentanen Ort während der Achterbahn ziehen.

fachen der Erdbeschleunigung, angegeben, wobei gilt: $1g = 9,8 \frac{m}{s^2}$ ⁸. So lässt sich ein Bezug zur *gefühlten* Beschleunigung beschreiben, da eine Beschleunigung von ng das n -fache Körpergewicht darstellt.

Zu Beginn der dargestellten Messergebnisse befindet sich der Zug auf der höchsten Position des Lifthügels (0, Abb. 20), sodass eine Beschleunigung von $1g$ wirkt. Anschließend folgt die Abfahrt, bei der die Beschleunigung in x -Richtung abnimmt, da der Körper (und somit die x -Achse des Messgerätes) durch die Neigung nur noch die Komponente der Erdbeschleunigung misst, die bei einer Komponentenzzerlegung parallel zu x -Achse des Messgeräts verläuft. Hier sinkt die Beschleunigung auf $0,5g$ ab (1, Abb.20), woraus sich schließen lässt, dass die Steigung bei der Abfahrt ca. -60° beträgt. ($\cos(-60^\circ) = 0,5$). Nach der Abfahrt beginnt der Übergang auf die Gerade (2, Abb.20) bei der die Beschleunigung deutlich zunimmt und einen Wert von $3,5g$ annimmt. Hier setzt sich die gemessene Beschleunigung aus der Normalkomponente der Gewichtskraft in x -Richtung und der Zentripetalbeschleunigung aufgrund der Richtungsänderung zusammen. Auf der Geraden angekommen (3, Abb. 20) wird für eine kurze Zeit wieder eine Beschleunigung von etwa $1g$ gemessen, da der Streckenverlauf horizontal verläuft. Es treten jedoch leichte Schwankungen auf, da während der Fahrt und der hohen Geschwindigkeit Vibrationen auftreten. Anschließend beginnt die Einfahrt in den ersten Looping (4, Abb. 20), bei der die Beschleunigung den maximalen Wert von $4g$ annimmt. Am oberen Scheitelpunkt des ersten Loopings (5, Abb. 20) hat der Zug einiges an Geschwindigkeit verloren und die Beschleunigung ein lokales Minimum von etwa $0,7g$ erreicht. Das bedeutet, dass sich der Fahrgast zwar nicht schwerelos fühlt, aber nur noch etwa 70 % seines Körpergewichts spürt. Nach dem Passieren des oberen Scheitelpunktes nimmt die Geschwindigkeit des Zuges erneut zu und dieser durchfährt die Ausfahrt des ersten Loopings (6, Abb. 20) und beginnt mit der Einfahrt in den zweiten Looping (7, Abb. 20), wobei sich wiederum zwei lokale Maxima in der Beschleunigung im Diagramm wiederfinden. Das lokale Minimum zwischen den Punkten 6 und 7 (Abb. 20) kommt durch die unterschiedlichen Radien der Streckenführung nach Verlassen des oberen Scheitelpunktes des ersten Loopings bis hin zur Einfahrt in den zweiten Looping zustande. Am oberen Scheitelpunkt des zweiten Loopings ist erneut ein lokales Minimum in der Beschleunigung mit einem Wert von $0,5g$, was bedeutet, dass der Fahrgast hier nur noch 50 % seines Körpergewichtes spürt. Nach der Ausfahrt aus dem zweiten Looping folgt erneut ein Geradenstück (10, Abb. 20) bei der kurzzeitig wieder eine Beschleunigung von $1g$ auftritt.

Anschließend an die qualitative Erörterung der Messergebnisse, wird anhand der Daten des Bauplanes die auftretende Beschleunigung in x -Richtung auch mathematisch bestimmt werden. Die Punkte für den jeweiligen Streckenabschnitt sind ebenfalls in den Bauplänen enthalten und mit dem entsprechenden Radius der Streckenkrümmung gekennzeichnet. Die Höhe

⁸ Angabe des Herstellers

des Punktes auf dem Streckenabschnitt kann trigonometrisch aus dem Radius und dem dazugehörigen Kreismittelpunkt errechnet werden, die ebenfalls im Bauplan eingezeichnet sind. Die Höhe des Lifthills, als auch die maximale Geschwindigkeit $v = 19,44 \frac{m}{s}$ können von der Homepage des Heideparks Soltau entnommen werden.

In der folgenden Tabelle sind die Punkte aufgelistet, welche mit denen im Bauplan (siehe Anhang A5) der Achterbahn übereinstimmen. Die dazugehörigen Beschleunigungen, sowie die momentanen Geschwindigkeiten und der Krümmungsradius des Streckenabschnitts sind zusätzlich mit aufgelistet. Um die Punkte zeitlich im Diagramm zuzuordnen, wurde ausgehend von der Einfahrt in den Looping bei der errechneten Beschleunigung im Punkt 11, der Zeitpunkt genommen, der aus den Messdaten diesem Ergebnis entspricht. Dieser tritt bei der Zeit $t = 64,38s$ auf. Anhand der Geschwindigkeit konnten so die Zeiten ermittelt werden, die der Zug zum Passieren der entsprechenden Streckenabschnitte braucht. Die Reibung wurde hier vernachlässigt.

Die Tabellen, in welchen die Reibung berücksichtigt ist, sind im Anhang (A1-A3) enthalten. Dabei wurde die momentane Geschwindigkeit zu Beginn des jeweiligen Streckenabschnittes nach dem in Kapitel (4.2) beschriebenen Iterationsverfahren ermittelt. Die Länge des Streckenabschnittes wurde dabei über den jeweiligen Radius und die Winkeldifferenz bestimmt. Anschließend konnte anhand der Geschwindigkeit, wie im Fall ohne Reibung, auf die Beschleunigung und die Zeitabschnitte geschlossen werden.

Die dafür nötigen Rechnungen sind in der Excel-Tabelle *Messungen* auf der beigefügten CD-ROM enthalten.

Punkt	Zeit [s]	Beschleunigung [g]	Momentane Geschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]	Krümmungsradius [m]
11	64,38	2,28	19,44	30,00
12	64,76	3,17	19,01	16,76
13	65,07	3,31	17,82	13,11
14	65,31	3,39	16,33	9,91
15	65,49	3,65	14,91	7,01
16	65,63	3,83	13,67	5,18
17	65,69	3,77	13,08	4,62
18	66,50	0,77	8,97	4,62
19	67,06	3,37	13,08	5,18
20	67,12	2,87	13,67	7,01
21	67,24	2,70	14,91	9,91
22	67,41	1,92	16,33	21,34
23	68,32	3,61	20,42	16,26

24	68,81	3,68	19,11	13,11
25	69,03	3,88	17,74	9,91
26	69,20	4,34	16,44	7,01
27	69,32	4,77	15,32	5,18
28	69,37	4,83	14,80	4,62
29	70,01	1,83	11,33	4,62
30	70,51	4,31	14,80	5,18
31	70,56	3,57	15,32	7,01
32	70,67	3,19	16,44	9,91
33	70,82	3,09	17,74	13,11
34	71,03	3,06	19,12	16,76
35	71,50	3,54	20,46	16,76

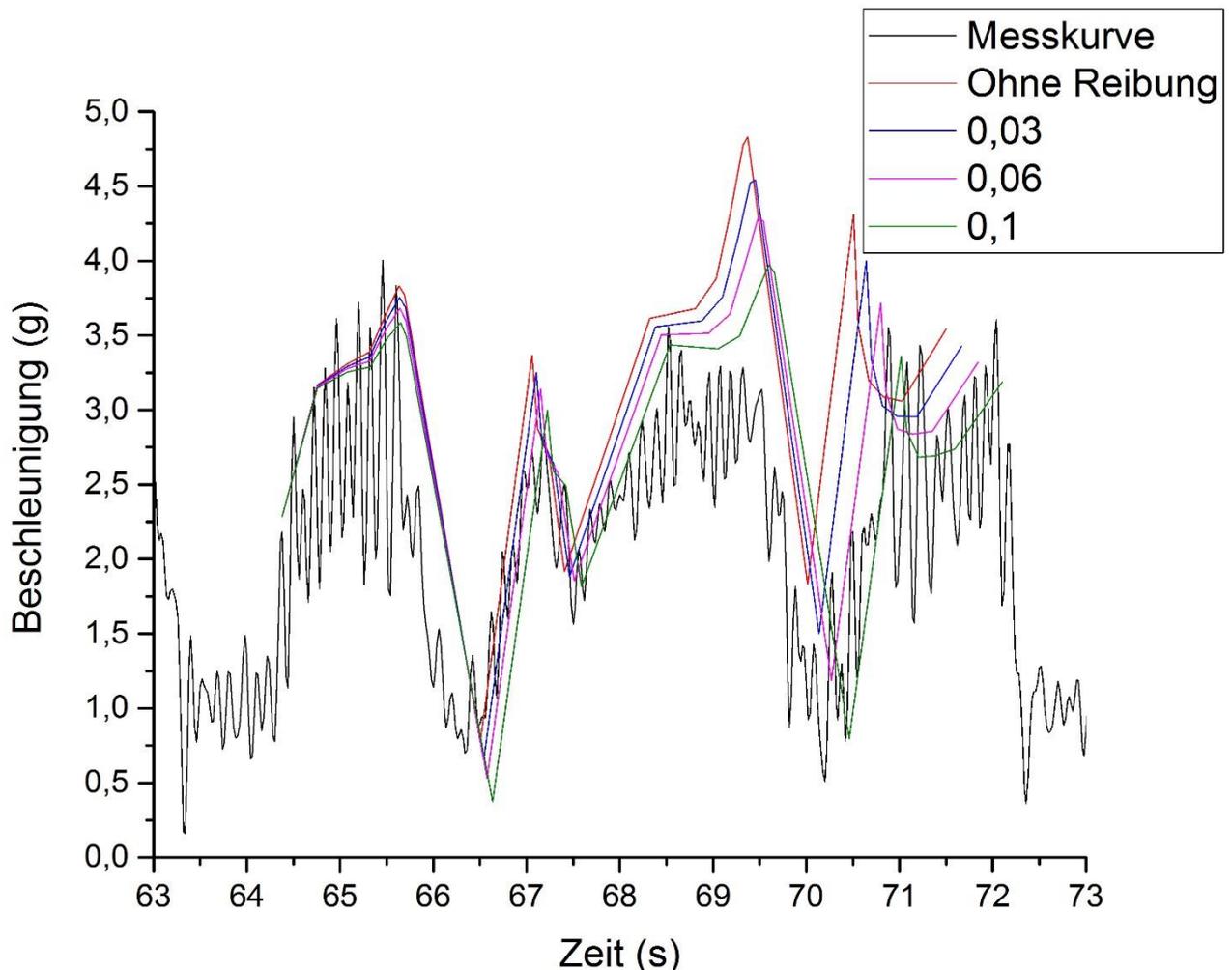


Abb. 21: Messergebnisse der Achterbahn Big Loop, sowie theoretische Kurven mit und ohne Reibung
Auf der x-Achse ist die Zeit in Sekunden angegeben, auf der y-Achse die Beschleunigung in g

Im Diagramm (Abb. 21) sind nun erneut die Messwerte eingetragen, die sich bei der Fahrt durch die beiden Loopings in der Achterbahn Big Loop ergeben haben. Weiterhin ist in rot

eine Kurve eingezeichnet, welche die theoretischen Werte darstellt, die sich ergeben, wenn man dem Bauplan die verschiedenen Radien entnimmt und die Beschleunigung mit Hilfe der maximalen Geschwindigkeit⁹ und Gleichung (2.7) errechnet. Die Kurven in blau, violett und grün sind ebenfalls theoretisch errechnete Kurven (nach dem Iterationsverfahren in Kapitel 4.2), bei denen die Reibung berücksichtigt wurde. Der jeweilige verwendete Reibungskoeffizient¹⁰ ist in der Legende des Diagramms angegeben. Zwischen den einzelnen Punkten verlaufen die Kurven linear, da aufgrund der hohen Anzahl der Punkte ein Liniendiagramm zum Erhalt der Überschaubarkeit verwendet werden musste. Auf der x-Achse ist dabei erneut die Zeit in Sekunden und auf der y-Achse die Beschleunigung (in x-Achsenrichtung des WDSS) in g, also einem Vielfachen der Erdbeschleunigung angegeben.

Es ist zu erkennen, dass, mit einigen Abweichungen, die theoretisch errechneten Kurven einen ähnlichen Verlauf mit der Messkurve haben. Die Minima und Maxima der berechneten Kurven treten jedoch immer (abgesehen vom ersten Maximum bei ca. 65,7s und vom ersten Minimum bei ca. 66,6s) etwas zeitlich vor den Extrema in der Messkurve auf. Ebenfalls ist deutlich zu sehen, dass mit fortschreitender Zeit, die Maxima deutlich höhere Werte annehmen, als die, die gemessen wurden. Die Minima der berechneten Kurven sind teilweise höher (bei Vernachlässigung der Reibung und einem Reibungskoeffizient von 0,03) sowie bei den Kurven mit einem Reibungskoeffizient von 0,06 und 0,1 teilweise auch niedriger als die der Messkurve. Weiterhin auffällig ist, dass die Abweichung der berechneten Werte bei der Durchfahrt durch den zweiten Looping deutlich größer ausfällt als bei der Durchfahrt des ersten Loopings. Vor allem im Punkt mit $t \approx 69,4s$ ergeben sich erhebliche Abweichungen. Sowohl bei der Vernachlässigung der Reibung, als auch unter Beachtung der Reibung und mit größer werdendem Reibungskoeffizient ist eine große Differenz weiterhin erhalten. Beim Vergleich der berechneten Kurven mit der Messkurve ist außerdem zu erkennen, dass bei größer werdendem Reibungskoeffizient die Kurvenschar sich sowohl im Rahmen der Zeit als auch der Beschleunigung an die Messkurve annähert.

Die später auftretenden ersten Maxima und Minima lassen vermuten, dass die tatsächliche Geschwindigkeit des Zuges etwas höher als $19,44 \frac{m}{s}$ ist, da ebenfalls die theoretischen Werte für die Beschleunigung unterhalb der gemessenen Werte liegen, wogegen weitere theoretische Werte über den tatsächlich gemessenen Werten liegen. Darüberhinaus wird deutlich, dass die durch das Iterationsverfahren ermittelte Geschwindigkeit bessere Ergebnisse liefert, als eine Vernachlässigung der Reibungskraft, wobei darauf hingewiesen werden muss, dass der verwendete Wert für den Reibungskoeffizient nicht mit dem Rollreibungskoeffizient einer Stahlachterbahn verglichen werden darf. Denn weitere unterschiedliche Faktoren haben Einfluss auf die Geschwindigkeit und Messwerte. Dabei können zum einen der Luftwiderstand

⁹ entnommen aus den Daten von Big Loop auf der Homepage des Heidepark Soltaus

¹⁰ Dieser lässt keine Rückschlüsse auf den Rollreibungskoeffizienten schließen

und die Bahnelastizität herangezogen werden, was sich direkt auf die Geschwindigkeit des Zuges auswirkt, sowie die Dämpfung durch die Verformung des menschlichen Körpers und die Befestigung des Messgerätes in der Weste auf die gemessenen Beschleunigungen.

Die großen Abweichungen während der Messung im zweiten Looping können ebenfalls dadurch zustande kommen, dass Faktoren wie die Bahnelastizität und der Luftwiderstand des Zuges mit größerem zurückgelegten Weg auch einen erhöhten Einfluss auf die Werte der Geschwindigkeit und damit auch auf die der Beschleunigung haben, als zu Beginn des ersten Loopings.

6.2 Messungen am PASCO – RollerCoaster

Neben der Messung im Heidepark wurde auch mit dem PASCO-RollerCoaster-System ein Looping nachgebaut und die auftretenden Beschleunigungen wurden gemessen. Dabei

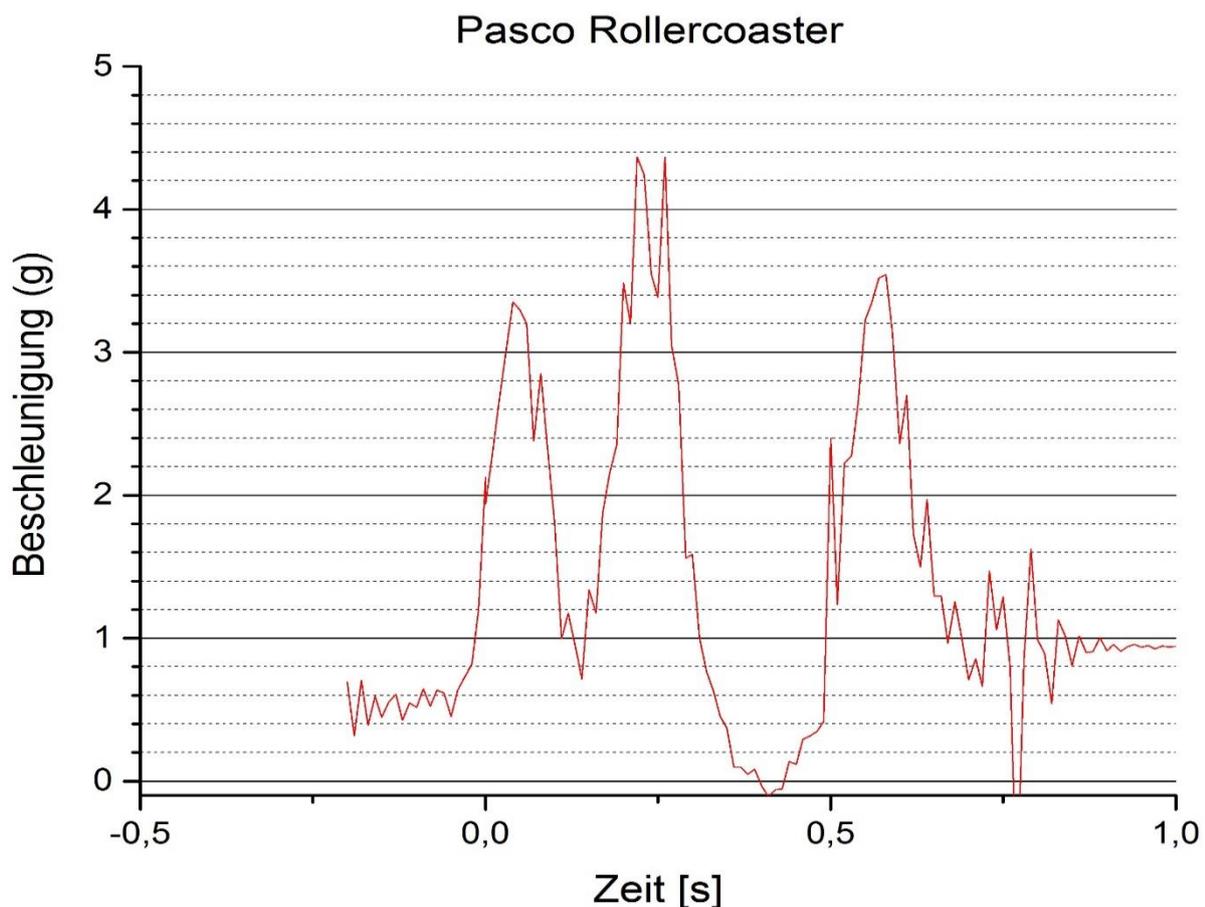


Abb. 22: Messergebnisse der Modellachterbahn Pasco RollerCoaster

Auf der x-Achse ist die Zeit in Sekunden angegeben, auf der y-Achse die Beschleunigung in g

ergab sich folgendes Diagramm; auf der x-Achse ist die Zeit in Sekunden eingetragen, auf der y-Achse die gemessene Beschleunigung in g.

In der Messkurve sind die drei charakteristischen Maxima zu sehen, welche durch den Wechsel der Abfahrt auf die Gerade, sowie durch die Ein- und Ausfahrt des Wagens in den Looping herein bzw. aus dem Looping heraus zustande kommen. Zudem ist das Minimum zu erkennen, bei dem die gemessene Beschleunigung etwa den Wert 0 erreicht hat.

Die Starthöhe wurde dabei nach Gleichung (2.3) berechnet und ergab mit einem Kreisradius von $r = 13 \text{ cm}$ eine Höhe von 26 cm. Da diese Höhe für einen reibungsfreien Vorgang gilt, musste der Wagen von einer größeren Höhe ($h_0 = 34 \text{ cm}$) starten. Dass trotzdem keine Beschleunigung von mindestens 6g gemessen wurde, liegt zum einen daran, dass wie auch in der Achterbahn Big Loop der Looping klothoiden-kreis-förmig ist. Damit findet die Einfahrt in den Looping unter einem größeren Radius statt, als bei einem konstanten Radius, von dem in der Theorie ausgegangen wird. Andererseits weisen die Bahnschienen eine hohe Biegsamkeit zwischen den Befestigungen auf, was dazu führt, dass die Bewegungsenergie, neben der Umwandlung in potentielle und Reibungsenergie, ebenfalls in Verformungsenergie der Schienen umgewandelt wird. Dies ist ebenfalls im Diagramm zu erkennen, da das Beschleunigungsmaximum während der Einfahrt in den Looping bei etwa 4,4 g und bei Ausfahrt aus dem Looping nur noch einen Wert von etwa 3,5 g erreicht. Dies spricht dafür, dass die Geschwindigkeit und somit auch die kinetische Energie des Wagens nach der Loopingdurchfahrt etwa 20 % geringer ist als zuvor. Da bei beiden Punkten die potentielle Energie den Wert 0 hat, muss die Energie in Reibungs- und Verformungsenergie umgewandelt worden sein. Auch durch die Art der Befestigung des Beschleunigungssensors auf dem Wagen, können Messungenauigkeiten entstanden sein. Das Kabel des Sensors musste stets so gehalten werden, dass der Wagen während der Fahrt davon nicht beeinflusst wird, was ebenfalls eine große Unsicherheit für die Messungen darstellt.

Vergleicht man die Ergebnisse jedoch mit den Ergebnissen aus der Messreihe in der Achterbahn Big Loop, sowie mit den Ergebnissen, welche die Applikation *Looping.exe* liefert (Kap. 6.3), so liegt die Beschleunigung von 4,4 g im Rahmen. Bei der Achterbahn Big Loop betrug die Beschleunigung während der Einfahrt in den Looping 3,9 g. Die Abweichung des Messwertes nach oben im Vergleich zu den anderen Messwerten lässt sich auf den erhöhten Energieverlust der kinetischen Energie des Wagens zurückführen. Aufgrund der erhöhten Reibung muss der Wagen von einem höheren Punkt starten, um den Looping unfallfrei zu durchfahren. Dies führt zu einer größeren Geschwindigkeit bei der Einfahrt und damit auch zu einer größeren Beschleunigung.

Da der sich ändernde Radius dieser Bahn nicht angegeben ist (vgl. Bauplan der Achterbahn Big Loop), ist eine quantitative Analyse der Messergebnisse wie im Experiment im Heidepark dazu nicht möglich.

6.3 Die Applikation Looping.exe

Die folgende Abbildung stellt die Ergebnisse der Simulation aus der Applikation *Looping.exe* dar, bei der ein reibungsfreier Vorgang simuliert wurde. Die rote Kurve steht dabei für die Simulation einer Fahrt durch einen Kreislooping, die blaue Kurve für eine Fahrt durch einen Klothoiden-Kreis-Looping und die grüne Kurve für die Fahrt durch einen Klothoiden-Looping. Für die Simulation wurde eine Starthöhe von $h_0 = 25m$ gewählt, was der Mindeststarthöhe für einen Looping mit einem Radius von $r = 10m$ entspricht (Gleichung (2.3)). Allen drei Simulationskurven ist das erste lokale Maximum gemeinsam, das beim Übergang der Abfahrt in die Gerade auftritt. Für die Einfahrt in den Looping sind jedoch schon deutliche Unterschiede zu erkennen. Die Simulation des Kreisloopings liefert eine Beschleunigung von $6g$, dessen Berechnung in Kapitel 4.1 zu finden ist und nimmt am oberen Scheitelpunkt des Loopings somit auch den Wert 0 an. Da der Vorgang reibungsfrei ist, verläuft die Kurve vom oberen Scheitelpunkt des Loopings bis zur Ausfahrt symmetrisch zum Teil der Kurve von Einfahrt in den Looping bis zum oberen Scheitelpunkt.

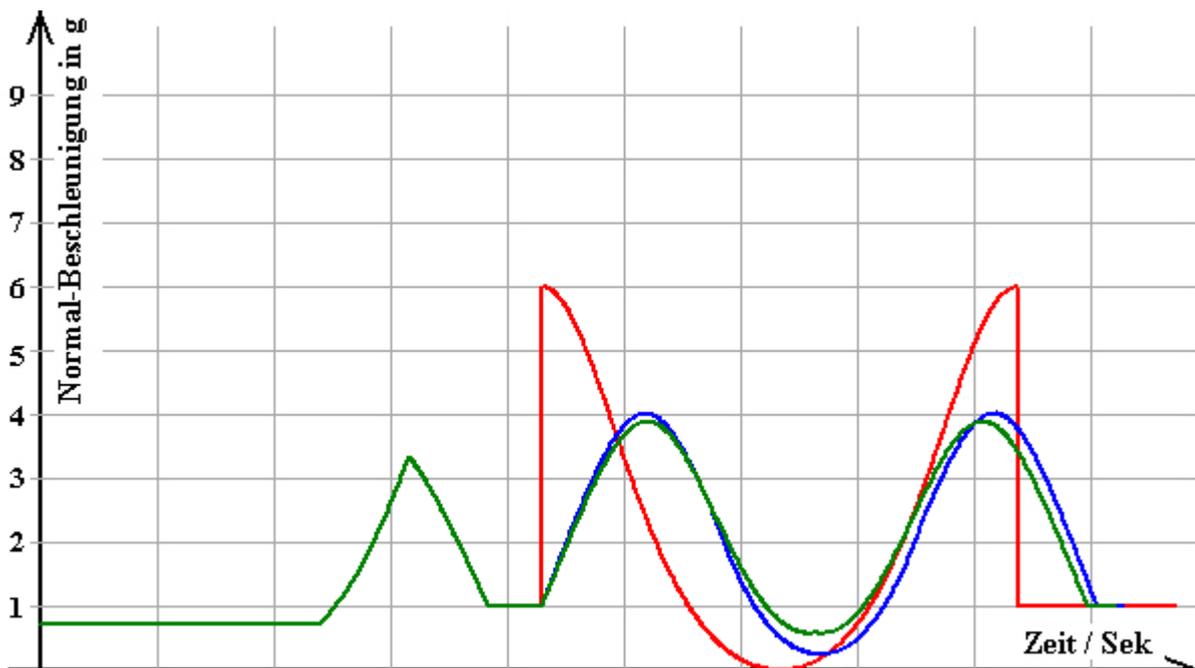


Abb. 23: Screenshot der Applikation *Looping.exe*

Simulation einer Fahrt durch die drei verschiedenen Loopings bei einer Starthöhe von 25 m ohne Berücksichtigung der Reibung.

Quelle: [4]. Urheber: Borchardt, M.

Betrachtet man nun die beiden Kurven der Simulation eines Klothoiden-Kreis-Loopings (blau) und die eines Klothoiden-Loopings (grün) im Vergleich zum Kreislooping, so werden bei der Betrachtung der Beschleunigung bei Einfahrt in den Looping die Unterschiede direkt ersichtlich. Zum einen nimmt die Beschleunigung bei der Einfahrt nicht abrupt zu, sondern steigert sich, aufgrund des kleiner werdenden Bahnradius der Klothoidenform, bis zum Maximalwert an. Weiterhin ist diese maximale Beschleunigung mit $4g$ (blau) und etwa $3,8g$

(grün) deutlich kleiner, als bei der Simulation eines Kreisloopings. Dies unterstützt auch nochmal die Ergebnisse, die die Messungen an der PASCO RollerCoaster für die Looping-einfahrt ergeben haben.

Nach dem lokalen Maximum der Beschleunigung erfolgt nun ein Abfall, der allerdings nicht den Wert 0 am oberen Scheitelpunkt des Loopings erreicht. Im Klothoiden-Kreis-Looping liegt dieser etwa bei 0,2 g (blau) und beim Klothoiden-Looping bei 0,6 g (grün).

Hier werden die beiden Vorteile deutlich, die in der Realität dazu führen, dass bei Looping-fahrten Klothoiden-Kreis-Loopings, beziehungsweise Klothoiden-Loopings gebaut werden. Zum einen ist die Belastung auf den menschlichen Körper (wie bereits erwähnt) geringer, in dem die Beschleunigung von der Einfahrt in den Looping stetig zunimmt und nicht abrupt, wie im Kreislooping, bei der Einfahrt einen sofortigen Anstieg der Beschleunigung auf 6 g, stattfindet. Darüber hinaus ist die maximale Beschleunigung erheblich geringer. Weiterhin ist ersichtlich, dass die minimale Starthöhe und damit die Einfahrtsgeschwindigkeit in den Looping etwas geringer sein darf, als beim Kreislooping, da am oberen Scheitelpunkt des Loopings noch nicht der Zustand der Schwerelosigkeit erreicht ist. Andererseits ist auch eine etwas höhere Geschwindigkeit bei der Einfahrt in den Looping möglich, da die auftretende Beschleunigung weiterhin geringer ist, als im Kreislooping. Damit wird ein größerer Spielraum im Bereich des Achterbahnbaus ermöglicht.

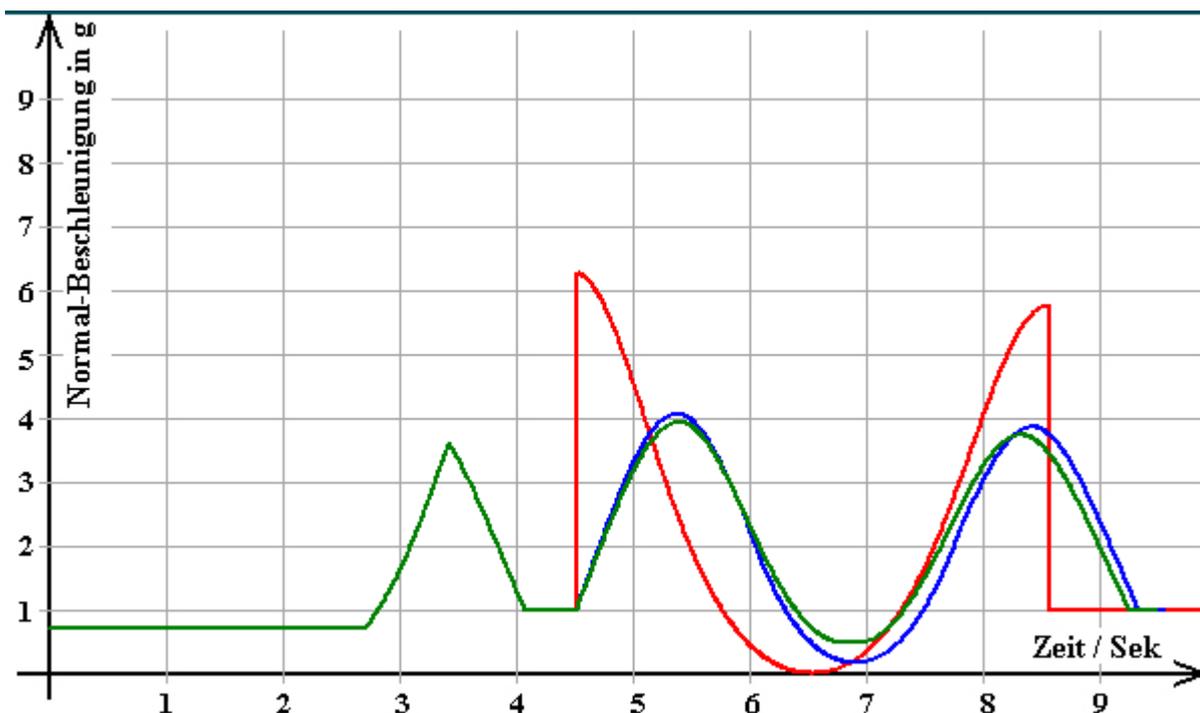


Abb. 24: Screenshot der Applikation Looping.exe

Simulation einer Fahrt durch die drei verschiedenen Loopings bei einer Starthöhe von 28,8 m mit Berücksichtigung der Reibung.

Quelle: [4]. Urheber: Borchardt, M.

In Abbildung 24 sind die drei Vorgänge diesmal unter Berücksichtigung der Reibung simuliert worden. Die Kurvenverläufe ähneln dem reibungsfreien Vorgang, doch ist hier zu erwähnen, dass eine größere Starthöhe von $h_0 = 28,8\text{m}$ gewählt werden musste, damit der Wagen die Loopingfahrt bewältigen konnte. Dies führt dazu, dass beim Übergang des Gefälles in die Gerade die Beschleunigung einen höheren Wert annimmt als beim reibungsfreien Vorgang. Ebenfalls ist die Beschleunigung bei der Einfahrt in den Looping größer als im vorigen Fall ohne Reibung. Dies liegt daran, dass der Wagen von höherer Position startet und somit eine größere Geschwindigkeit erreicht, da der Verlust von kinetischer Energie durch Reibung erst im Looping selbst verstärkt auftritt. Somit verlaufen die Kurven auch nicht mehr symmetrisch zum Scheitelpunkt, da der Wagen Geschwindigkeit durch Reibung verloren hat. Dies führt dazu, dass die Beschleunigung bei der Ausfahrt des Loopings geringer ist, als bei der Einfahrt.

7 Didaktische Analyse und Einordnung im Unterricht

Nach den Vorgaben des Kernlehrplans¹¹ für die gymnasiale Sekundarstufe I wird eine Behandlung der Geschwindigkeit und Kraft, sowie der mechanischen Arbeit und Energie in den

¹¹ Es werden die entsprechenden Kernlehrpläne des Landes Nordrhein-Westfalens betrachtet.

Klassenstufen 7 und 9 vorausgesetzt. In der Sekundarstufe II muss die Behandlung des Inhaltsfeldes Mechanik in der Einführungsphase stattfinden.

Die konzeptbezogenen Kompetenzen im Bereich Energie bis zum Ende der Jahrgangsstufe 9 umfassen dabei das Erkennen, Beschreiben und Darstellen von Speicherung, Transport und Umwandlung von Energie sowie „die Verknüpfung von Energieerhaltung und Energieentwertung in Prozessen aus Natur und Technik“ (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen 2008, S. 27), als auch die Unterscheidung von potentieller und kinetischer Energie und deren Zusammenhang. Ebenfalls sollten Kräfte und Geschwindigkeiten als vektorielle Größen mit Betrag und Richtung beschrieben werden können und Bewegungsänderungen und Verformungen von Körpern als Ursache der Wirkung von Kräften erkannt werden.

In der Einführungsphase sollen diese Konzepte erweitert werden, in dem Reibungskräfte, Zentralkräfte und Kreisbewegungen, als auch die Newtonschen Gesetze und erneut die Energieerhaltung mit potentieller und kinetischer Energie behandelt werden.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Inhalte können meiner Meinung nach sowohl in der Sekundarstufe I verwendet werden als auch in der Sekundarstufe II, da die Bewegung im Looping auf unterschiedlichen Kompetenzniveaus betrachtet werden kann.

Die theoretischen Überlegungen im Rahmen der Energieerhaltung und damit der Geschwindigkeit im Looping, können bereits in der Sekundarstufe I behandelt werden. Es bietet sich an, die Energien zu den verschiedenen Orten aufzustellen und dabei die kinetische und potentielle Energie im Rahmen der Energieerhaltung zu bestimmen. So können die Schülerinnen und Schüler eine Fahrt durch den Looping energetisch beschreiben und an den Punkten wie in Abbildung 10 (Kap. 4.1) auch angeben und berechnen. Der Zusammenhang von Starthöhe, Beschleunigung und wirkender Kräfte ist hier allerdings noch nicht möglich, da die Zentripetalkraft den Schülerinnen und Schülern zu diesem Zeitpunkt noch nicht bekannt ist. Somit kann auch noch nicht auf die minimale Starthöhe des Wagen geschlossen werden, sodass der Wagen es gerade noch durch Looping schafft. Ebenfalls die Behandlung von Kräften und Geschwindigkeit als vektorielle Größe ist hier nur schwer einzubringen.

In der Sekundarstufe II dagegen kann der Kontext Achterbahn im Mechanikunterricht sehr gut behandelt werden und bietet, aus meiner Sicht, zudem Möglichkeiten der Differenzierung an. Die theoretischen Grundlagen zur Zentripetalkraft und Beschleunigung können verwendet werden, sowie die Verwendung der trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus. Hier lässt sich bereits differenzieren, in dem die Kräfte und Beschleunigungen punktuell für Stellen im Looping berechnet werden können (für die Winkelgrößen 0° , 90° , 180° , 270°). Des Weiteren kann eine Funktion aufgestellt werden, die die Beschleunigung, Kraft oder Geschwindigkeit während einer Loopingfahrt in Abhängigkeit des Winkels darstellt.

Auch die Reibung, die während der Fahrt durch den Looping auftritt, kann behandelt werden, wobei dazu erkannt oder herausgearbeitet werden sollte, dass die Reibungskraft eben der Bahnkraft entspricht. Hier bietet sich eine weitere Differenzierung an, sodass zunächst erkannt werden sollte, dass durch den Zusammenhang von momentaner Geschwindigkeit des Zuges und der auftretenden Reibung das Problem mathematisch nicht lösbar für die Schülerinnen und Schüler ist, jedoch (für interessierte Schülerinnen und Schüler) ein Iterationsverfahren verwendet kann, um den Vorgang unter der Berücksichtigung von Reibung darzustellen.

Die Applikation *Looping.exe* dient dabei sehr gut zur grafischen Darstellung und der Überprüfung der zuvor hergeleiteten Theorie zur Geschwindigkeit und auftretenden Beschleunigung im Looping. Auch ein Verlauf unter der Berücksichtigung von Reibungskräften kann veranschaulicht werden, gleichwohl kann dieser nur qualitativ erklärt werden, da in der Applikation keine weiteren Informationen zum Reibungskoeffizienten enthalten sind, sowie welche Arten von Reibung, Luftwiderstand, Rollreibung, etc. bei den Rechnungen berücksichtigt werden.

In dieser Arbeit wurde das Experiment am PASCO RollerCoaster-System durchgeführt, um die Theorie auch in der Realität zu prüfen, was meist einen hohen Motivationsfaktor für Schülerinnen und Schüler darstellt. Hier bietet sich eine qualitative Analyse der Ergebnisse und eine nötige Diskussion der Reibungskräfte an, da diese verstärkt bei der Bahn auftreten. Die Verwendung des grafikfähigen Taschenrechners mit dem 3-Achsen Beschleunigungssensor sollte für die Schülerinnen und Schüler kein Problem darstellen, da eine kurze Erklärung ausreicht (siehe Kapitel 5.2), um diesen samt Messgerät bedienen zu können. Weiterhin bietet es sich an mit den Schülerinnen und Schülern über die Funktionsweise des 3-Achsen Beschleunigungssensors zu diskutieren. Hier wird zum einen ein Bezug zur Elektrizitätslehre hergestellt, sowie ebenfalls eine Anwendung des Inhalts in der Umwelt. Zur quantitativen Analyse könnte die Bahn eher ungeeignet sein, da wie schon erwähnt eine sehr große Reibung auftritt und der Looping klothoiden-kreis-förmig und mit unbekanntem Radius ist. Dieses erschwert die theoretischen Berechnungen.

Das Experiment im Heidepark Soltau bietet sich ausgesprochen gut an, um Theorie und Praxis zu verknüpfen. Zum einen könnte dies eine Exkursion im Physikunterricht darstellen, die den meisten Schülerinnen und Schülern zusagt, zum anderen stellt es einen hohen Motivationsfaktor dar, da die Schülerinnen und Schüler die Theorie nicht nur in der Praxis beobachten, sondern auch am eigenen Körper spüren und die Messungen selbst mit dem WDSS durchführen können. Empfehlenswert ist die Funktionsweise des Messgerätes zu besprechen, falls nicht vorher der 3-Achsen Beschleunigungssensor im Unterricht bereits verwendet und erklärt wurde. Durch die Bereitstellung der Baupläne ist die anschließende Analyse der Messergebnisse sowohl qualitativ als auch quantitativ gut durchführbar und bie-

tet eine gute Möglichkeit den Unterricht für Schülerinnen und Schüler differenziert zu gestalten. Dabei können beispielsweise zunächst die markanten Punkte, wie Ein- und Ausfahrt, sowie der Scheitelpunkt des Loopings analysiert werden. Interessierte Schülerinnen und Schüler können mit Hilfe des Bauplanes eine theoretische Kurve der Beschleunigung während der Loopingfahrt aufstellen. Außerdem kann die Reibung mit einbezogen werden, welche sich, wie in der Auswertung der Messergebnisse deutlich wurde, nur mit einigen Abweichungen an die tatsächlichen Messergebnisse annähert.

Schwierigkeiten könnten im Unterricht allerdings auch dann auftreten, wenn der Transfer zwischen Theorie und Praxis nicht gelingt. Zwar können die theoretischen Werte am Kreislooping berechnet werden, jedoch erfordert es hohe mathematische Kompetenzen diese auf einen Klothoiden-Kreis-Looping bzw. Klothoiden-Looping zu übertragen, sowie (für exaktere Ergebnisse) auch die Reibung mit zu berücksichtigen.

8 Fazit

Abschließend lässt sich sagen, dass der Kontext Achterbahn im Physikunterricht eine gute Anwendung ermöglicht. Zum einen ist natürlich der große Motivationsfaktor ein Grund dafür mit Schülerinnen und Schülern das Thema Achterbahn im Unterricht anzusprechen und eine Exkursion in einen Freizeitpark zu planen und damit lebensnahen Unterricht zu gestalten. Ebenfalls wurde in dieser Arbeit deutlich, dass die Messungen mit dem WDSS in einer Achterbahn sehr gute Ergebnisse liefern, die sowohl qualitativ als auch quantitativ gut zu analysieren sind. Zwar tritt auch in diesem Kontext das Problem der Reibung auf, welches einen großen Unterschied zwischen der Theorie in der Schule und Praxis ausmacht, jedoch lassen sich auch im Rahmen des Schulkontextes angemessene Näherungsverfahren finden, um die Ergebnisse mathematisch physikalisch nachzuvollziehen.

Das Pasco RollerCoaster-System bietet ebenfalls eine gute Möglichkeit eine Loopingfahrt im Unterricht zu simulieren, doch verhindert die Klothoiden-Kreis-Form des Loopings eine quantitative Analyse. Hier würde es sich anbieten, auf die Darda-Bahn zu verweisen, die in Becker 1993 für die Messungen verwendet wird, da es bei dieser Bahn einen Kreislooping gibt, durch den der Wagen fährt. Alternativ könnte der Looping des Pasco RollerCoaster-Systems genauer untersucht werden und mittels Photographien und Computersoftware eine Analyse des Schienenverlaufs erfolgen, um Abschnittsweise den Radius im Looping zu bestimmen.

Die Applikation *Looping.exe* gibt den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit die theoretischen Überlegungen am Modell auszuprobieren. Dazu können sie verschiedene Loopingarten auswählen und unter verschiedenen Startbedingungen (Starthöhe und Reibung) eine

Loopingfahrt simulieren lassen. Anschließend können sie die dadurch erhaltenen Messkurven analysieren und unterschiedliche Kurvenverläufe diskutieren.

Für den Unterricht lassen sich viele Möglichkeiten der Differenzierung finden, sodass sowohl Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten im Fach Physik, als auch begabte Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit haben Berechnungen durchzuführen und dabei den Kontext der Achterbahn auf physikalische Weise betrachten und erschließen zu können.

9 Danksagung

Ein herzlicher Dank gilt dem Heidepark Soltau für die tatkräftige Unterstützung im Rahmen dieser Arbeit. Zum einen durften Messungen in der Achterbahn Big Loop durchgeführt werden, die einen wichtigen Teil dieser Arbeit darstellen, zudem wurde mir der Bauplan der Achterbahn zur Verfügung gestellt, ohne diesen die Rechnung zu den Messergebnissen nicht möglich gewesen wären.

10 Quellenverzeichnis

- Becker 1993** BECKER u.a: *Spielzeuge – Eine Spielzeugautobahn im Physikunterricht*, PhD 4, 1993, S. 287 – 301 (1993)
- Bronstein 2008** BRONSTEIN: *Taschenbuch der Mathematik*. 7., vollst. überarb. und erg. Aufl. [d. Neubearb.]. Aufl. Frankfurt am Main : Deutsch, 2008
- Ciesla 2009** CIESLA, E.: *Vom Fehlkonzept zum Verstehen*. In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule*, 2002, 51, 7, S. 23-28 (2002)
- Fromme 2008** FROMME, B.: Kreisbewegung einmal anders. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht : MNU ; Organ des Deutschen Vereins zur Förderung des Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V*, 2008, 61, 5, 293 (2008)
- Heintz u.a. 2009** HEINTZ, V., MARTENSSON PENDRILL, A.M., SCHMITT, A., WENDT, K.: *Physik der Achterbahn*. In: *Physik in unserer Zeit*, 2009, 40, 2, S. 90-95 (2009)
- Honerkamp, Römer 2012** HONERKAMP, Josef, RÖMER, Hartmann: *Klassische Theoretische Physik*, 4. Auflage, Berlin, Springer-Verlag, 2012
- Lang, Pucker 2005** LANG, Christian B., PUCKER Norbert: *Mathematische Methoden in der Physik*, 2. Auflage, München, Elsevier, 2005
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen 2008**
Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.) URL: http://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/gymnasium_g8/gym8_physik.pdf, Abgerufen: 03.02.2015
- Scheck 2007** SCHECK, Florian: *Theoretische Physik 1*. 8. Auflage, Berlin, Springer-Verlag, 2007
- Tipler, Mosca 2009** TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene: *Physik – Für Wissenschaftler und Ingenieure*, 6. deutsche Auflage, Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag, 2009
- [1]** LEIFI, Physik: *Wechselwirkung von Kräften*.
URL: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/kraft-und-bewegungsänderung#Wechselwirkung%20von%20Kr%C3%A4ften>, Abgerufen: 03.02.2015
- [2]** http://uni-protokolle.de/Lexikon/Zentripetalkraft_und_Zentrifugalkraft.html, Abgerufen: 03.02.2015
- [3]** http://traffic.bplaced.net/images/Klothoide_mit_R_L.gif, Abgerufen: 03.2.2015
- [4]** BORCHARDT, M: URL: <http://www.mabo-physik.de/looping.html> 2012, Abgerufen: 03.02.2015
- [5]** http://lexikon.freenet.de/Datei:Layout_Big_Loop.svg, Abgerufen: 03.02.2015

[6] *[http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Big_Loop?uselang=de#mediaviewer/
File:Blick_auf_Big_Loop_und_Limit_im_Heide-Park.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Big_Loop?uselang=de#mediaviewer/File:Blick_auf_Big_Loop_und_Limit_im_Heide-Park.jpg), Abgerufen: 03.02.2015*

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbstständig verfasst wurde. Textstellen, Zeichnungen oder Bilder, welche aus anderen Werken übernommen wurden, sind mit Angabe der zugehörigen Quellen gekennzeichnet. Alle weiteren Abbildungen und Tabellen sind eigenständig angefertigt worden. Die Ergebnisse der Experimente basieren auf den von mir durchgeführten Versuchen und den dabei gesammelten Daten.

Bielefeld, den

Unterschrift

CD-ROM

Die CD-ROM enthält die Datei *Looping.exe* und eine Excel-Tabelle *Messungen*. In den Tabellen befinden sich die Messwerte, die mit dem WDSS und dem grafikfähigen Taschenrechner ermittelt wurden und eine Mappe mit den Rechnungen zu den Messungen im Heidepark.

Anhang

In den folgenden Tabellen sind die Beschleunigungen, momentanen Geschwindigkeiten, Krümmungsradius und Zeiten aufgelistet, welche unter Berücksichtigung der Reibung ermittelt wurden. Die Punkte stimmen mit denen im Bauplan überein. Ebenfalls im Anhang enthalten ist die Höhenmessung aus der Achterbahn Big Loop, sowie dessen Bauplan.

A1: Tabelle 1 (Reibungskoeffizient: 0,03):

Punkt	Zeit [s]	Beschleunigung [g]	Momentane Geschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]	Krümmungsradius [m]
11	64,50	2,28	19,44	30,00
12	64,88	3,16	18,98	16,76
13	65,20	3,29	17,76	13,11
14	65,44	3,36	16,25	9,91
15	65,62	3,60	14,80	7,01
16	65,76	3,76	13,53	5,18
17	65,82	3,69	12,93	4,62
18	66,66	0,65	8,65	4,62
19	67,22	3,25	12,86	5,18
20	67,28	2,78	13,45	7,01
21	67,41	2,64	14,70	9,91
22	67,58	1,88	16,13	21,34
23	68,50	3,56	20,20	16,26
24	69,00	3,60	18,83	13,11
25	69,22	3,76	17,41	9,91
26	69,39	4,16	16,06	7,01
27	69,52	4,52	14,90	5,18
28	69,57	4,54	14,35	4,62
29	70,26	1,50	10,65	4,62
30	70,77	4,00	14,26	5,18
31	70,82	3,34	14,80	7,01
32	70,94	3,03	15,94	9,91
33	71,09	2,96	17,26	13,11
34	71,30	2,95	18,65	16,76
35	71,79	3,43	19,98	16,76

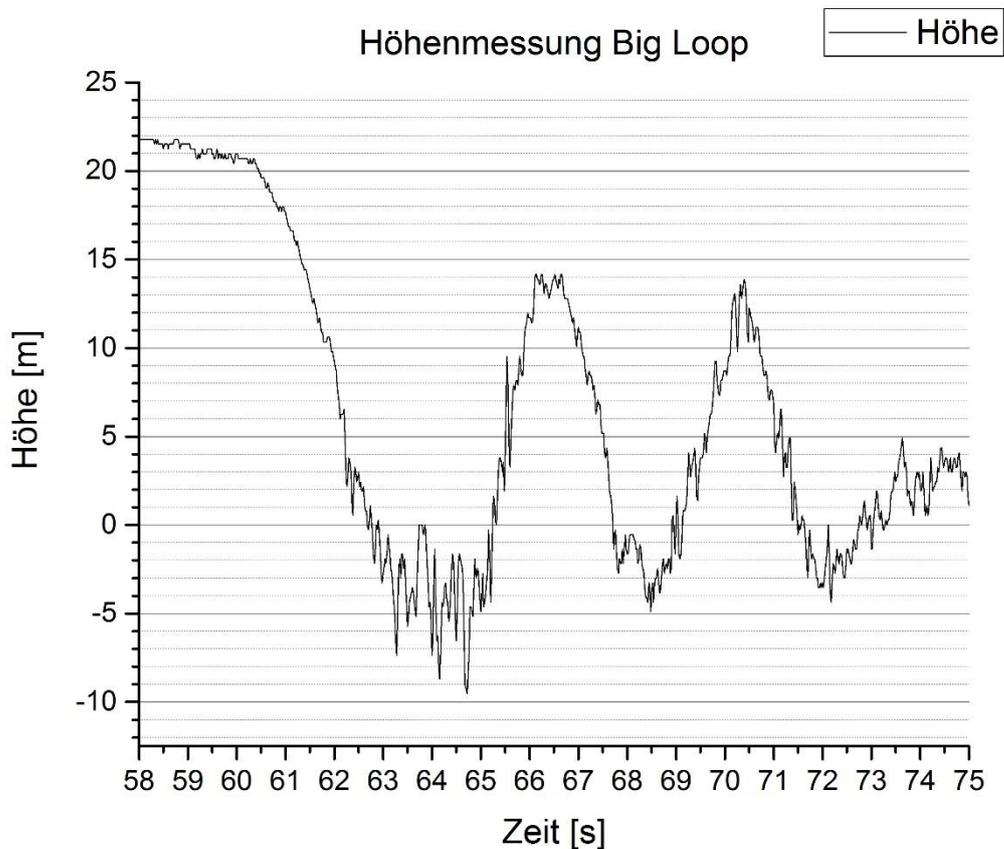
A2: Tabelle 2 (Reibungskoeffizient: 0,06):

Punkt	Zeit [s]	Beschleunigung [g]	Momentane Geschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]	Krümmungsradius [m]
11	64,50	2,28	19,44	30,00
12	64,88	3,16	18,95	16,76
13	65,20	3,28	17,70	13,11
14	65,44	3,33	16,16	9,91
15	65,62	3,55	14,69	7,01
16	65,76	3,68	13,39	5,18
17	65,83	3,60	12,78	4,62
18	66,70	0,53	8,33	4,62
19	67,27	3,14	12,64	5,18
20	67,33	2,70	13,23	7,01
21	67,46	2,57	14,49	9,91
22	67,63	1,85	15,92	21,34
23	68,57	3,50	19,99	16,26
24	69,07	3,51	18,55	13,11
25	69,30	3,64	17,08	9,91
26	69,47	3,99	15,69	7,01
27	69,60	4,28	14,48	5,18
28	69,66	4,27	13,91	4,62
29	70,39	1,19	9,96	4,62
30	70,92	3,71	13,74	5,18
31	70,97	3,12	14,29	7,01
32	71,10	2,87	15,46	9,91
33	71,26	2,84	16,81	13,11
34	71,47	2,86	18,22	16,76
35	71,96	3,32	19,53	16,76

A3: Tabelle 3 (Reibungskoeffizient: 0,1):

Punkt	Zeit [s]	Beschleunigung [g]	Momentane Geschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]	Krümmungsradius [m]
11	64,50	2,28	19,44	30,00
12	64,88	3,16	18,95	16,76
13	65,20	3,28	17,70	13,11
14	65,44	3,33	16,16	9,91
15	65,62	3,55	14,69	7,01
16	65,76	3,68	13,39	5,18
17	65,83	3,60	12,78	4,62
18	66,70	0,53	8,33	4,62
19	67,27	3,14	12,64	5,18
20	67,33	2,70	13,23	7,01
21	67,46	2,57	14,49	9,91
22	67,63	1,85	15,92	21,34
23	68,57	3,50	19,99	16,26
24	69,07	3,51	18,55	13,11
25	69,30	3,64	17,08	9,91
26	69,47	3,99	15,69	7,01
27	69,60	4,28	14,48	5,18
28	69,66	4,27	13,91	4,62
29	70,39	1,19	9,96	4,62
30	70,92	3,71	13,74	5,18
31	70,97	3,12	14,29	7,01
32	71,10	2,87	15,46	9,91
33	71,26	2,84	16,81	13,11
34	71,47	2,86	18,22	16,76
35	71,96	3,32	19,53	16,76

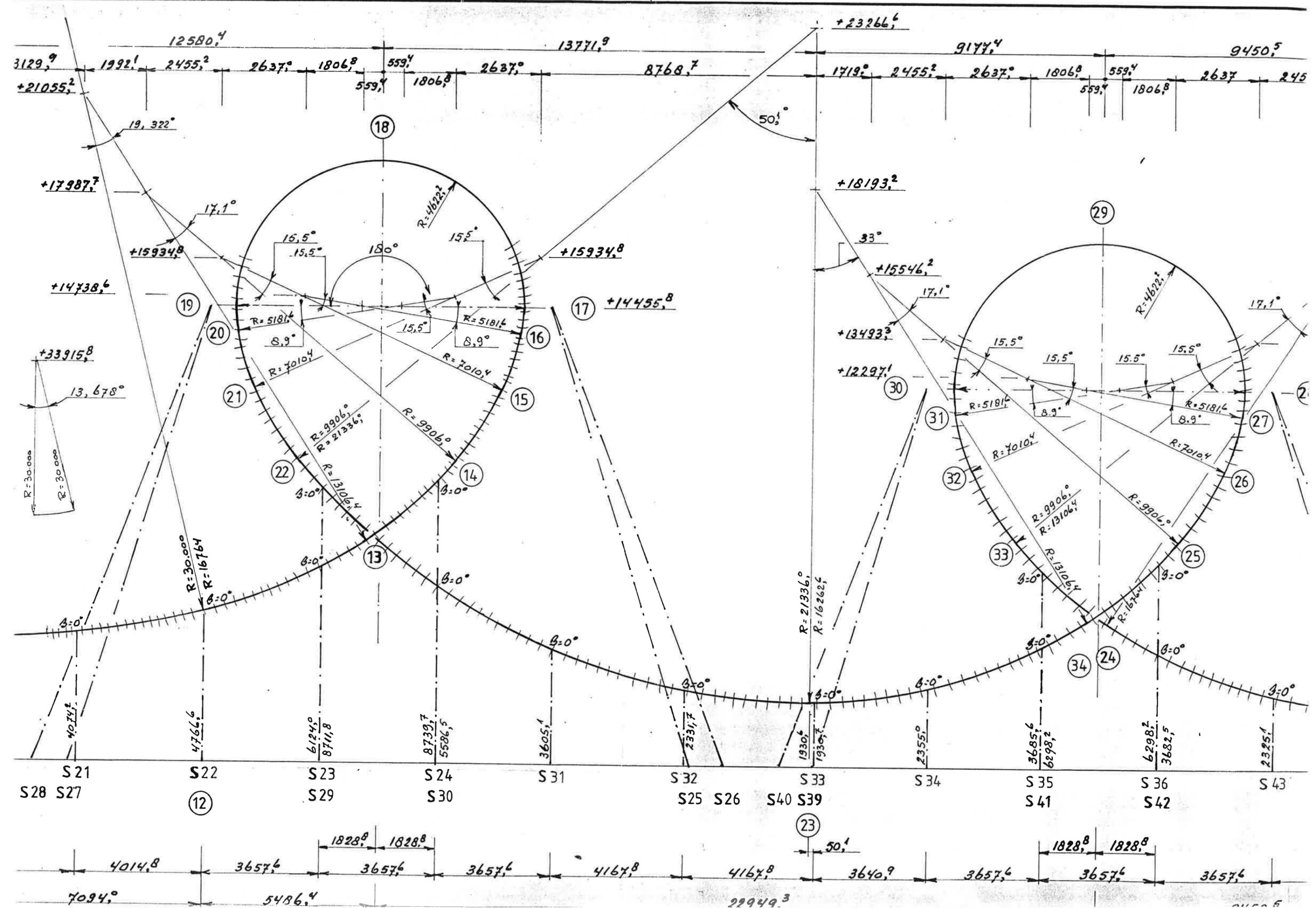
A4: Diagramm der Höhenmessung mit dem WDSS in der Achterbahn Big Loop

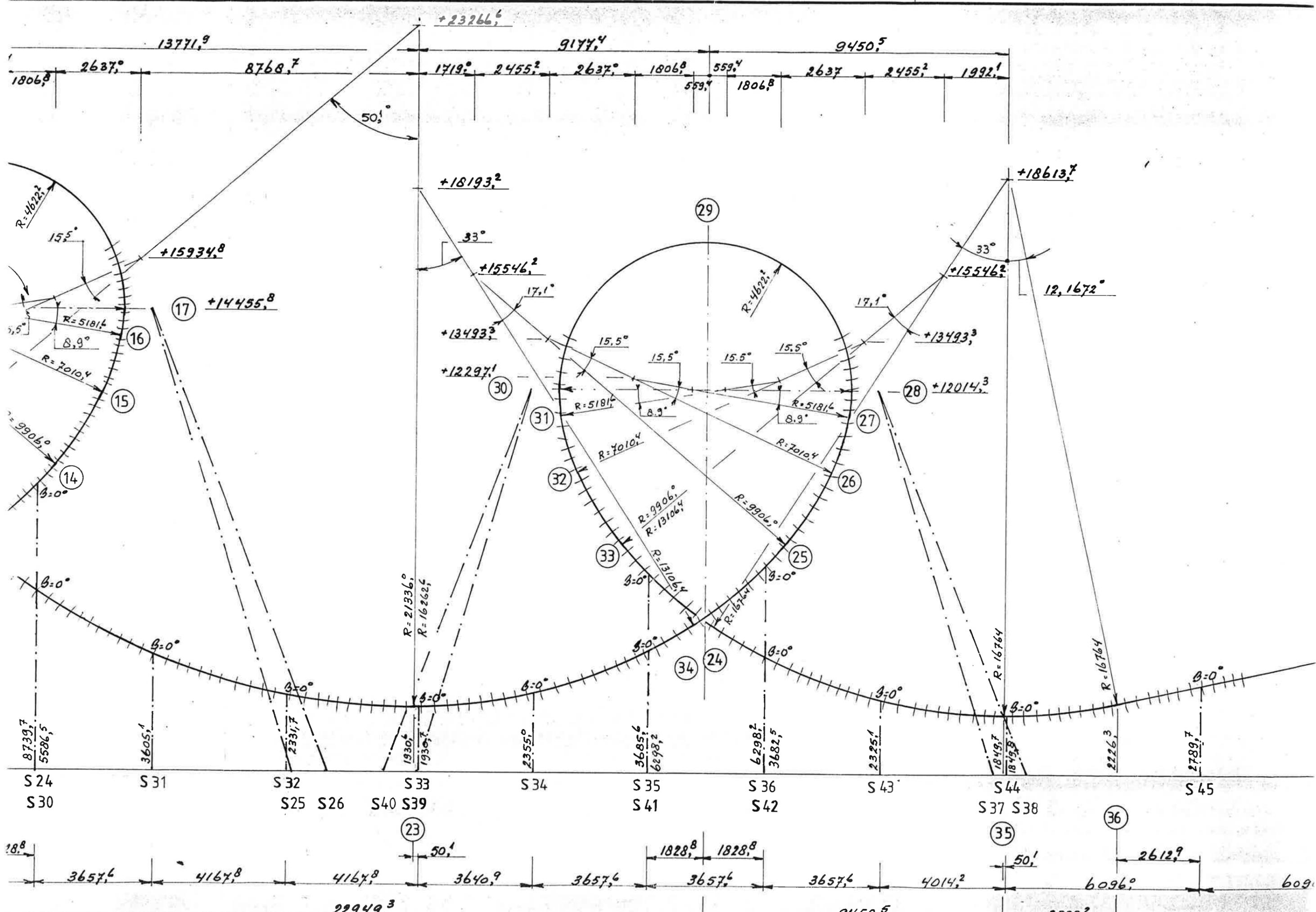


Auf der x-Achse ist die Zeit in Sekunden angegeben, auf der y-Achse die Höhe in Meter. Im Vergleich zur Messung der Beschleunigung mit dem WDSS, scheint die Höhenmessung leicht verzögert stattzufinden. Dies kann an der Fehlerangabe von $\pm 5m$ des Messgerätes liegen, welche der Bauweise des Höhenmessers zu Grunde liegt. Dadurch findet eine kleine Verzögerung bei der Verformung der Membran statt, sodass Höhendifferenzen verspätet aufgenommen werden. Trotzdem bietet dieses Diagramm eine Orientierung über den Streckenverlauf während der Fahrt durch die beiden Loopings. Es ist zu erkennen, wann die Abfahrt vom Lifthill stattfindet, sowie die Durchfahrt durch beide Loopings.

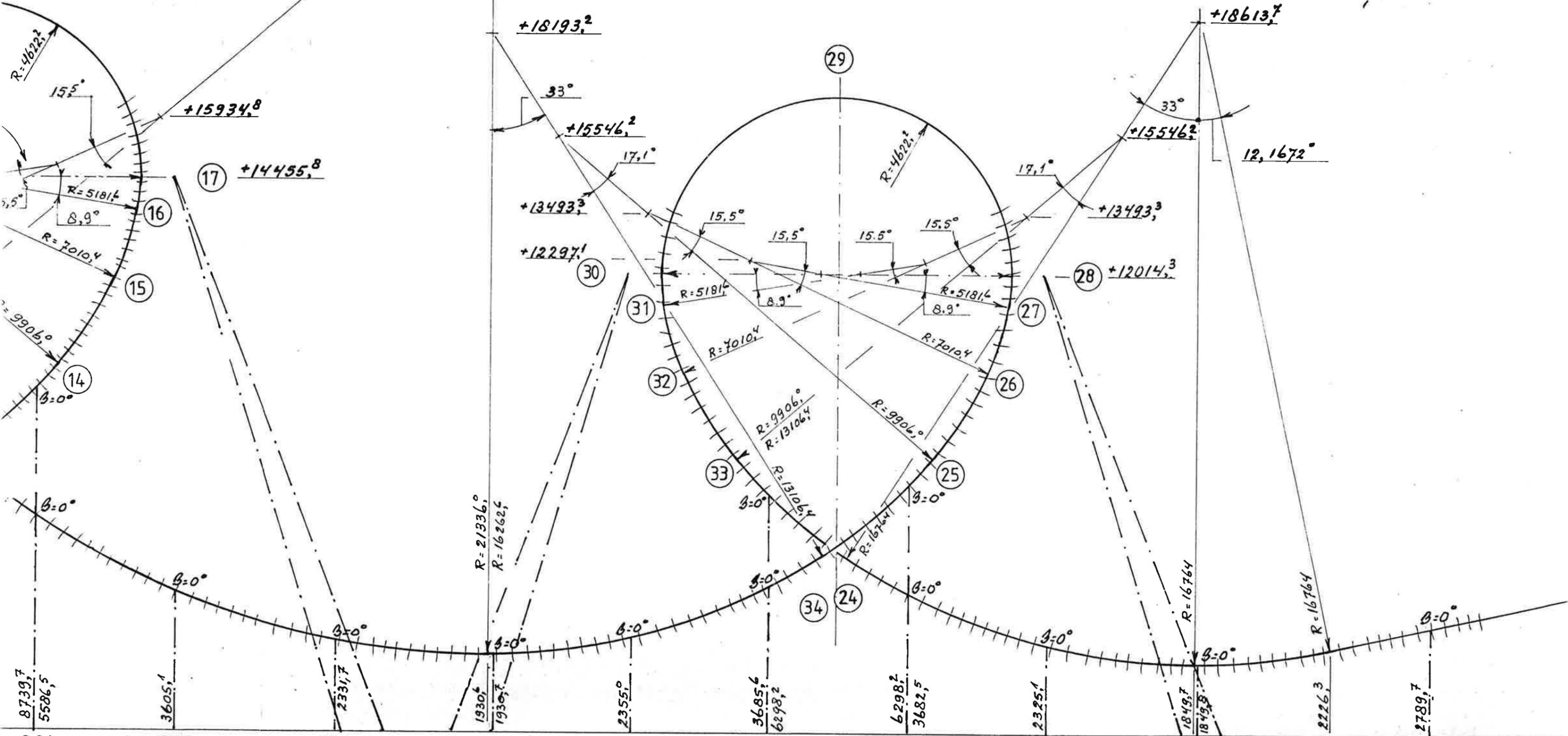
A5: Bauplan der Achterbahn Big Loop.

Zur Verfügung gestellt vom Heidepark Soltau.





13771.9
 1806.8 2637.0 8768.7 1719.0 2455.2 2637.0 1806.8 559.4 1806.8 2637.0 2455.2 1992.1
 9177.4 9450.5



Bottom edge stationing and dimensions:
 18.8 3657.6 4167.8 4167.8 3640.9 3657.6 1828.8 1828.8 3657.6 3657.6 4014.2 50.1 6096.0 609.0
 22949.3 9450.5 25222