9.5 Beschleunigte Punktladung

→ Erinnerung: §9.2, Liénard-Wiechert Potentiale

Punktladung q auf Bahn $\vec r_0(t)$ (($\vec\beta(t) \equiv \partial_t \vec r_0(t)/c$))

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}\phi\\ \vec A\end{pmatrix}_{\vec r,t} = \frac{q}{R-\vec R\cdot\vec\beta(t_r)}\begin{pmatrix}1\\ \vec\beta(t_r)\end{pmatrix} , \qquad \vec R \equiv \vec r-\vec r_0(t_r) , \quad t_r = t - R/c$$

Felder zu diesen Potentialen?

mittels $\partial_t = t_r'^{\,t}\, \partial_{t_r}$, $\quad t_r'^{\,t} = 1-\frac{1}{c}\partial_t |\vec R| = 1-\frac{1}{c}\frac{\vec R\cdot\partial_t\vec R}{R}$

$$\overset{!}{=} 1-\frac{1}{c}\, t_r'^{\,t}\, \frac{\vec R}{R}\cdot(-c\vec\beta(t_r))$$

$$\Leftrightarrow \quad t_r'^{\,t} = \frac{1}{1-\vec n\cdot\vec\beta} , \qquad \vec n \equiv \frac{\vec R}{R}$$

erhält man

$$\vec E = q\,\frac{\vec n-\vec\beta}{\gamma^2(1-\vec n\cdot\vec\beta)^3 R^2}\bigg|_{t_r} + \frac{q}{c}\,\frac{\{\vec n\times([\vec n-\vec\beta]\times\dot{\vec\beta})\}}{(1-\vec n\cdot\vec\beta)^3 R}\bigg|_{t_r}$$

keine Strahlung $\qquad\qquad$ Strahlung!

$$\vec B = (\text{ähnlich}) + \vec n\times\vec E_{\text{Strahlung}}$$

((check?! z.B. $\vec E$ für $\vec r_0(t) = \vec e_1 v t$, vgl. §9.2, S. 112 → keine Str.))

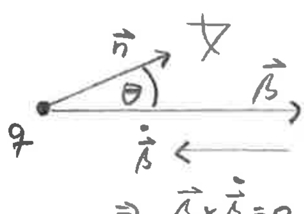
⇒ Energie-Stromdichte $\quad \vec S = \frac{c}{4\pi}\left(\vec E\times\vec B\right)_{\text{Strahlung}} = \frac{c}{4\pi}\vec E_{\text{Str}}^{\,2}\,\vec n$

$$\overset{!}{=} \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}\cdot\text{Fläche}}\cdot\overrightarrow{\text{Richtg}} = \frac{d^2\mathcal{E}}{dt\,df}\cdot\vec n$$

⇒ Energie-Verlust des Teilchens, pro Zeit und Raumwinkel $d\Omega$

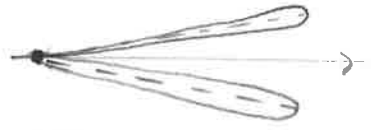
$$\frac{d^2\mathcal{E}}{\underset{\frac{dt}{1-\vec n\vec\beta}}{\underset{\parallel}{dt_r}}\;\underset{\frac{df}{R^2}}{\underset{\parallel}{d\Omega}}} = R^2(1-\vec n\cdot\vec\beta)\,|\vec S| = \frac{q^2}{4\pi c}\,\frac{\{\vec n\times([\vec n-\vec\beta]\times\dot{\vec\beta})\}^2}{(1-\vec n\cdot\vec\beta)^5}$$

Bsp **Bremsstrahlung**: $\quad \frac{d^2\mathcal{E}}{dt_r\,d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c^3}\,|\ddot{\vec r}_0(t_r)|^2\,\frac{\sin^2\theta}{(1-\beta\cos\theta)^5}$



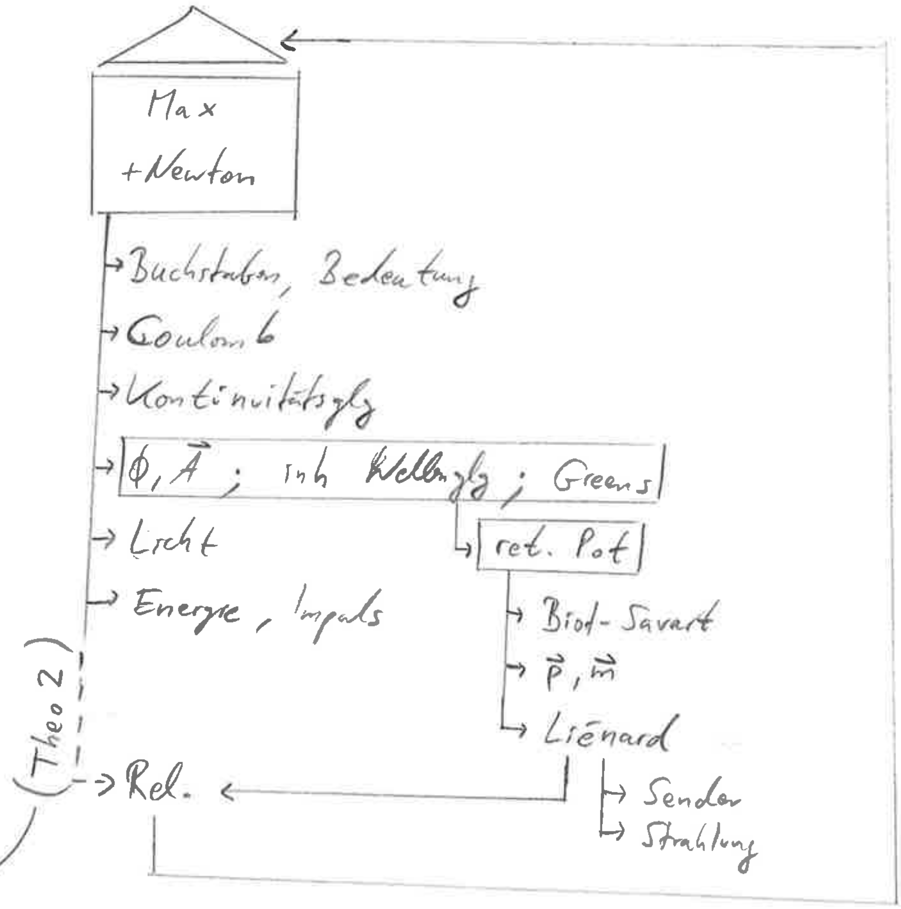
⇒ $\vec\beta\times\dot{\vec\beta} = 0$

a) $\beta = 0$  , $dt_r = dt$

b) $\beta \lesssim 1$ 

10. Ausblick

Standort:



weiter:

(s. §5)

→ alle Bausteine der ED in 4er-Notation: Eleganz!

4-Stromdichte $j = \begin{pmatrix} c\rho \\ \vec j \end{pmatrix}$ ↷ Konti.: $\partial_\mu j^\mu = 0$

((check: $x^\mu = \begin{pmatrix} ct \\ \vec x \end{pmatrix}$, $\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$, $\partial_\mu j^\mu = \partial_0 j^0 + \partial_i j^i = \partial_{ct}(c\rho) + \partial_{x^i} j^i = \dot\rho + \vec\nabla \vec j$))

4-Potential $A = \begin{pmatrix} \phi \\ \vec A \end{pmatrix}$ ↷ Max: $\partial_\nu \partial^\nu A^\mu = \frac{4\pi}{c} j^\mu$

((in Lorenz-Eichg)) (($\partial_\nu \partial^\nu = \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \vec\nabla^2 = \Box$))

Feldstärketensor $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ ↷ Max: $\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j^\nu$

((ohne Eichbed.; s. auch Ü54))

((mit Feldern: $F^{i0} = -F^{0i} = E^i$, $F^{ij} = -F^{ji} = -\varepsilon^{ijk} B^k$, $F^{00} = 0 = F^{ii}$))

(($u^\mu = \partial_\tau x^\mu$, S.68; $p^\mu = m u^\mu$, S.72)) ↷ Newton: $\partial_\tau p^\mu = \frac{q}{c} F^{\mu\nu} u_\nu$

((mit $\vec F_{Lorentz} = q\vec E + \vec v \times \vec B / c$))

Querverbindungen

→ haben dieses Semester einige sehr grundlegende und wichtige Prinzipien kennengelernt, die weiter verallgemeinert werden können:

- **Prinzip der kleinsten Wirkung**

  hier: klass. Mechanik, $\delta S = 0$

  später: Quantenmechanik (Theorie II)

  Quantenfeldtheorie (im Master), Pfadintegrale

- **Hamiltonsche Bewgl.**

  hier: klass. Mechanik, $\dot{x}(t) = \{x, H\}$ (Poisson-Klammer), $\dot{p}(t) = \{p, H\}$, $\{x, p\} = 1$

  später: Quantenmechanik (Theorie II), $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ (Kommutator)

  $i\hbar \partial_t \hat{x}(t) = [\hat{x}, \hat{H}]$ etc

- **Eichinvarianz**

  hier: Elektrodynamik, $A^\mu \to A^\mu - \partial^\mu \chi$ gleiche Physik

  später: Elementarteilchenphysik (5. Semester)

  Konstruktion des "Standardmodells"

- **Relativitätsprinzip**

  hier: in spez. Rel., Inertialsysteme, $\Lambda^\mu{}_\nu$ L-Trafo

  später: Allgemeine Rel., Schwerkraft ⇔ Beschleunigung

  allg. Koord.-Trafo

  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$, $g_{\mu\nu} \neq \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$

— • —