# (B) Elektrodynamik (ED)

→ zwei Knüller vorweg:

- ED führt erstmals zu einer vollständigen[1] Theorie, welche allerdings nur einen Teilbereich[3] der Natur regiert, und zwar falsch[2]
- ED enthält eine verborgene Symmetrie (relativistische Invarianz)

---

(1) genügend viele Gln. legen die Zukunft fest
(( $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$ ? 4 Gln. für $\vec{F}$ ! "zweite Hälfte der Theorie" ))

(2) betrachte $\boxed{ED}\ T$ : ED + Temperatur = Unfug ($\infty$)

zB Kondensator im Standardmodell;
ED ist Karikatur der Wirklichkeit (falsch und gut)

(3) Blick auf Ganzes

$$\boxed{\frac{ED}{M}} \to \boxed{\frac{ED}{Rel.\,M}} \to \boxed{\frac{ED}{QM}} \to \boxed{\left.\begin{matrix} QE \\ Rel\,QM \end{matrix}\right\} QED} \xrightarrow{\text{mehr}} \boxed{\begin{matrix}\text{Standardmodell} \\ \text{der elektro-} \\ \text{schwachen und} \\ \text{starken Ww}\end{matrix}}$$

allg. Rel.: Gravitation + Q ?

?

wir sind "am Anfang"!

## 6. Grundbegriffe der Elektrodynamik (ED)

(Postkarte aus 1863)

(kennen schon aus §1.2, und Ü15)

$$\boxed{\begin{array}{llll} \mathrm{div}\,\vec{E} = 4\pi\rho & (1) & \mathrm{rot}\,\vec{E} + \dot{\vec{B}}/c = \vec{0} & (2) \\ \mathrm{div}\,\vec{B} = 0 & (3) & \mathrm{rot}\,\vec{B} - \dot{\vec{E}}/c = 4\pi\vec{j}/c & (4) \\ & & & \\ \multicolumn{4}{l}{m\ddot{\vec{r}} = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B}\right) \equiv \vec{F}_{\text{Lorentz}}} \end{array}}$$

"first principles" der emm Welt;
(elektromagnetisch-mechanisch)

c = Konstante = "Lichtgeschwindigkeit" $\equiv 299\,792\,458\ \mathrm{m/s}$ (exakt; ↝ Meter)

## 6.1 Ladungen (elektrische): $q, \rho, \vec{j}$

- $\exists$ Teilchen (T.); zu jedem T. identische weitere; 2 T. bemerken einander,

  $\rightarrow$ Wechselwirkung: Grav. schwache em starke

  $\rightarrow$ Kraft $\sim$ $\underbrace{1/r^2 \quad \text{kurzreichw.} \quad 1/r^2}$ kurzreichweitig

  zB e-e: rel. Stärke $10^{-43}$

  $\rightsquigarrow$ man kann einen Vorgänge isolieren.

- in Mechanik: T. idealisiert als Massenpunkte (MP), Masse $m$
  jetzt bekommen MP weitere Eigenschaft: elektrische Ladung $q$

  additiv: T. zusammenkleben $M = m_1 + m_2$, $Q = q_1 + q_2$

- Ladungen erzeugen el. + magn. Felder $\vec{E}, \vec{B}$ (via Max 1-4)
  Felder üben Kräfte auf Ladungen aus (via $\vec{F}_L$)

  $\rightsquigarrow$ ED beschreibt gekoppeltes System aus MP + Feldern

- geladene T. können strömen

  def $\rho(\vec{r},t) \equiv \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\text{Ladung (in } \Delta V \text{ bei } \vec{r} \text{ zu } t)}{\Delta V}$ Ladungsdichte

  $\uparrow$ oft: $(\text{atomare Länge})^3 \ll \Delta V \ll \left(\begin{matrix}\text{interessierende}\\ \text{Längenskala}\end{matrix}\right)^3$

  zB Punktladungen: $\rho(\vec{r}) = \sum_a q_a \, \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}_a)$

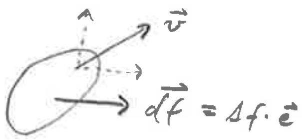
  $\Rightarrow$ Gesamtladung in Volumen $V$: $Q = \int_V d^3\vec{r} \; \rho(\vec{r})$

  def $\vec{j}(\vec{r},t) \equiv \lim\limits_{\substack{\Delta f \to 0 \\ \Delta t \to 0}} \dfrac{\text{Ladung (in } \Delta t \text{ durch } \Delta f \text{ bei } \vec{r} \text{ zu } t)}{\Delta f \cdot \Delta t} \, \vec{e}$ Stromdichte


  falls $\rho$ die Dichte der Ladungen ist, die sich (bei $\vec{r}$ zu $t$) mit $\vec{v}$ bewegen, dann


  $= \lim \dfrac{\text{Ladung } (\dots)}{\underbrace{\Delta f \cdot v \cdot \Delta t}_{\text{Vol, das in } \Delta t \text{ durch } \Delta f \text{ geht}}} \, v\vec{e} = \rho(\vec{r},t) \cdot \vec{v}(\vec{r},t)$

**Bem.** falls die Ladungen sich nicht $\perp$ durch $\Delta f$ bewegen, ist der Strom durch die $\perp$ Komponente gegeben:




$$\Delta I = \vec j\cdot\vec e\cdot\Delta f = \vec j\cdot d\vec f$$

- el. Ladung ist erhalten (analog zur T.-Zahl)

⇝ Ladung in einem Volumen $V$ kann sich nur durch Ab- (oder Zu-) Fluss durch die Oberfläche $\partial V$ ändern.

Gesamtstrom durch Fläche $F$: $\quad I_F(t) = \int_F d\vec f\cdot\vec j(\vec r,t)$

Ladung innerhalb einer geschlossenen Fläche wird entsprechend kleiner:

$$\frac{dQ}{dt} = -I \quad\Leftrightarrow\quad \partial_t \int_V d^3\vec r\ \rho(\vec r,t) = -\int_{\partial V} d\vec f\cdot\vec j(\vec r,t) \underset{\text{(Satz v. Gauss)}}{=} -\int_V d^3\vec r\ \operatorname{div}\vec j$$

$$\Leftrightarrow\quad \int_V d^3\vec r\ \left(\partial_t\rho + \vec\nabla\cdot\vec j\right) = 0$$

dies gilt $\forall$ Volumenelemente $V$, insbes. infinites. kleine

$$\Rightarrow\quad \boxed{\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Skalarfeld}}}{\partial_t\rho(\vec r,t)} + \underset{\substack{\uparrow\\ \text{Vektorfeld}}}{\vec\nabla\cdot\vec j(\vec r,t)} = 0} \qquad \forall\ \vec r,t \qquad \text{Kontinuitätsgl.}$$

**Bsp** (Ldg. $Q$ auf Metallkugel, Radius $R$)

$$\rho(\vec r) = \alpha\,\delta(r-R)\ ,\quad Q = \int d^3\vec r\,\rho = 4\pi\int_0^\infty dr\, r^2\alpha\,\delta(r-R) = 4\pi\alpha R^2$$

$$\Leftrightarrow\quad \alpha = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

**Bsp** (Strom $I$ durch $\infty$ dünnen Draht auf $z$-Achse)

$$\vec j(\vec r) = \alpha\,\delta(x)\,\delta(y)\,\vec e_3\ ,\quad I = \int d\vec f\cdot\vec j = \int dx\int dy\ \vec e_3\cdot\alpha\,\delta(x)\,\delta(y)\,\vec e_3 = \alpha$$

**Bsp** (Punktladung $q$ bei $\vec r_0(t)$)

$$\rho = q\,\delta(\vec r-\vec r_0(t))\ ,\quad \vec j = \rho\cdot\vec v = q\,\dot{\vec r}_0(t)\cdot\delta(\vec r-\vec r_0(t))$$

⇝ s. auch **Ü 35**