

**Aufgabe 54: Eichtransformation**

Ein 4-Vektorpotential sei als  $A^\mu \equiv (\phi, \vec{A})$  definiert, wobei  $\vec{A}$  das normale Vektorpotential ist. Unter Eichtransformation ändern sich  $\phi$  und  $\vec{A}$  als  $\phi' = \phi - \dot{\chi}/c$ ,  $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi$ , wobei  $\chi$  eine beliebige reelle Funktion ist. Zeigen Sie, dass der Feldstärketensor  $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$  eichinvariant ist [ $\partial^\mu = (\frac{1}{c}\partial_t, -\nabla)$ ].

**Aufgabe 55: Wasserstoff-Atom**

Die Ladungsverteilung eines Wasserstoffatoms im Grundzustand besteht aus der annähernd punktförmigen Kernladung ( $\rho_k(\vec{r}) = +q \delta(\vec{r})$ ) und einer mittleren Elektronenladungsdichte der Form

$$\rho_e(\vec{r}) = -\frac{q}{\pi a_0^3} e^{-2r/a_0} .$$

Dabei ist  $a_0$  der Bohrsche Radius des Atoms. Zeigen Sie, dass die Gesamtladung des Atoms Null ist und berechnen Sie das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{r})$  sowie das Potential  $\phi(\vec{r})$ . Diskutieren Sie die Grenzfälle  $x \equiv 2r/a_0 \ll 1$  und  $x \rightarrow \infty$ .

**Aufgabe 56: Plattensender**

Ein „Plattensender“ erzeugt links und rechts der Ebene  $x = 0$  das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \vec{e}_2 [\Theta(x) \cos(kx - \omega t) + \Theta(-x) \cos(kx + \omega t)] ,$$

dabei ist  $\Theta(x)$  die Stufenfunktion und  $k = \omega/c$ . Berechnen Sie, welche Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r}, t)$  man braucht, um dieses Feld zu erzeugen. Geben Sie zunächst einen Ausdruck für  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  an.

**Aufgabe 57: Rotierende Leiterschleife**

Ein zum Quadrat gebogener Draht (Kantenlänge  $L$ ) rotiere um eine Hauptdrehachse, die parallel zu zwei Kanten ist (siehe Skizze), mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  im homogenen senkrecht auf der Drehachse stehenden Magnetfeld  $\vec{B}$ . Bestimmen Sie den induzierten Potentialunterschied  $U$  zwischen den beiden Drahtenden als Funktion der Zeit.

