Theoretische Physik I: Übungen	**Blatt Nr. 12**	7.1.2014

[Besprechung 15.1 - 17.1 in den Übungen]

Aufgabe 42: 1D Fourier-Transformation

Konvention: $f(x) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\, e^{+ikx} \tilde{f}(k)$; $\tilde{f}(k) = \int \mathrm{d}x\, e^{-ikx} f(x)$

(a) Zu einer Funktion $f(x)$ sei die Fourier-Transformierte (FT) $\tilde{f}(k)$ bekannt. Geben Sie die FT der folgenden Funktionen an (mit $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$):

$$f(x-a), \quad f(x/a), \quad f(-x), \quad f^*(x), \quad \tilde{f}(x), \quad x^n f(x), \quad \partial_x^n f(x)$$

(b) Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}.$$

Ermitteln Sie die FT $\tilde{f}(k)$. Überprüfen Sie den Wert $\tilde{f}(0)$ mittels direkter Berechnung von $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, f(x)$.

Aufgabe 43: 3D Fourier-Transformation

Das „Coulomb-Potential" der starken Wechselwirkung hat die Form

$$\phi(\vec{r}) = \frac{\alpha e^{-m_\pi r}}{4\pi r}, \quad r = |\vec{r}|,$$

wobei m_π die Pion-Masse bezeichnet. Ermitteln Sie die entsprechende FT $\tilde{\phi}(\vec{k})$.

Aufgabe 44: Anfangswertproblem für Felder im Vakuum

Seien $\rho(\vec{r}) = 0$, $\vec{j}(\vec{r}) = 0$, und die Werte $\vec{E}(\vec{r}, 0)$, $\vec{B}(\vec{r}, 0)$ der E- und B-Felder zum Zeitpunkt $t = 0$ bekannt. Bestimmen Sie $\vec{B}(\vec{r}, t)$.

[Hinweis: In der Vorlesung (S.94) wurde diese Rechnung bereits für das E-Feld durchgeführt.]

Aufgabe 45: Differentialgleichung via Fourier

Gegeben sei die 1D-Ladungsdichte $\rho(x)$ mit FT $\tilde{\rho}(k) = Ak^2 e^{-\alpha|k|}$.

(a) Bestimmen Sie das Potential $\phi(x)$ durch Fourier-Transformation.

(b) Bestimmen und skizzieren Sie $\rho(x)$.