Theoretische Physik I: Übungen	**Blatt Nr. 7**	19.11.2013

[Besprechung 27.11 - 29.11 in den Übungen]

[Ü: Mi 14-16 (D01-249); Do 16-18 (D01-249), Fr 8-10 (S2-143), 10-12 (D01-249), 12-14 (F1-125, V3-204)]

Aufgabe 23: Sphärisches Pendel

Das sphärische Pendel besteht aus einem Massenpunkt der Masse m, der an einem Faden der Länge ℓ hängt. Im Gegensatz zum ebenen Pendel ist die Bewegung des Massenpunktes nicht auf eine vertikale Ebene beschränkt. Die Lagrangefunktion ist gegeben durch:

$$L = \frac{1}{2} m\ell^2 \left(\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2\theta\right) + m\,g\,\ell\,\cos\theta,$$

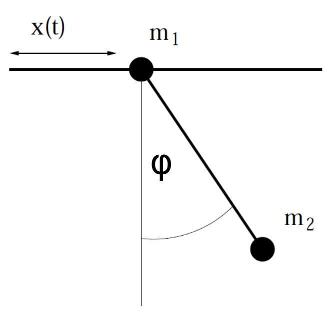
wobei θ und φ die Polarwinkel sind.
Bestimmen Sie die Hamiltonfunktion und leiten Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen her. Gibt es zyklische Koordinaten und wenn ja, welche?

Aufgabe 24: Rollpendel

Bestimmen Sie die Lagrangefunktion für ein ebenes Pendel (Masse m_2, Länge ℓ), dessen Aufhängepunkt mit der Masse m_1 sich entlang einer horizontalen Geraden bewegen kann. Bestimmen Sie dann die kanonischen Impulse und zeigen Sie, dass die Hamiltonfunktion

$$H = \frac{p_x^2}{2\mu} + \frac{M}{\mu}\frac{p_\varphi^2}{2m_2\ell^2} - \frac{\cos\varphi}{\ell\mu} p_x\,p_\varphi - m_2\,g\,\ell\,\cos\varphi$$

mit $M = m_1 + m_2$ und $\mu = m_1 + m_2 \sin^2\varphi$ lautet. Leiten Sie daraus die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen ab. Welche Symmetrien liegen vor und was sind die Noetherschen Erhaltungsgrößen?



Aufgabe 25: Poisson-Klammern

(a) Bestimmen Sie die Poisson-Klammern $\{L_i, p_j\}$ der kartesischen Komponenten vom Drehimpuls $\vec{L}$ und Impuls $\vec{p}$ eines Massenpunktes.

(b) Bestimmen Sie die Poisson-Klammern $\{L_i, L_j\}$ der kartesischen Komponenten des Drehimpulses $\vec{L}$.

(Hinweis: Verwenden Sie in beiden Aufgabenteilen $L_i = \epsilon_{ikl} x_k p_l$.)