| Theoretische Physik I: Übungen | **Blatt Nr. 6** | 12.11.2013 |
|---|---|---|

[ Besprechung 20.11 - 22.11 in den Übungen ]

[Ü: Mi 14-16 (D01-249); Do 16-18 (D01-249), Fr 8-10 (S2-143), 10-12 (D01-249), 12-14 (F1-125, V3-204)]

### Aufgabe 19: Trägheitstensor I

Gegeben sei ein homogener Quader mit Masse $M$ und Kantenlängen $a$, $b$ und $c$, die jeweils parallel zur $x$-, $y$- bzw. $z$-Achse liegen. Berechnen Sie den Trägheitstensor des Quaders

(a) im Koordinatensystem, dessen Ursprung im Schwerpunkt liegt,

(b) direkt über die Definition des Trägheitstensors im Koordinatensystem, dessen Ursprung in einer Ecke des Quaders liegt,

(c) im gleichen System wie in (b), aber unter Nutzung des Ergebnisses aus (a) und des Satzes von Steiner.

### Aufgabe 20: Trägheitstensor II

(a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Würfels bzgl. Drehungen um die Raumdiagonale.

(b) Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen des Trägheitstensors

$$I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ kg m}^2.$$

### Aufgabe 21: Wettrollen

Eine homogene Kugel, ein homogener Zylinder und ein homogener Hohlzylinder (Masse nur bei $r = R$), jeweils mit Masse $M$ und Radius $R$, rollen eine schiefe Ebene der Länge $l$ mit Neigungswinkel $\alpha$ hinab. Berechnen Sie jeweils das Trägheitsmoment, stellen Sie die Lagrange-Funktion und Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie die Laufzeit. Welcher Körper legt die Strecke in der geringsten Zeit zurück?

### Aufgabe 22: $\delta$-Funktion (siehe auch Delta-Sonderblatt)

(a) $\delta(x) = \alpha\,[\delta(x+\varepsilon) + \delta(x-\varepsilon)] \quad , \quad \alpha = ?$

(b) $\frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{x^2+\epsilon^2}$ wird für $\epsilon \to 0^+$ offensichtlich schmal und hoch. Um zu beweisen, dass $\delta(x) = \frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{x^2+\epsilon^2}$ eine mögliche Darstellung der $\delta$-Funktion ist, müssen Sie nun zusätzlich $\int \delta(x) = 1$ zeigen.

(c) $\delta(x) = \beta\, e^{-|x|/\varepsilon} \quad , \quad \beta = ?$

(d) Welche Darstellung der Stufenfunktion $\theta(x)$ läßt sich aus $\tanh(x) \equiv \sinh(x)/\cosh(x)$ basteln? Welche $\delta(x)$–Darstellung folgt (wegen $\partial_x \Big(\theta(x)\text{–Darst.}\Big) = \delta(x)\text{–Darst.}$ ) daraus?

(e) $\delta(x-\varepsilon) - \delta(x+\varepsilon) = \gamma\,\delta'(x) \quad , \quad \gamma = ?$

(f) 2D , $r =$ Polarkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \kappa\,\delta(r-\varepsilon) \quad , \quad \kappa = ?$

(g) 3D , $r =$ Kugelkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \lambda\,\delta(r-\varepsilon) \quad , \quad \lambda = ?$

(h) 3D , $\rho =$ Zylinderkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \tau\,\delta(z)\,\delta(\rho-\varepsilon) \quad , \quad \tau = ?$