Theoretische Physik I: Übungen	**Blatt Nr. 4**	29.10.2013

[Besprechung 6.11 - 8.11 in den Übungen]

[Ü: Mi 14-16 (D01-249); Do 16-18 (D01-249), Fr 8-10 (S2-143), 10-12 (D01-249), 12-14 (F1-125, V3-204)]

Aufgabe 12: Streuung im Zentralpotential (Rutherford)

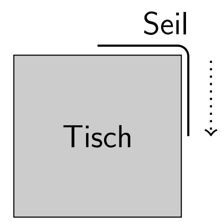
Zeigen Sie zunächst, dass ein einzelnes Teilchen (Masse μ, Energie $E > 0$, Stoßparameter b) im Zentralpotential $V(r) = -\alpha/r$ um den Winkel θ mit $\tan(\theta/2) = |\alpha|/(2Eb)$ abgelenkt wird. Berechnen Sie daraus den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2\pi \sin\theta} \frac{d\sigma}{d\theta}$, und skizzieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 13: Extremierung eines Funktionals

Ein Flugzeug fliegt in der (x, z)-Ebene vom Punkt $(-a, 0)$ zum Punkt $(a, 0)$. (Bei $z = 0$ ist der Erdboden und die z-Achse zeigt vertikal nach oben.) Die Flugkosten in Höhe z sind $\exp(-kz)$ pro Einheitsstrecke des Fluges, wobei $0 < k < \pi/(2a)$ sei. Finden Sie die Flugbahn $z(x)$, welche die Flugkosten minimiert.

Aufgabe 14: Lagrange-Formalismus

Ein homogenes Seil (dünn, biegsam, Länge L, lineare Massendichte μ) liegt zur Hälfte auf einem Tisch, die andere Hälfte hängt über die Tischkante. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird das Seil losgelassen und beginnt reibungsfrei hinunter zu rutschen.



(a) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion des Systems.

(b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie deren Lösung für die gegebenen Anfangsbedingungen.

Aufgabe 15: geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld

Ein Massenpunkt (Masse m, elektrische Ladung q) befinde sich in einem elektrischen Feld $\vec{E}(t, \vec{x})$ und einem Magnetfeld $\vec{B}(t, \vec{x})$. Elektromagnetische Felder lassen sich allgemein durch elektromagnetische Potentiale $\Phi(t, \vec{x})$, $\vec{A}(t, \vec{x})$ wie folgt ausdrücken,

$$\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla\Phi, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}.$$

Die Lagrange-Funktion des Teilchens lautet (hier sehen Sie erstmals das Potential der Lorentzkraft)

$$L = T - V = \frac{m}{2}\dot{\vec{x}}^2 - q\,\Phi(t, \vec{x}) + \frac{q}{c}\dot{\vec{x}} \cdot \vec{A}(t, \vec{x}).$$

(a) Bestimmen Sie den zu $\vec{x}$ kanonisch konjugierten Impuls $\vec{p}$, sowie die Energie $E = \dot{x}^i \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} - L$ (Summenkonvention!). Drücken Sie E als Funktion von $\vec{x}$, $\vec{p}$, t aus.

(b) Leiten Sie aus der Lagrange-Funktion die Bewegungsgleichung für das Teilchen her (ausgedrückt durch $\vec{E}$ und $\vec{B}$).