

Aufgabe 5:

- (a) Erklären Sie den Unterschied zwischen den Kräften $\vec{F}(\vec{r}) = f(\vec{r})\vec{r}$ und $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$.
- (b) Beweisen Sie, dass die Kraft $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$ konservativ ist.
- (c) Berechnen Sie das Potential für $f(r) = -\alpha r^2$. Im Koordinatenursprung soll das Potential null sein.

Aufgabe 6:

- (a) Ist das folgende für $r \neq 0$ definierte (in Kugelkoordinaten gegebene) Kraftfeld konservativ? Geben Sie ggf. ein Potential an (μ ist eine Konstante).

$$\vec{F} = \frac{e^{-\mu r}}{r^2}(1 + \mu r)\vec{e}_r. \quad (1)$$

- (b) Ist das folgende außer auf der z -Achse definierte Kraftfeld konservativ? Geben Sie ggf. ein Potential an. (Hinweis: Betrachten Sie die Arbeit $W = \int d\vec{s} \cdot \vec{F}$, entlang eines Weges, der die z -Achse umschließt.)

$$\vec{F} = \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

- (c) \vec{a} , \vec{b} seien konstante Vektoren. Welche Bedingungen müssen diese erfüllen, damit das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{x}) = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{x})$ konservativ ist?

Aufgabe 7:

In einem Schwimmbad rutscht jemand reibungsfrei eine spiralförmige Rutschbahn hinunter. Die Spirale hat den Radius R und drei volle Windungen auf einem Höhenunterschied h . Berechnen Sie die Trajektorie $\vec{x}(t)$ in einem geeignet gewählten kartesischen Koordinatensystem. (Hinweis: Benutzen Sie Energieerhaltung.)

Aufgabe 8:

In der horizontalen (x, y) -Ebene rotiert ein gerader Draht mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um den Koordinatenursprung. Auf dem Draht gleitet reibungsfrei eine Perle. Die Perle wird durch die Rotation nach außen geschleudert, wobei ihre kinetische Energie immer stärker ansteigt. Diskutieren Sie die Ursache des Energiegewinnes in einem rotierenden Koordinatensystem, dessen x' -Achse auf dem Draht liegt.

