Theoretische Physik I: Übungen **Blatt Nr. 1** 15.10.2013

Vorlesungs-Homepage ist `http://www.physik.uni-bielefeld.de/~yorks/theo1`

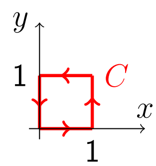
[Ü: Mi 14-16 (D01-249); Do 16-18 (D01-249), Fr 8-10 (S2-143), 10-12 (D01-249), 12-14 (F1-125, V3-204)]

Aufgabe 1:

Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $\dot{v} = e^v$?

Aufgabe 2:

Sei die Vektorfunktion $\vec{F}$ definiert durch $\vec{F} = (x+2)\,y^2\vec{e}_x + 4xy\vec{e}_y$ und sei die in der (x,y)-Ebene liegende geschlossene Kurve C gegeben wie in der Skizze. Berechnen Sie das Integral $\oint_C d\vec{s}\cdot\vec{F}$



(a) direkt,

(b) nach dem Stokes'schen Satz.

Aufgabe 3:

(a) $H = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_1 und λ_2 sowie die Eigenvektoren $\vec{f}_1$ und $\vec{f}_2$. Sind diese automatisch orthogonal? $D =$? $\left[\text{mit } H' = \text{diag}\,(\lambda_1,\lambda_2) = DHD^T\right]$

(b) $H = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$. Wie lauten die Eigenwerte λ_1, λ_2, λ_3? Ist $\text{Sp}\,(H) = \lambda_1+\lambda_2+\lambda_3$?

Aufgabe 4:

(a) Berechnen Sie ∇r, $\nabla\cdot\vec{r}$ und $\nabla\times\vec{r}$.

(b) Die Graßmann-Identität (bac-cab Regel) lautet

$$\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right) = \vec{b}\,(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right).$$

Prüfen Sie (unter Verwendung von $\epsilon_{ijk}\epsilon^{imn} = \delta_j^{\,m}\delta_k^{\,n} - \delta_j^{\,n}\delta_k^{\,m}$), ob sie in dieser Form auch für $\vec{a}\times(\nabla\times\vec{c})$ gilt.