Übungen zu Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 10**	17.12.2008

[Besprechung 8.1.09 in den Übungen 10-12 (D6-135) 16-18 (D6-135)]

Aufgabe 40: Tadpole–Integral

Betrachten Sie das Integral

$$A(m,\Lambda) \equiv \int_{|\mathbf{k}|<\Lambda} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}k_0}{(2\pi)} \frac{1}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} ,$$

wobei $k^2 = k_0^2 - \mathbf{k}^2$ und $\varepsilon = 0^+$ ein infinitesimal kleiner positiver Parameter ist. Wie verhält sich $A(m,\Lambda)$ für $\Lambda \gg m$? [Hinweis: das k_0-Integral geht am einfachsten per Residuensatz.]

Aufgabe 41: Bubble–Integral

Betrachten Sie nun

$$B(m,q,\Lambda) \equiv \int_{|\mathbf{k}|<\Lambda} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}k_0}{(2\pi)} \frac{1}{[k^2 - m^2 + i\varepsilon]\ [(q+k)^2 - m^2 + i\varepsilon]} ,$$

wobei wiederum $\varepsilon = 0^+$. Wie verhält sich $B(m,q,\Lambda)$ für $\Lambda \gg m, q_0, |\mathbf{q}|$? [Hinweis: Sollte Ihnen diese Aufgabe so zu schwer fallen, können Sie $q^2 \ll m^2$ annehmen und eine Taylor-Entwicklung in q^2 durchführen.]

Aufgabe 42: Eichtransformation

Angenommen die Felder $\hat{\phi}$ und $\hat{A}_\mu$ transformieren (unter sog. ,,Eichtransformationen") gemäß

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu(x) \quad &\rightarrow \quad \hat{A}'_\mu(x) = \hat{A}_\mu(x) + \frac{1}{e}\,\partial_\mu\,\alpha(x) , \\ \hat{\phi}(x) \quad &\rightarrow \quad \hat{\phi}'(x) = e^{i\alpha(x)}\,\hat{\phi}(x) . \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass dann

$$\hat{\mathcal{L}} \equiv (\hat{D}_\mu\hat{\phi})^\dagger\,(\hat{D}^\mu\hat{\phi})$$

mit $\hat{D}_\mu \equiv \partial_\mu - ie\hat{A}_\mu$,,eichinvariant" ist, d.h. dass $\hat{\mathcal{L}}' = \hat{\mathcal{L}}$ gilt.

Aufgabe 43: schwacher Mischungswinkel

Sie kennen aus Aufgabe 36 den Wert von g_w, und aus $\alpha_{\mathrm{EM}} = e^2/4\pi$ den Wert von e. Falls nun $e = g_w \sin\theta_w$ definiert wird, erhalten Sie daraus $\sin\theta_w = ?$ Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem im PDG–Booklet angegebenen Wert.