

letzter Term im Zähler unkonvex:

$$\begin{aligned} b^2 + kq - m^2 &= b^2 + \frac{1}{2}((q+b)^2 - q^2 - b^2) - m^2 \\ &= \frac{1}{2}(b^2 - m^2) + \frac{1}{2}((q+b)^2 - m^2) - \frac{1}{2}q^2 \end{aligned}$$

→ der $q^{(n)}$ -Teil des Zählers ist dann

$$-g^{(n)} \left\{ \underbrace{\int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{1}{b^2 - m^2}}_{\substack{\text{quadratisch} \\ \text{divergent!}}} - \frac{q^2}{2} \underbrace{\int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{1}{(b^2 - m^2)((q+b)^2 - m^2)}}_{\substack{\text{logarithmisch} \\ \text{divergent!}}} \right\}$$

$\left(\begin{array}{l} \text{5. Übung,} \\ \text{Aufgabe 40, 41} \end{array} \right) \rightsquigarrow$

⇒ Korrekturen schien also i.A. nicht klein , sondern unendlich zu sein!

Katastrophe? Nein! Selektionsargument für Theorien:

→ in sogenannten "renomierbaren Theorien" bilden sich alle solche Divergenzen, wenn man Beziehungen zwischen physikalisch messbaren Größen berechnet. ((Kürzung funktioniert Ordnung für Ordnung in Störungstheorie))

Kriterien für renomierbare (= wohldefinierte) Theorien:

- die Lagrange-Dichten für Photonen, Gluonen, W^\pm, Z^0 -Teilchen müssen "eichinvariant" sein (s.u.)
- die Lagrange-Dichte enthält nur Links zwischen zwei drei (Bosonen, Fermionen) oder vier (Bosonen) Feldern ((also ist das Fermimodell nicht renomierbar))

Eichinvarianz

betrachte QED ("absolute Eichtheorie")

haben bislang meist h_μ -Teil \hat{L}_h von \hat{L} untersucht

es gilt auch $\hat{L} \Big|_{\text{quadratisch (2 Felder)}} \rightarrow \text{Propagatoren, Massen der Felder}$

((vgl. S. 15: A_μ Lsg der Plen $\Rightarrow A_\mu + \partial_\mu \chi$ und))

Eiltransformation: $\hat{A}_\mu \rightarrow \hat{A}'_\mu = \hat{A}_\mu + \frac{i}{e} \partial_\mu \alpha(x)$

Masse für \hat{A}_μ einführen?

LorentzInv! \rightarrow einzige Möglichkeit: $\delta \hat{L} = \frac{1}{2} m^2 \hat{A}_\mu \hat{A}^\mu$

$$\text{aber: } \delta \hat{L}' = \frac{1}{2} m^2 \left[\hat{A}_\mu \hat{A}^\mu + \frac{2}{e} \hat{A}^\mu \partial_\mu \alpha + \frac{1}{e^2} (\partial_\mu \alpha) (\partial^\mu \alpha) \right]$$

$\neq \delta \hat{L}$ \rightarrow Theorie ist i.A. nicht euklvariant!

d.h. Theorien mit solchen Massentermen sind i.A. nicht renormierbar.

OK für Photon, Gluon: durchaus misslich.

\rightarrow aber wie erreicht man Renormierbarkeit für schwere Teilchen ($\omega^\pm, \tilde{\omega}^0$)?

Masse für Skalarfelder ϕ möglich?

$$\hat{\phi} \rightarrow \hat{\phi}' = e^{i\alpha(x)} \hat{\phi}, \quad \hat{\phi}^+ \rightarrow \hat{\phi}'^+ = e^{-i\alpha(x)} \hat{\phi}^+$$

$$\Rightarrow \delta \hat{L} = m^2 \hat{\phi}^+ \hat{\phi} \text{ ist euklvariant} \checkmark \Rightarrow \underline{\text{Ja.}}$$

Masse für Fermionen $\tilde{\psi}$ möglich?

wir haben gesehen, dass i.A. linke- und rechtehändige Fermionen verschiedene Formen folgen

$$\tilde{\psi}_L \rightarrow \tilde{\psi}'_L = e^{i\alpha(x)} \tilde{\psi}_L, \quad \tilde{\psi}_R \rightarrow \tilde{\psi}'_R = e^{i\beta(x)} \tilde{\psi}_R$$

die entsprechenden (quadratischen) L.-Invarianz verschwinden aber:

$$\overbrace{\tilde{\psi}_L \tilde{\psi}_L}^{\tilde{\psi}} = \overbrace{\tilde{\psi} P_R P_L \tilde{\psi}}^{\tilde{\psi}} = \tilde{\psi} \frac{i}{4} (1+\gamma_5) (1-\gamma_5) \tilde{\psi} = 0 \Rightarrow \underline{\text{Nein.}}$$

$$(\text{denn } \overbrace{\tilde{\psi}_L}^{\tilde{\psi}} = P_L \tilde{\psi} = P_L \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}_0 = \tilde{\psi}^+ \frac{1}{2} (1-\gamma_5) \tilde{\psi}_0 = \tilde{\psi}^+ \tilde{\psi}_0 \frac{1}{2} (1+\gamma_5) = \overbrace{\tilde{\psi}}^{\tilde{\psi}} P_R, \text{ s. Ü34 })$$

\rightarrow Massenterme für Vektorbosonen ($\omega^\pm, \tilde{\omega}^0$) und

Fermionen (Quarks, Leptonen) also verbieten?!

Nur für Skalarfelder erlaubt??

→ Kernidee des Standardmodells

[Glashow/Wess/Zumino, 1967; Nodd '79]

es gibt ein massives Störfeld ("Higgs-Boson", s. später), das mit den andern Feldern wechselt.

dadurch bekommen diese andern Felder eine Masse (genauer: Neutronenmasse, s. später)

kurze Zusammenfassung der Logik:

Eichinvarianz \Rightarrow Renormierbarkeit \Rightarrow wohldefinierte Theorie

\hookrightarrow erlaubt keine Massen für z.B. W^\pm, Z^0

\rightarrow erlaubt jedoch eine Wk zwischen massivem Störfeld und $W^\pm, Z^0 \rightarrow$ brauchen (muss) ein neues Teilchen

((Erinnerung: um das Verhalten der Wkgröde auf 5.62 zu untersuchen (vgl. Ü40, Ü41), Residuensatz.

$$\text{z.B. } \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{1}{z^2+1} = \arctan(z) \Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = \pi$$

$$\text{oder } = \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{1}{(z-i)(z+i)} = 2\pi i \underbrace{\frac{1}{iz-i}}_C = \pi$$

$$\xrightarrow{\text{Res}_{z=i} \frac{1}{z^2+1}}$$



, Bogus trägt nicht bei
da $\sim \frac{1}{R^2} \rightarrow 0$))

nächste Vorl.: Nr. 5.1.2009