

[Abgabe 3.7. in der Vorlesung; Besprechung 6.7. in den Übungen]
 [Ü: 8-10 (D01-249); 10-12 (D01-112A, D2-240, D3-203); 12-14 (C01-252, D6-135)]

***Aufgabe* 39:** (5+5=10 Punkte)

(a) Betrachten Sie einen eindimensionalen harmonischen Oszillator mit kleiner ($|\lambda| \ll 1$) Störung,

$$\hat{H} \equiv \hat{H}_0 + \lambda \hat{H}_1 \quad \text{mit} \quad \hat{H}_0 \equiv \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 \hat{x}^2 \quad \text{und} \quad \hat{H}_1 \equiv \hat{x}^6.$$

Berechnen Sie die Energieverschiebung $E_n^{(1)}$ des n -ten Zustands in erster Ordnung Störungstheorie, d.h. $E_n = E_{0n} + \lambda E_n^{(1)} + \mathcal{O}(\lambda^2)$, wobei E_{0n} das Spektrum von \hat{H}_0 ist. [Hinweis: Leiteroperatoren benutzen.] Schätzen Sie ab, wie groß λ werden darf, damit die Störungstheorie bis zum n -ten Niveau anwendbar bleibt.

(b) Berechnen Sie die Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms mit Hilfe des Ritz'schen Variationsverfahrens mit dem Variationsansatz

$$\psi_\gamma(\vec{r}) = C e^{-\gamma r}$$

mit der Normierungskonstanten $C > 0$ und dem Variationsparameter $\gamma > 0$. [Die stationäre Schrödinger-Gleichung in Kugelkoordinaten lautet (vgl. Vorlesung) $\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} [\partial_r^2 + \frac{2}{r}\partial_r] + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2} + V(r)\right) \psi = E\psi$.] Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem aus Kap.6.2. bekannten exakten Wert von E_1 .

Aufgabe 40:

Ein Teilchen der Masse m befinde sich in einem unendlich tiefen Kastenpotential der Breite a (also im Potential $V(x) = 0$ für $0 < x < a$ und $V(x) = \infty$ sonst) im Grundzustand (vgl. Aufgabe 8). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Teilchen im neuen Grundzustand befindet, wenn plötzlich die rechte Wand von a nach $b > a$ verschoben wird. [Hinweis: $2 \sin(\alpha) \sin(\beta) = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ könnte beim Integrieren hilfreich sein.] Skizzieren Sie Ihr Ergebnis in Abhängigkeit von $z \equiv \frac{a}{b}$, und testen Sie, ob sich für $z \rightarrow 1$ der (welcher?) erwartete Wert ergibt.

Aufgabe 41: Klausurvorbereitung

(a) Beginnen Sie damit, die wichtigsten Aussagen jedes Kapitels der QM-Vorlesung kurz zusammenzufassen. Fangen Sie mit einer DINA4 Seite pro Kapitel an, und kondensieren Sie diese Information während der nächsten drei Wochen auf DINA5, dann DINA6. [Danach wird ein "Spickzettel" fast überflüssig.]

(b) Gehen Sie die Übungsblätter, Ihre entsprechenden Lösungen und Ihre Notizen aus den Tutorien durch, und machen Sie sich jeweils die qualitativ wichtigsten Aspekte klar:
 "Was war gefragt?" / "Was war zu tun?" / "Was wurde benutzt?"