

[ Abgabe 3.7. in der Vorlesung; Besprechung 6.7. in den Übungen ]  
 [ Ü: 8-10 (D01-249); 10-12 (D01-112A, D2-240, D3-203); 12-14 (C01-252, D6-135) ]

**\*Aufgabe\* 39:** (5+5=10 Punkte)

(a) Betrachten Sie einen eindimensionalen harmonischen Oszillator mit kleiner ( $|\lambda| \ll 1$ ) Störung,

$$\hat{H} \equiv \hat{H}_0 + \lambda \hat{H}_1 \quad \text{mit} \quad \hat{H}_0 \equiv \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 \hat{x}^2 \quad \text{und} \quad \hat{H}_1 \equiv \hat{x}^6.$$

Berechnen Sie die Energieverschiebung  $E_n^{(1)}$  des  $n$ -ten Zustands in erster Ordnung Störungstheorie, d.h.  $E_n = E_{0n} + \lambda E_n^{(1)} + \mathcal{O}(\lambda^2)$ , wobei  $E_{0n}$  das Spektrum von  $\hat{H}_0$  ist. [Hinweis: Leiteroperatoren benutzen.] Schätzen Sie ab, wie groß  $\lambda$  werden darf, damit die Störungstheorie bis zum  $n$ -ten Niveau anwendbar bleibt.

(b) Berechnen Sie die Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms mit Hilfe des Ritz'schen Variationsverfahrens mit dem Variationsansatz

$$\psi_\gamma(\vec{r}) = C e^{-\gamma r}$$

mit der Normierungskonstanten  $C > 0$  und dem Variationsparameter  $\gamma > 0$ . [Die stationäre Schrödinger-Gleichung in Kugelkoordinaten lautet (vgl. Vorlesung)  $\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} [\partial_r^2 + \frac{2}{r}\partial_r] + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2} + V(r)\right) \psi = E\psi$ .] Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem aus Kap.6.2. bekannten exakten Wert von  $E_1$ .

**Aufgabe 40:**

Ein Teilchen der Masse  $m$  befinde sich in einem unendlich tiefen Kastenpotential der Breite  $a$  (also im Potential  $V(x) = 0$  für  $0 < x < a$  und  $V(x) = \infty$  sonst) im Grundzustand (vgl. Aufgabe 8). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Teilchen im neuen Grundzustand befindet, wenn plötzlich die rechte Wand von  $a$  nach  $b > a$  verschoben wird. [Hinweis:  $2 \sin(\alpha) \sin(\beta) = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$  könnte beim Integrieren hilfreich sein.] Skizzieren Sie Ihr Ergebnis in Abhängigkeit von  $z \equiv \frac{a}{b}$ , und testen Sie, ob sich für  $z \rightarrow 1$  der (welcher?) erwartete Wert ergibt.

**Aufgabe 41:** Klausurvorbereitung

(a) Beginnen Sie damit, die wichtigsten Aussagen jedes Kapitels der QM-Vorlesung kurz zusammenzufassen. Fangen Sie mit einer DINA4 Seite pro Kapitel an, und kondensieren Sie diese Information während der nächsten drei Wochen auf DINA5, dann DINA6. [Danach wird ein "Spickzettel" fast überflüssig.]

(b) Gehen Sie die Übungsblätter, Ihre entsprechenden Lösungen und Ihre Notizen aus den Tutorien durch, und machen Sie sich jeweils die qualitativ wichtigsten Aspekte klar:  
 "Was war gefragt?" / "Was war zu tun?" / "Was wurde benutzt?"