Übungen zur Theoretischen Physik II	**Blatt Nr. 11**	12.6.2012

[Abgabe 19.6. in der Vorlesung; Besprechung 22.6. in den Übungen]
[Ü: 8-10 (D01-249); 10-12 (D01-112A, D2-240, D3-203); 12-14 (C01-252, D6-135)]

***Aufgabe* 33:** ((3+2)+5=10 Punkte)

(a) Die u- und d-Quarks ("up" und "down") haben unter Vernachlässigung von elektromagnetischen Phänomenen fast dieselben Eigenschaften. Diese Tatsache führt zu einer (näherungsweisen) SU(2)-Invarianz, welche als Isospin-Symmetrie bezeichnet wird. Wir können u und d als die beiden Zustände $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ und $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ identifizieren, und die Antiquarks $\bar{u}$ und $\bar{d}$ als $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ und $-|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$. Pionen bestehen aus je einem Quark und Antiquark und besitzen die Isospinidentifikationen $\pi^+ = |1, 1\rangle$, $\pi^0 = |1, 0\rangle$ sowie $\pi^- = |1, -1\rangle$.

(a1) Können Sie π^+, π^0 und π^- als Linearkombination von $u\bar{u}$, $u\bar{d}$, $d\bar{u}$ und $d\bar{d}$ schreiben?

(a2) Welchen Isospinwert hat der Zustand $(u\bar{u} + d\bar{d})$?

(b) Betrachten Sie nun Zustände mit zwei Pionen, und zwar $|\pi^+\pi^-\rangle$, $|\pi^-\pi^+\rangle$, $|\pi^0\pi^0\rangle$, $|\pi^+\pi^0\rangle$ und $|\pi^0\pi^+\rangle$. Schreiben Sie diese Zustände als Linearkombinationen der Zustände $|2, m\rangle$, $|1, m\rangle$ und $|0, 0\rangle$. [Hinweis: Sie dürfen die Tabelle der Clebsch-Gordan-Koeffizienten benutzen.]

Aufgabe 34:

Betrachten Sie den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \frac{\hat{L}_1^2}{2I_1} + \frac{\hat{L}_2^2}{2I_2} + \frac{\hat{L}_3^2}{2I_3} ,$$

wobei die I_j Konstanten sind. Der Operator $\hat{H}$ beschreibt übrigens die Bewegung eines freien starren Körpers mit den Hauptträgheitsmomenten I_j. Unter welchen Umständen ist $\langle \hat{L}_1 \rangle$ zeitunabhängig?

Aufgabe 35:

Beweisen Sie, dass ein Coulomb-Potential $V(\hat{\vec{r}}) = -c/|\hat{\vec{r}}|$ ($c \in \mathbb{R}$) zum sogenannten *Virialtheorem*

$$\langle \hat{T} \rangle = -\frac{1}{2} \langle V(\hat{\vec{r}}) \rangle$$

führt, wobei $\hat{T} = \hat{H} - \hat{V} = \hat{\vec{p}}^2/2\mu$ der Operator der kinetischen Energie ist. Drücken Sie dazu zunächst die Tatsache, dass im Energie-Eigenzustand Erwartungswerte wie z.B. $\langle \hat{\vec{r}} \cdot \hat{\vec{p}} \rangle$ zeitunabhängig sind, durch das Ehrenfestsche Theorem (vgl. Aufgabe 18) aus, und berechnen Sie dann den dort auftauchenden Kommutator.