Übungen zur Theoretischen Physik II	**Blatt Nr. 04**	24.4.2012

[Abgabe 3.5. in der Vorlesung; Besprechung 4.5. in den Übungen]
[Ü: 8-10 (D01-249); 10-12 (D01-112A, D2-240, D3-203); 12-14 (C01-252, D6-135)]

***Aufgabe* 10:** (1+6+1+2=10 Punkte)

Betrachten Sie ein weiteres spezielles Beispiel eines L-periodischen Potentials:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad nL \leq x < nL + a \\ V_0 & \text{für} \quad nL - b < x \leq nL \end{cases} \quad ,$$

wobei $a + b = L$ ist, $a, b, L, V_0 > 0$ reelle Konstanten sind und $n \in \mathbb{Z}$ ist.

(a) Zeichnen Sie den Potentialverlauf.

(b) Bestimmen Sie die Gleichung, aus der sich die Grenzen der Energiebänder für den Fall $0 < E < V_0$ bestimmen lassen. Gehen Sie dabei wie in der Vorlesung vor: Ansatz, Bloch'scher Satz, Anschlussbedingungen $\Rightarrow$ Lösbarkeitsbedingung.
[Hinweis: die Abkürzungen $k_0^2 = 2mE/\hbar^2$ und $\kappa^2 = 2m(V_0 - E)/\hbar^2$ sind nützlich. Das Endergebnis ist am elegantesten mit sin/cos und sinh/cosh aufzuschreiben.]

(c) Wie sieht es im Fall $E > V_0$ aus? Kann man eventuell das Ergebnis von (b) benutzen?

(d) Als numerisches Beispiel wählen Sie nun $a = b$ und $2mV_0a^2/\hbar^2 = 4$. Welches sind dann die ersten drei Energiebänder? [Lösung graphisch oder numerisch (z.B. mit Mathematica) finden.]

Aufgabe 11:

Für die Streuung an einem Potentialtopf wurde in der Vorlesung ein Ausdruck für den Transmissionskoeffizienten T hergeleitet:

$$T(E) = \left\{ 1 + \left[\left(\frac{k_0}{k} - \frac{k}{k_0} \right) \frac{\sin(2kL)}{2} \right]^2 \right\}^{-1} \quad ,$$

wobei $k_0^2 \equiv 2mE/\hbar^2$ und $k^2 \equiv 2m(E + V_0)/\hbar^2$ sind. Ausgehend von den Anschlussbedingungen aus der Vorlesung können Sie nun den entsprechenden Reflexionskoeffizienten $R(E)$ berechnen.

Aufgabe 12:

Die Bedingung $T(E_R) = 1$ definiert die *Resonanzenergie* E_R. Zeigen Sie, dass sich die in Aufgabe 11 angegebene Funktion in der Umgebung der Resonanzenergie näherungsweise durch die *Breit-Wigner Formel*

$$T(E) \approx \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_R)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

beschreiben lässt, wobei Γ eine Konstante ist. In welchem Energiebereich ist diese Näherung zuverlässig?