

für eine Barriere der Breite $2L$ hatten wir $T(E) \sim e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(V_0-E)} 2L}$ (S. 25)

$\Rightarrow T(E) \approx \prod_{i=1}^n T_i(E) \approx \exp \left\{ -\sum_{i=1}^n \frac{2}{\hbar} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \sqrt{2m[V(x_i)-E]} dx \right\}$

für $n \rightarrow \infty$ und $\Delta x = \frac{b-a}{n} \rightarrow 0$ und aus der Summe ein Integral:

$T(E) \approx \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_a^b dx \sqrt{2m[V(x)-E]} \right\}$ "Gamow-Faktor"

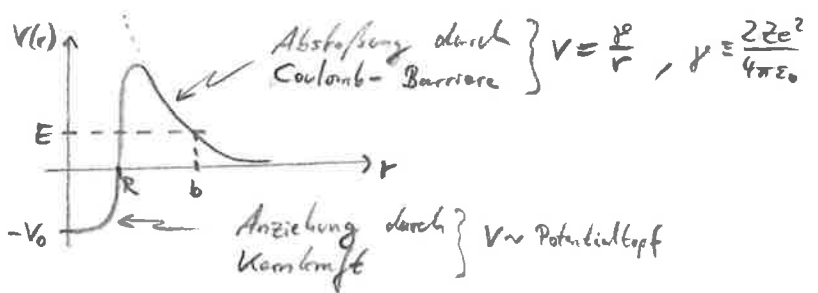
$\hookrightarrow a, b$ sind die klassischen Umkehrpunkte, s. Skizze

Bem.: • exakte Herleitung des Gamow-Faktors in QM II
via Pfadintegralformalisierung der QM.

doch: obige Formel im Bereich $T(E) \ll 1$ gute Näherung
(also Potentialbarriere "groß" gegen Energie)

- sehr viele wichtige Anwendungen des Tunneleffektes
(z.B. Rastertunnelmikroskopie; Josephson-Effekt in Supraleitern; Druck; ...)
- wir betrachten jetzt ein Beispiel aus der Kernphysik:

Bsp.: α -Zerfall



• Modell für Bewegung des α -Teilchens (${}^4_2\text{He}^{++}$; ${}^4_2\text{He}$) im Restkern (Ladungszahl Z)

- klassische Umkehrpunkte: $a = R \sim Z^{1/3}$; $b = \frac{V_0}{E}$

$G \equiv \frac{2}{\hbar} \int_a^b dx \sqrt{2m[V(r)-E]} \stackrel{r=bx}{\approx} \frac{2}{\hbar} \sqrt{2mE} \int_{a/b}^1 dx \sqrt{\frac{1}{x}-1}$
 mit $\frac{a}{b} \sim \frac{E}{2Z^{1/3}}$
 $= \left\{ \pi, \text{atn} \right\} \approx \frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{a}{b}\right)^{1/2} + \frac{1}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^{3/2} + \dots \quad \left(\frac{a}{b} \ll 1\right)$

- man findet also eine Beziehung zwischen der Zerfallsrate $\Gamma(E) \sim T(E) \sim \exp\{-G(E)\}$ der Energie E des auslaufenden α -Teilchens und der Ladungszahl Z des Restkerns

• sehr gute Übereinstimmung dieser Beziehung mit Experimenten!
 \rightarrow ein (früher) großer Erfolg der QM.