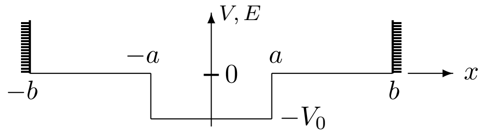
Theoretische Physik II	**Klausur**	13.10.2012

[Bearbeitungszeit 2 Stunden ; Name und Matr-Nr auf jedes Blatt]

Aufgabe 1: Teilchen im 1D Potential (10 Punkte)

Bestimmen Sie die Wand–Position b des skizzierten 1D Kastens (a und $V_0 = \hbar^2\kappa^2/(2m)$ gegeben, $2\kappa a < \pi$) so, dass die Grundzustandsenergie des Systems (mit einem Teilchen der Masse m) bei Null liegt.



Aufgabe 2: Spin-Präzession (10 Punkte)

Wie entwickelt sich ein Spinor $\chi(t{=}0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ unter Magnetfeldeinfluss $\hat{H} = \hbar\omega\sigma_x$ zeitlich weiter? Können Sie $\chi(t)$ wieder explizit als Spinor schreiben? Mit welchen Wahrscheinlichkeiten $P_+(t)$, $P_-(t)$ gibt σ_z-Messung $+1$ bzw. -1? Was sind die Erwartungswerte $\langle\sigma_z\rangle = \chi^\dagger\sigma_z\chi$ und $\langle\sigma_x\rangle$?
[Hinweis: $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, mit $\sigma_x^2 = \mathbb{1}$.]

Aufgabe 3: Störungstheorie (3+5+2=10 Punkte)

Die ungestörten, normierten Wellenfunktionen für ein Teilchen im eindimensionalen Potentialtopf $V(x) = \{\ 0$ (für $0 < x < a$), ∞ (ausserhalb)$\}$ sind $\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\frac{n\pi x}{a}$ (und Null ausserhalb).

(a) Das System werde dadurch gestört, dass der Boden des Topfs um einen Betrag λV_0 angehoben wird, $\lambda \ll 1$. Bestimmen Sie die Korrekturen erster Ordnung (in λ) für die Energien.

(b) Wie lauten die Korrekturen erster Ordnung zur Wellenfunktion? Warum?
[Hinweis: $\partial_x[\sin((a-b)x)/(a-b) - \sin((a+b)x)/(a+b)] = 2\sin(ax)\sin(bx)$.]

(c) Jetzt wird nur der halbe Boden angehoben: $V(x) = \{\lambda V_0\ (0 < x < \frac{a}{2}), 0\ (\frac{a}{2} < x < a)\}$. Energiekorrektur erster Ordnung? [Hinweis: $\partial_x[x - \sin(x)\cos(x)] = 2\sin^2 x$]

Aufgabe 4: Variationsprinzip (10 Punkte)

Bestimmen Sie eine obere Schranke für die Grundzustandsenergie des Deltafunktionspotentials $V(x) = -\alpha\delta(x)$, indem Sie als Testwellenfunktion $\psi(x) = Ce^{-bx^2}$ verwenden. Bestimmen Sie die Normierungskonstante C und den optimalen Wert des Variationsparameters b. Vergleichen Sie Ihre Lösung mit der exakten Grundzustandsenergie $E_0 = -m\alpha^2/2\hbar^2$. [$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) = \sqrt{\pi/a}$]

Aufgabe 5: Kugelsymmetrie (10 Punkte)

Betrachten Sie den sphärischen Potentialtopf

$$V(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & \text{für } |\vec{r}| < a\ , \\ \infty & \text{für } |\vec{r}| > a\ . \end{cases}$$

Bestimmen Sie die normierten Wellenfunktionen und die erlaubten Energien von Bindungszuständen mit niedrigstem Drehimpuls, deren Wellenfunktionen am Ursprung endlich sind.
[Hinweis: in Kugelkoord. ist $\vec{\nabla}^2 = \frac{1}{r}\partial_r^2 r - \hat{\vec{L}}^2/(\hbar^2 r^2)$ mit $\hat{\vec{L}}^2 Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi) = \hbar^2\ell(\ell+1)Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi)$, wobei $Y_{00} = 1/\sqrt{4\pi}$. Zur Normierung der Wellenfunktion könnte $\partial_x[x - \sin(x)\cos(x)] = 2\sin^2 x$ helfen.]

Aufgabe 6: Zusatzaufgabe: Nobelpreis (1+2+2=5 Punkte)

Vor vier Tagen wurde der Physik-Nobelpreis verliehen.

(a) Auf welchem Spezialgebiet der Physik war das?

(b) Für welche experimentellen Leistung(en) gab es die Auszeichnung?

(c) Kennen Sie mögliche Anwendungen dieser Techniken?

Viel Erfolg!