

von Yannick Harland

# **ANTITEILCHEN UND DIRAC-GLEICHUNG**

# INHALTSÜBERSICHT

---

- × Dirac-Gleichung
- × Exp. Nachweis des Positrons
- × Materie-Antimaterie-Wechselwirkung
  - + Elektron-Positron-Paarzeugung
  - + Elektron-Positron-Paarvernichtung
- × Praktische Anwendungen

# DIRAC-GLEICHUNG

---

# DIRAC-GLEICHUNG

- ✗ Für Fermionen: Verallgemeinerung der Schrödinger-Gleichung auf relativistische Effekte

- ✗ kompakteste Schreibweise:

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi = m\Psi$$

- ✗ Struktur der  $\gamma$ -Matrizen  
(abhängig von Basiswahl):

$$\gamma^k = \begin{pmatrix} 0_{2 \times 2} & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0_{2 \times 2} \end{pmatrix}$$

mit  $\sigma_k \triangleq$  Pauli-Matrizen,  
 $k \in \{1,2,3\}$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & -1_{2 \times 2} \end{pmatrix}$$



# DIRAC-GLEICHUNG

---

- ✘ Lösung der Dirac-Gleichung für ein freies Elektron:

$$E = \pm \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

- ✘ Negative Lösung bis dato vernachlässigt, da als „unphysikalisch“ angenommen

# DIRAC-GLEICHUNG

---

- ✘ Dirac betrachtete die negativen Energiewerte; hier ergaben sich jedoch folgende Probleme:
  - + Natur nimmt immer den niedrigsten realisierbaren Energiezustand an
    - Elektronen würden ausschließlich negative Energiezustände besetzen
  - + Elektronen mit negativen Energien nie beobachtet

# DIRAC-GLEICHUNG

---

✘ Dirac postulierte zur Lösung:

+ Auch hier das „Pauli-Prinzip“ gültig und alle negativen Energiezustände sind bereits besetzt  
→ „Dirac-See“

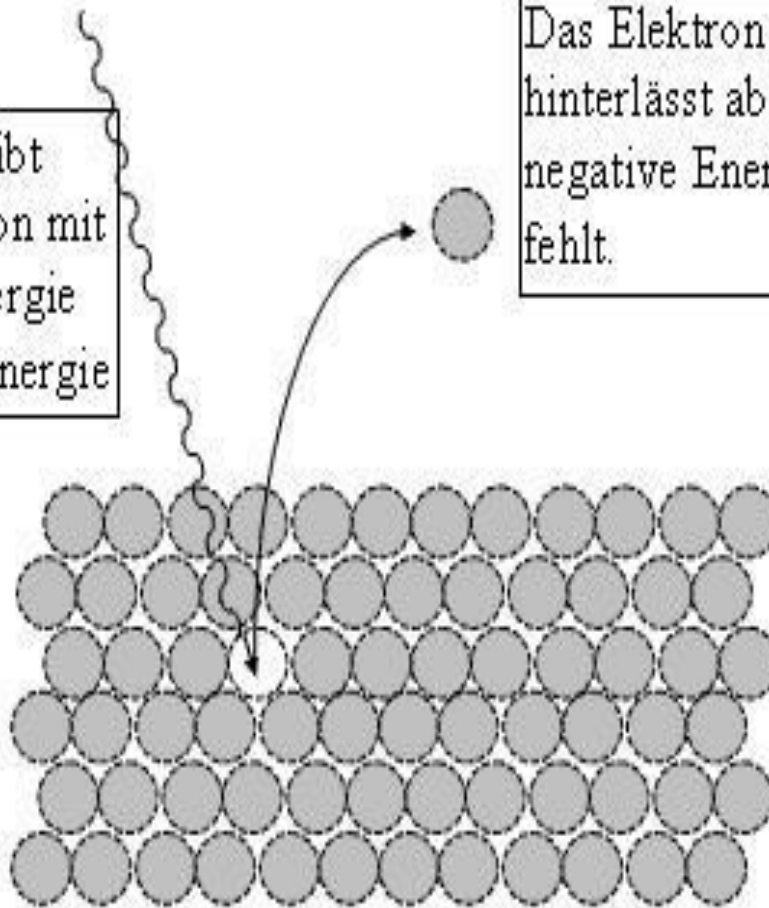
# DIRAC-GLEICHUNG

---

- + Dirac-See entspricht Vakuum und kann somit nicht beobachtet werden
  - × Ausnahme: Elektron aus Dirac-See wird in positiven Energiezustand gebracht
    - „Loch“ im Dirac-See
  - × „Loch“ wird als Teilchen mit gleicher Masse, Spin, etc. aber mit positiver Ladung und Energie interpretiert
    - „Positron“ als Antiteilchen des Elektrons
- × Elektron-Positron-Wechselwirkung durch Besetzung des „Lochs“ mit einem Elektron positiver Energie



Ein Photon gibt  
einem Elektron mit  
negativer Energie  
zusätzliche Energie



Das Elektron hat nun positive Energie,  
hinterlässt aber ein 'Loch', in dem  
negative Energie und negative Ladung  
fehlt.

Die fehlende negative Energie  
und negative Ladung erscheint  
uns wie ein Teilchen mit  
positiver Energie und  
positiver Ladung (weisses  
Teilchen). Den 'See' der  
Teilchen mit negativer  
Energie sehen wir nicht.

Darstellung des Dirac-Sees

# EXP. NACHWEIS DES POSITRONS

# EXP. NACHWEIS DES POSITRONS

---

- ✘ Erster Nachweis durch Carl David Anderson (1905 – 1991) im Jahre 1932
- ✘ Versuchsaufbau: Wilsonsche Nebelkammer

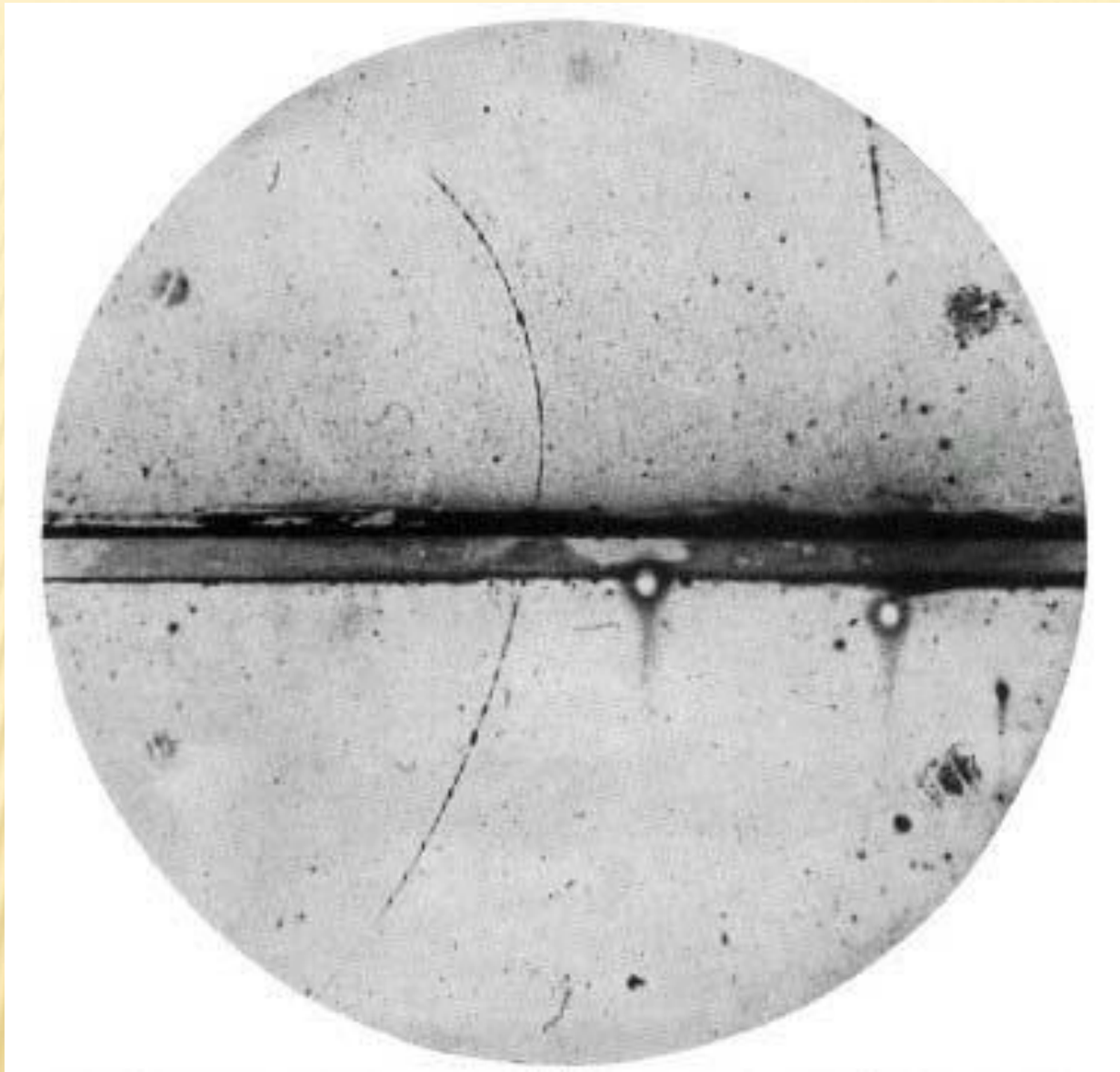
# EXP. NACHWEIS DES POSITRONS

- ✘ Ablenkung und Energie des einfallenden Teilchens:

$$|\vec{F}_{ZP}| = |\vec{F}_L| \Leftrightarrow \left| m \frac{v^2}{r} \right| = |qvB|$$

$$\Leftrightarrow |mv| = |Brq|$$





Positron in Wilsonscher Nebeklammer

# MATERIE-ANTIMATERIE-WECHSELWIRKUNG

# ELEKTRON-POSITRON-PAARERZEUGUNG

- × Ruheenergie eines Elektrons bzw. Positrons:

$$E_{Ruhe} = m_e c^2 = 511 \text{ keV}$$

- × für Umwandlung: mind. doppelte Ruheenergie vom Elektron bzw. Positron notwendig:

$$2 \cdot E_{Ruhe} = 1,022 \text{ MeV}$$

- × Weiteres Teilchen muss bei Paarerzeugung beteiligt sein (Erhaltungssätze)

# ELEKTRON-POSITRON-PAARVERNICHTUNG

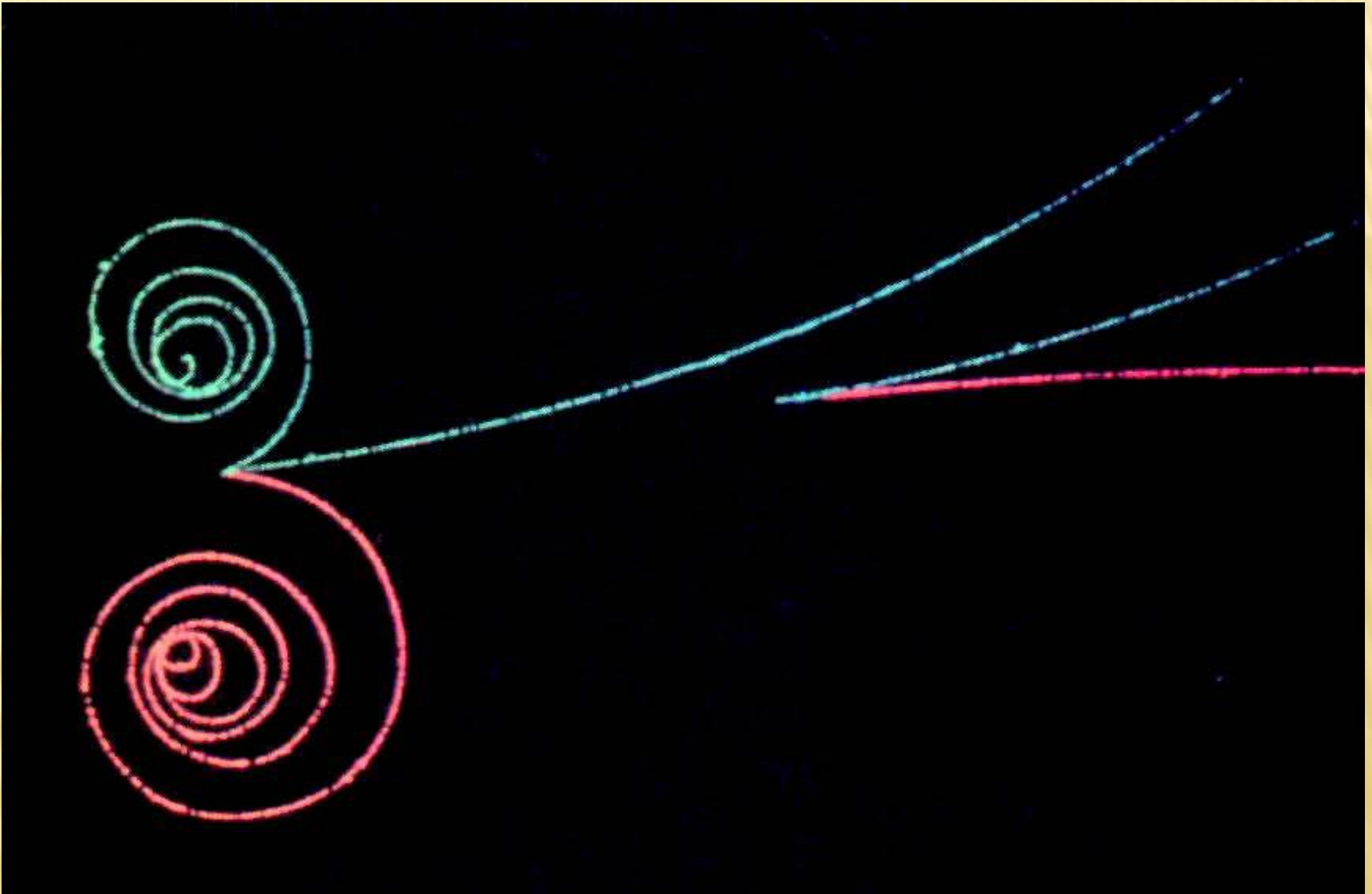
## ✘ bei niedrigen Energien:

- + Zerfallsprodukt besteht meistens aus zwei oder drei  $\gamma$ -Quanten
- +  $\gamma$ -Quanten haben genau entgegengesetzte Richtungen (Impulserhaltung)

## ✘ bei hohen Energien:

- + weitere Teilchen nach Stoß möglich (z. B. D-Mesonen)





Elektron-Positron-Paar in einer Blasenkammer

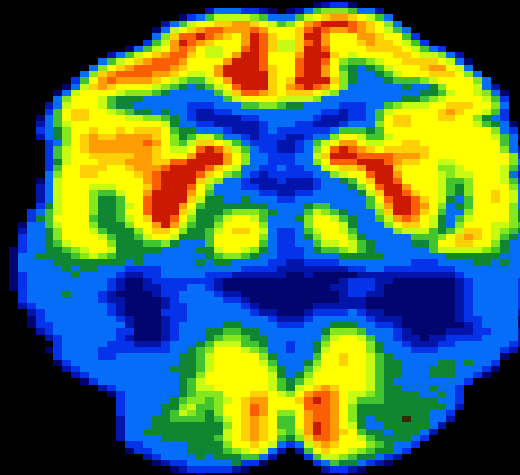
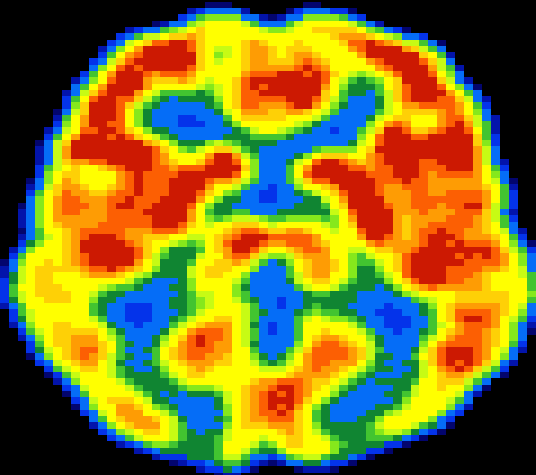
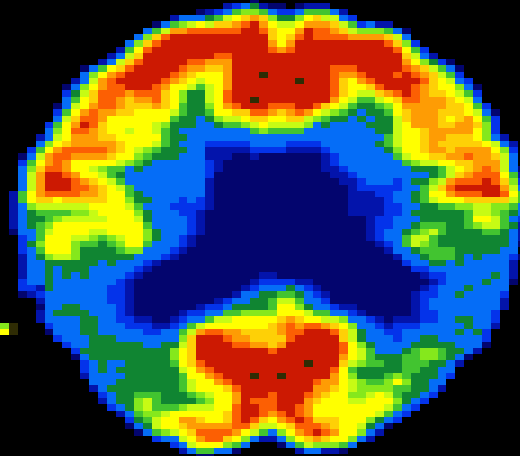
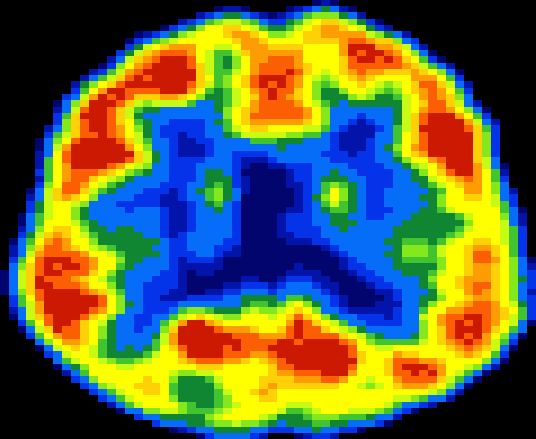
# PRAKTISCHE ANWENDUNGEN

# POSITRONEN-EMISSIONS-TOMOGRAPHIE (PET)

- × Verwendung: Messung von Gehirnaktivitäten
- × Funktionsweise:
  - + Einbringung von radioaktiv markierter Substanz ins Gehirn ( $\beta^+$  - Strahler)
  - + Paarvernichtung: Positron zerstrahlt mit Elektron aus Atomhülle in zwei  $\gamma$ -Quanten
  - + Detektoren messen  $\gamma$ -Quanten und können Zerfallsort lokalisieren

**Normal**

**Alzheimer's**



Mit PET gemessene Gehirnaktivität



# ZUSAMMENFASSUNG

---

- ✘ Dirac-Gleichung postuliert u. a. die Existenz des Positrons
- ✘ Nachweis von Carl David Anderson im Jahre 1932
- ✘ Paarerzeugung: Findet nur unter Beachtung der Erhaltungssätze statt
- ✘ Paarvernichtung: Es können  $\gamma$ -Quanten oder auch andere Teilchen entstehen
- ✘ Anwendungen u. a. in der Medizin

---

**VIELEN DANK FÜR EURE AUFMERKSAMKEIT!**

# QUELLENANGABE

---

- × Bereitgestelltes Material
- × Paul A. Tipler et al., Physik - für Wissenschaftler und Ingenieure, 6. Auflage, S. 1537 ff. und S. 1550, Spektrum - Akademischer Verlag, 2009.
- × <http://de.wikipedia.org/wiki/Dirac-Gleichung>
- × <http://www.chemie.de/lexikon/Dirac-Matrizen.html>
- × [http://theorie2.physik.uni-erlangen.de/lectures/QMII\\_08\\_09/030209-Loesung-Dirac-Gleichung.pdf](http://theorie2.physik.uni-erlangen.de/lectures/QMII_08_09/030209-Loesung-Dirac-Gleichung.pdf)
- × <http://www.techniklexikon.net/d/dirac-see/dirac-see.htm>
- × <http://homepage.hispeed.ch/philipp.wehrli/Physik/Quantentheorie/Antimaterie/antimaterie.html>
- × <http://www.techniklexikon.net/d/paarbildung/paarbildung.htm>
- × [http://en.wikipedia.org/wiki/Electron%E2%80%93positron\\_annihilation](http://en.wikipedia.org/wiki/Electron%E2%80%93positron_annihilation)
- × <http://lxsa.physik.uni-bonn.de/outreach/wyp/exercises/bonn1/de/teilchenspurenseiten/blaskammer.htm>