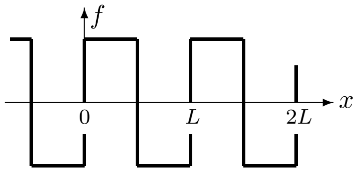
Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 28**	08.07.2008

[Abgabe 15.07. *vor* der Vorlesung]



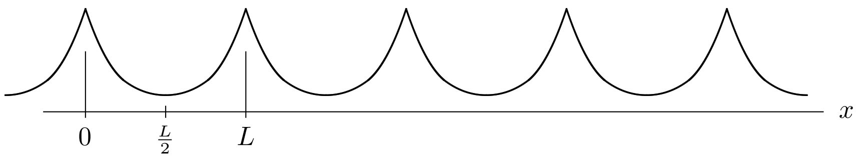
Aufgabe 88: Rechteckschwingung (2+1+1=4 Punkte)

(a) Welche Fourier–Koeffizienten c_n hat die rechts skizzierte Funktion $f(x) = \{1 - 2\,\theta(x - \frac{L}{2})$ in $(0, L)$; L–periodisch sonst$\}$?

(b) Können Sie die $f(x)$–Summe rein reell schreiben? Zeigen ihre ersten zwei Terme (skizzieren Sie) bereits die richtige Tendenz?

(c) Es sei $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots = \frac{\pi}{4}$, sagt Bronstein. Mit ihrem Ergebnis aus (b) können Sie nun zeigen, weshalb es stimmt.

Aufgabe 89: Periodisches Zelt (3+1=4 Punkte)



(a) Welche Fourier–Koeffizienten c_n hat die L–periodische Funktion $f(x)$, die für $0 < x < L$ durch $f(x) = h \cdot \cosh\left(\frac{2\alpha}{L}\left[\, x - \frac{L}{2}\,\right]\right)$ definiert ist? Welche reellen Koeffizienten f_0 , a_n , b_n hat sie folglich? Es ist anschaulich klar, welche Werte diese reellen Koeffizienten bei $\alpha = 0$ haben; nehmen auch ihre Resultate bei $\alpha \to 0$ diese Werte an?

(b) Das Resultat aus (a), aufgeschrieben in der Form $f(x) = \sum_n \ \ldots \ e^{i\,n\,\frac{2\pi}{L}\,x}$, enthält die drei Parameter L , h und α . Wie sind sie zu wählen und was ist dann zu tun, um die Fourier–Reihe von $g(x) = \{\cosh(x)$ für $-1 < x < 1$; 2–periodisch sonst$\}$ zu erhalten? Wie sieht letztere also aus?

Aufgabe 90: Beispiel zur Fourier–Transformation (2+1+1=4 Punkte)

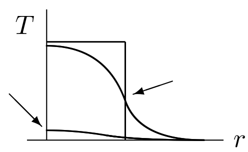
(a) Welche Fourier–Transformierte $\widetilde{f}(k)$ hat $f(x) = e^{-\gamma|x|}$?

(b) Wie folgt hieraus, daß $\int dk\, \frac{\cos(kx)}{\gamma^2 + k^2} = \frac{\pi}{\gamma}\, e^{-\gamma|x|}$ ist ?

(c) Folglich ist $\int_0^\infty dk\, \frac{\sin(kx)}{k} = ?$

Aufgabe 91: Physik per Fourier–Transformation (2+1=3 Punkte)

(a) Heiße Kugel: $T(\vec{r}, 0) = T_0\, \theta(R - r)$. $\widetilde{T}(\vec{k}, 0) = ?$ Und folglich (per Diffusionsgleichung $T(\vec{r}, t) = \mathrm{e}^{t\,D\,\Delta}\, T(\vec{r}, 0)$, s. **A87**) $T(\vec{r}, t) = ?$ Das wilde $\int d^3k$–Integral, welches hier zunächst steht, läßt sich noch auf ein gewöhnliches k–Integral herunterkochen. Am Ursprung herrscht die Temperatur $T(\vec{0}, t) = \frac{2T_0}{\pi} \int_0^\infty dk\, \frac{\sin(kR) - kR\cos(kR)}{k}\, e^{-tDk^2}$ — richtig ?



(b) Fortsetzung zur heißen Kugel. Die Temperatur T sinkt und sinkt — auch am Ursprung. Dort (links unten in der Skizze) interessiere der führende Term der Langzeit–Asymptotik, d.h. $T(\vec{0}, t \to \infty) \to ?$