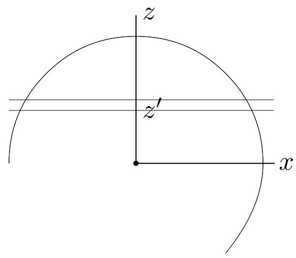
Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 22**	27.05.2007

[Abgabe 03.06. *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 69: Erde aus Scheiben (4 Punkte)



Das Potential einer Scheibe (R) der Masse M kennen wir aus 60(d):

$V_{\rm Sch}(0,0,z) = -\frac{\gamma m M}{R^2}\, 2\left(\sqrt{R^2+z^2} - |z|\right)$.

Schneiden wir nun aus der Erde (Radius $R_{\rm E}$, konstante Massendichte ρ) die Schicht zwischen z' und $z'+dz'$ heraus (Volumen ? Masse ?), so geht deren Potential dV aus $V_{\rm Sch}$ per Ersetzung $M \to ?$, $R \to ?$, $z \to ?$ hervor. Addition dieser dV's, für $R_{\rm E} < z$, muß $-\gamma m M_{\rm E}/z$ geben. Ist es so ? Und aus Addition der dV's für $-R_{\rm E} < z < R_{\rm E}$ folgt $V_{\sf innen}(0,0,z) = ?$ [s.63(b)]

Aufgabe 70: Fünf mal Delta (0.5+0.5+1+1+1=4 Punkte)

(a) $\delta(x) = \beta\, \theta(x)\, e^{-x/\varepsilon}$, $\beta = ?$

(b) 2D : $\delta(\vec{r}) = \eta\, e^{-r^2/\varepsilon^2}$, $\eta = ?$

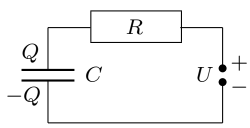
(c) $\frac{x}{\sqrt{x^2+\varepsilon^2}}$ macht $\mathrm{sign}(x) = \frac{x}{|x|}$ „weich“. Welche $\delta(x)$–Darstellung folgt hieraus ?

(d) Unter $g(x) = \frac{\theta(x)\, x}{(1+x^2)^2}$ liegt Fläche $J = ?$ $\curvearrowright$ $\delta(x) = ?$

(e) $C\, x^n\, \delta(x^3) \overset{!}{=} \delta(x)$ $\curvearrowright$ $n = ?$ $C = ?$

Aufgabe 71: $\boxed{x\, y' + y \;=\; 2\, x}$ (1+1=2 Punkte)

(a) Zur obigen Dgl soll die allgemeine Lösung $y_{\sf allg}(x)$ erhalten werden, und zwar durch Lösen der hom. Dgl und Raten einer speziellen Lsg. der inhomogenen.



(b) Die Physik dazu: Am skizzierten RC–Glied wird zu $t = 0$ die konstante Spannung U angelegt, $Q(0) = 0$. Jemand schraubt ständig am Kondensator, so daß $C(t) = (1+\omega t)/(R\omega)$ ist. Allgemein gilt $L\,\ddot{Q} + R\,\dot{Q} + Q/C = U$. Aber hier ist $L = 0$. Wie führt dies auf die y–Dgl ? Also ist $Q(t) = ?$

Aufgabe 72: Weltmodell I (1+2=3 Punkte)

Vielleicht läßt sich das aus $\boxed{\dot{N} = (G-S)N\ ,\ N(0) = N_0}$ folgende Übervölkerungsproblem der Erde (N=Gesamtbevölkerung, G=Geburtenrate, S=Sterberate) dadurch entschärfen, daß man die Raten gemäß $G - S = \alpha/(1+\gamma t)^\lambda$ sanft angleicht ($\lambda > 0$).

(a) Welche Zukunft ergibt sich daraus? $N(t) = ?$

(b) Für welche Werte $\lambda > \lambda_0 = ?$ bleibt N bei $t \to \infty$ endlich ? Welche Lösung hat das N–Problem bei genau $\lambda = \lambda_0$? Sei $\lambda = 2$, $\alpha = \gamma$ und $N_0 = 6{,}6$ Mrd. , wie viele ($N_\infty \approx ?$) werden wir dann noch ?