Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 21**	20.05.2008

[Abgabe 27.05. *vor* der Vorlesung ; am 22.05. finden *keine* Übungen statt]

Aufgabe 66: Neun mal Delta (0.5+0.5+1+0.5+0.5+0.5+0.5+0.5+0.5=5 Punkte)

(a) $\delta(x) = \alpha\,[\,\delta(x+\varepsilon) + \delta(x-\varepsilon)\,]$, $\alpha = ?$

(b) $\delta(x) = \beta\, e^{-|x|/\varepsilon}$, $\beta = ?$

(c) Welche Darstellung der Stufenfunktion $\theta(x)$ läßt sich aus $\tanh(x) := \sinh(x)/\cosh(x)$ basteln? Welche $\delta(x)$–Darstellung folgt (per ∂_x) daraus?

(d) Über welche definierende Eigenschaft (einen Positions–Parameter a und ein f enthaltend) sollte $\delta'(x)$ festgelegt werden?

(e) $\delta(x-\varepsilon) - \delta(x+\varepsilon) = \gamma\,\delta'(x)$, $\gamma = ?$

(f) 2D, $r =$ Polarkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \kappa\,\delta(r-\varepsilon)$, $\kappa = ?$

(g) 3D, $r =$ Kugelkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \lambda\,\delta(r-\varepsilon)$, $\lambda = ?$

(h) 3D, $\rho =$ Zylinderkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \tau\,\delta(z)\,\delta(\rho-\varepsilon)$, $\tau = ?$

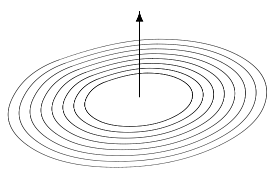
(i) „Kraftstoß“ zur Zeit $t_0 > 0$: $\boxed{m\dot{v} = p_0\,\delta(t-t_0) \ , \ v(0) = v_0}$ $v(t) = ?$

Aufgabe 67: Der Saturnring ist ein Draht und die Erde eine Scheibe (2+2+1=5 Punkte)

(a) Welche 3D Massendichte $\rho(\vec{r})$ hat ein Kreis–Draht (M, R), der in der xy–Ebene liegt? Der Versuch, in Zylinderkoordinaten ($\rho = \sqrt{x^2+y^2}$, $\rho' = \sqrt{x'^2+y'^2}$) sein Gravitationspotential $V(\vec{r})$ auszurechnen, bleibt bei einem gewöhnlichen Integral hängen, welchem? Aber auf der Symmetrieachse wird es einfach: $V_{\text{draht}}(0,0,z) = ?$

(b) Zu einer dünnen Kreisscheibe (R, in xy–Ebene) mit homogen verteilter Masse M interessiere von vornherein nur $V_{\text{sch}}(0,0,z) = ?$ [Vorsicht: $\sqrt{a^2} = |a|$. Zu Ihrer Kontrolle: natürlich sollte V bei $z \to \pm\infty$ in $-\gamma m M/|z|$ übergehen.] Geht man mit m nahe an die Scheibe heran ($z \to +0$, $V \to ?$), so folgt $K_3^{\text{oberhalb}} = -\partial_z V = -m\, g_{\text{sch}}$ mit $g_{\text{sch}} = ?$

(c) *Superposition*. Die soeben studierte Scheibe läßt sich aus Kreisdrähten mit Radius ρ und Masse $dM = ?$ zusammensetzen. Addieren ($\int$) wir nun die zu diesen infinitesimalen Ursachen gehörigen Antworten $dV(0,0,z)$, so sollten wir erneut beim (b)–Resultat ankommen — nicht wahr?



Aufgabe 68: Drei Quickies (1+1+1=3 Punkte)

(a) $\partial_x \int_x^\infty dy\, e^{-\alpha y} = ?$ (a.1) sofort (a.2) erst $\int$ auswerten, danach ∂_x

(b) WS–Wdh: $\partial_x \frac{1}{r} = ?$, $\partial_x \frac{x}{r} = ?$ und $\partial_x \frac{x}{r} f'(r) = ?$

(c) Unter $g(x) = \frac{\theta(x)\ x}{(1+x^2)^2}$ liegt die Fläche $J = ?$