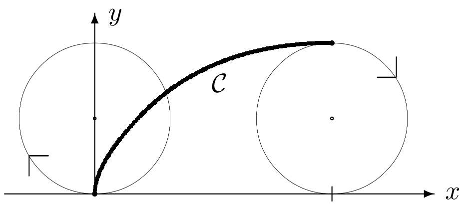
Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 18**	29.04.2008

[Abgabe 06.05 *vor* der Vorlesung ; am 01.05. finden *keine* Übungen statt]

Aufgabe 56: Zykloide (2+1+1+1=5 Punkte)



Die skizzierte Bahn $\mathcal{C}$ wird vom Randpunkt eines Rades (R) durchlaufen, das die x–Achse entlang rollt. Weil $\mathcal{C}$ bei jeder Winkelgeschwindigkeit des Rades entsteht, dürfen wir diese konstant $=: \omega$ setzen. $\vec{r}\,(t) = R \cdot (\ ?\ ,\ ?\ )$

Bei Teil (a) bis (d) empfiehlt sich $\omega t =: \tau$ als Parameter der Kurve, und natürlich $\sin(\tau) =: s$ etc.

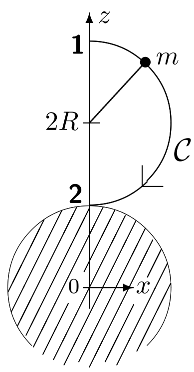
(a) Welche Länge L hat das Kurvenstück $\mathcal{C}$? (Bronstein sagt $L = 4R$. Ob das stimmt?)

(b) Wenn eine Masse m mit viel Schwung ab Ursprung entlang $\mathcal{C}$ die Höhe $2R$ erreicht, nimmt ihre kinetische Energie ab: das System mußte Arbeit verrichten. Wie wertet sich das Arbeit–Kurvenintegral A längs $\mathcal{C}$ explizit aus? [Hier ist $R \ll R_{\text{Erde}}$.]

(c) Welche Fläche F liegt im Intervall $(\,0\,,\,\pi R\,)$ unter der Kurve $\mathcal{C}$?

(d) Ob es sich bei $\mathcal{C}$ etwa um die Bahn einer Ladung (m, q) in den Feldern $\vec{E} = (0, E, 0)$, $\vec{B} = (0, 0, B)$ handelt? Prüfen Sie direkt nach, ob $\vec{r}\,(t)$ Newtons Bewegungsgleichung löst. Welche Winkelgeschwindigkeit ω und welchen Radius R hat also „das zugehörige Rad“?
[Newton? Felder? Am Anfang vom Kapitel 3 ...]

Aufgabe 57: Schiffschaukel — und $\int_{\mathcal{C}} d\vec{r} \cdot \vec{K}$ (3 Punkte)



Schützenfest. Der Kahn (m , punktförmig) wird zunächst langsam auf einem Kreis (R) von $(0, 0, R)$ nach Punkt 1 bei $(0, 0, 3R)$ gefahren. Und dort gehts nun los. Keine Reibung, das Gestänge ist masselos.

Rechnen Sie die (positive) Arbeit A, welche die Gravitationskraft am System bis zum Erreichen des Fußpunktes 2 verrichtet, explizit als Kurvenintegral aus. Vorab notieren Sie natürlich, was dabei herauszukommen hat.

Aufgabe 58: Kurvenintegrale (1+1+2=4 Punkte)

(a) Der $\sin(x)$ bildet zwischen 0 und π einen Torbogen (Skizze!). Wie lang mag er sein ?
[Integral angeben genügt; Auswertung schwierig (Tabelle: elliptisch..).]

(b) Ein Draht mit homogen verteilter Masse M wurde zu einem Viertelkreis (Radius a) gebogen. Masse/Länge $\sigma = ?$ Wo liegt der Schwerpunkt $\vec{R} = ?$ Ist wirklich $|\vec{R}\,| < a$ herausgekommen ?

(c) Welche Länge L hat der punktierte Weg, den ein Stein zurücklegt, welcher an einem um die Erde (R) gewickelten Faden hängt, am Nordpol (Punkt **1**) hochgeworfen wird und schließlich die skizzierte Horizontale bei **2** erreicht ? [Guter Parameter ist der Winkel α zwischen y–Achse und Fadenablösepunkt: $\vec{r}\,(\alpha) = \ldots + \ldots = ?$]