

[ Abgabe 29.04 vor der Vorlesung ]

**Aufgabe 52:** Partialbruchzerlegung (1+1+1=3 Punkte)

Werten Sie die folgenden Integrale durch Partialbruchzerlegung des Integranden aus.

(a)  $\int_a^b dx \frac{1+x+x^2}{x^2+x^3} = ?$

(b)  $\int_a^b dx \frac{4x}{1-x^4} = ?$

(c)  $\int_a^b dx \frac{1-2x-x^2}{1+x+x^2+x^3} = ?$

**Aufgabe 53:** partielle Integration (1+1+1=3 Punkte)

Werten Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration aus.

(a)  $\int_a^b dx x \cos(x) = ?$

(b)  $\int_a^b dx x^2 e^{-x} = ?$  [Hier muss zweimal partiell integriert werden.]

(c)  $\int_a^b dx \sin^2(x) = ?$

**Aufgabe 54:** Substitution (1+0.5+1.5=3 Punkte)

Werten Sie die folgenden Integrale durch Substitution aus.

(a)  $\int_a^b dx \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = ?$  [ $x = \sin(y)$  könnte helfen]

(b)  $\int_a^b dx \cos(x) \sin^2(x) = ?$  [ $u = \sin(x)$  könnte helfen]

(c)  $\int_a^b dx \frac{1}{\sin(x)} = ?$  [ $t = \tan(x/2)$  könnte helfen]

**Aufgabe 55:** Schwingungsdauern  $T$  (1+1+1.5+1.5=5 Punkte)Für eine Schwingung in einem geradem Potential (also  $V(-x) = V(x)$ ) mit rechtem Umkehrpunkt  $a$  gilt für die Schwingungsdauer  $T = 4 \sqrt{\frac{m}{2}} \int_0^a dx \frac{1}{\sqrt{E-V(x)}}$ .Vorweg: zu gegebenem  $V(x)$  und  $a$  ist natürlich die Energie  $E = ?$ (a) Test. Zum 1D Oszillator ist  $V(x) = \frac{m}{2}\omega^2 x^2$  und es muß unbedingt  $T = 2\pi/\omega$  herauskommen. Wie geht es dabei zu?(b) Auch zu  $V(x) = \beta|x|/a$  können wir unsere Integrierkunst testen.  $T = ?$ (c)  $V(x) = \beta \ln(|x|/a)$ . Wie substituieren wir hier? Geht  $x = e^{\cdot}$ ?  $T = ?$  [ $\int_0^\infty dx e^{-x^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ ](d) Und hier? Die Erde sei  $\approx$  punktförmig und auf der N-S-Achse ( $x$ -Achse) durchbohrt. Ein kosmisches Teilchen ( $m$ ) schwingt in  $(-a, a)$  ständig hindurch:  $T = ?$