Übungen zu EMTP I	**Blatt Nr. 13**	21.01.2008

[Abgabe 28.01 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 38: Potenzreihen (1+1+1+1=4 Punkte)

Geben Sie jeweils die ersten drei Terme der folgenden Reihen an:

(a) Reihe aus Reihe der Ableitung gewinnen:
$\partial_x \arctan(x) = \ \ldots\ =$ Reihe davon $\ \Rightarrow\ $ Reihe des arctan(x) für $x \ll 1$

(b) Reihe aus Division von Reihen gewinnen: $\tan(x) = \frac{\sin-\text{Reihe}}{\cos-\text{Reihe}} = \ \ldots\ (x \ll 1)$

(c) $v \ll c\ :\quad \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \ \ldots$

(d) $p \ll mc\ :\quad \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} = \ \ldots$

Aufgabe 39: Taylor (1 Punkt)

Wiederholen Sie **Aufgabe 35 (a)**, aber diesmal per Taylor-Reihe.

Wie einfach war es doch dort, *ohne* Taylor $f(s) = \frac{s^2}{6} + \mathcal{O}(s^4)$ zu erhalten! Nämlich so:
$f(s) = \frac{1}{s^2}\left(1 - \frac{s^2}{2} + \frac{s^4}{4!} + \ldots - \left\{1 - \frac{1}{2}\left[s + \frac{s^3}{3!} + \ldots\right]^2 + \frac{1}{4!}\left[s + \ldots\right]^4 + \ldots\right\}\right) = \frac{1}{s^2}\frac{s^4}{3!} + \ldots$

Aufgabe 40: vier quickies mit i (0.5+0.5+0.5+0.5=2 Punkte)

Zur Erinnerung: jede komplexe Zahl z kann man als $z = a + ib$ schreiben.

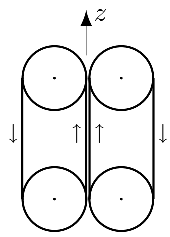
(a) $\frac{1+i}{1-i} = \ ?$

(b) $\mathrm{Re}\left(\frac{1}{1+i\,\sinh(x)}\right) = \ ?$

(c) $\tanh(ix) = \ ?$

(d) Wie folgen aus $e^{2i\alpha} = e^{i\alpha}e^{i\alpha}$ die Relationen $\cos(2\alpha) = \ldots$ und $\sin(2\alpha) = \ldots$?

Aufgabe 41: e hoch Matrix (0.5+2.5+2=5 Punkte)



Die skizzierten Keilriemen haben je Masse M und laufen über masselose, reibungsfreie Rollen. Auf der z–Achse berühren sie sich und erfahren dort die Reibungskraft $-M\,\alpha$ mal Relativgeschwindigkeit. Wäre also $v_1 = v_2$, so würden sie ewig vor sich hin schnurren — aber es ist nicht so : siehe die Anfangsbedingung im ER bei (a).

$$\boxed{\dot{\vec v} = -\alpha\, H\, \vec v\ ,\quad \vec v(0) = v_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

(a) Aus v_1, v_2 werde formal ein Vektor $\vec v$ gebildet. Können Sie die Matrix H im ER angeben ?

(b) Erster Weg: Normierte Eigenvektoren von H ermitteln, $\vec v = A(t)\,\vec f_1 + B(t)\,\vec f_2$ ansetzen, ER's für $A(t)$ und für $B(t)$ aufschreiben, beide lösen, $\vec v$ notieren und vereinfachen. $\vec v(t \to \infty) = \ ?$ wirkt nun sehr beruhigend.

(c) Zweiter Weg: Ob man so tun kann, als wäre H eine Zahl ?! Dann kann man ja die Lösung sofort niederschreiben ! Auch $H = 1 - R$ (R wie Restmatrix) ist möglich sowie Abspalten eines Vorfaktors $e^{-\alpha t}$. $R \cdot R = \ ?$ In der e–Reihe gibt es also nur Terme $\sim R$ und $\sim$ Einheitsmatrix – OK ? – und diese Terme lassen sich separat wieder aufsummieren. Kommt das $\vec v$–Resultat von (b) wieder heraus ?