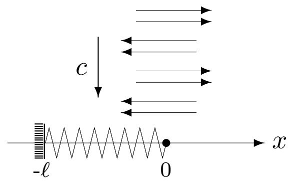
Übungen zu EMTP I **Blatt Nr. 07** 26.11.2007

[Abgabe 03.12 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 19: Resonanz (3+1+1=5 Punkte)



Ein geladenes Teilchen (m, q) ist an einer Feder (κ, ℓ) befestigt und ruht am Ursprung. Ab Zeit $t = 0$ wird es von einer Lichtwelle (s. Ü14) getroffen, d.h. der Kraft $K_1 = -mk\sin(\omega t)$ ausgesetzt. 1D Problem.

(a) Eindeutigkeitsrahmen, Ansatz und Lösung $x(t) = ?$

[Hinweis: Mit $\sqrt{\kappa/m} =: \Omega$ und ω hat das Problem zwei Frequenzen. Also sind im Ansatz zwei Sorten trigonometrischer Funktionen nötig. Nützliche Abkürzungen: $s := \sin(\omega t)$, $c := \cos(\omega t)$, $S := \sin(\Omega t)$, $C := \cos(\Omega t)$.]

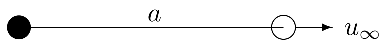
(b) Bei Übung 14 war (wenn man dort $v_0 = 0$ setzt) $x(t) = \frac{k}{\omega^2}\, s - \frac{k}{\omega}\, t \;=:\; x_{\text{ohneFeder}}(t)$ herausgekommen. Wie geht das (a)–Resultat in $x_{\text{ohneFeder}}(t)$ über?

(c) Auch der Limes $\Omega \to \omega$ ist am (a)–Resultat ausführbar (aber *vorsichtig*: $\Omega = \omega + \varepsilon$ setzen, umformen, und dann erst $\varepsilon \to 0$ ausführen). Das Resultat [nennen wir es $x_=(t)$] zeigt in einem (welchem?) seiner zwei Terme, was eine *Resonanzkatastrophe* ist.

[Hinweis: $\sin(\varepsilon t) \approx \varepsilon t + \mathcal{O}(\varepsilon^3)$; $\cos(\varepsilon t) \approx 1 + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$]

Aufgabe 20: Potentialbarriere und V_{eff} (1+1+1=3 Punkte)

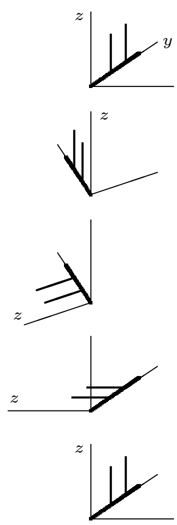
(a) Mit mindestens welcher Fluchtgeschwindigkeit v_∞ muss ein Geschoß (Masse m) von der Oberfläche der Erde (M, R) losgeschossen werden, damit es nie wieder zurückkehrt?



(b) Flucht aus dem Sonnensystem verlangt mehr: u_∞. Grob qualitativ betrachten Sie nur Erde und Sonne, nageln beide fest, setzen $u_\infty^2 = v_\infty^2\,\big(1+$ Zusatz$\big)$ und schätzen den Zusatz mittels $M_{\text{sonne}} \approx 3 \cdot 10^5\, M$ und Abstand Erde–Sonne $a \approx 3 \cdot 10^4\, R$ ab.

(c) Welches Potential hat das Zentralkraftfeld $\vec{K} = -m\omega^2 \vec{r}$? Und wie sieht das zugehörige effektive Potential aus? Skizzieren Sie grob V_{eff} über der r–Halbachse.

Aufgabe 21: Schiffbruch und Drehmatrizen (2.5+1.5=4 Punkte)



Bei schwerem Wetter kommt ein Zweimaster vom Nordkurs (y–Achse) ab. Er dreht sich um $\pi/4$ um die Vertikale, kentert dann nach links, zeigt anderntags wieder nach Norden und kann aufgerichtet werden. Zu jeder Position des Schiffes hat der Kapitän die Richtung notiert, in der er den Polarstern sieht. Vor dem Unwetter sah er ihn in Richtung $\vec{e} = (0, 1, 1)/\sqrt{2}$.

(a) Notieren Sie die zu den 4 Drehungen gehörigen Matrizen $D^{(1)}$, $D^{(2)}$, $D^{(3)}$ und $D^{(4)}$ und ermitteln (aus dem jeweils vorangegangenen Einheitsvektor) die Polarstern–Richtungen $\vec{e}\,'$, $\vec{e}\,''$, $\vec{e}\,'''$, $\vec{e}\,''''$. *Hinweis:* $\sin(\pi/4) = \cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$

(b) Welches Produkt aus D's führt von der Startposition direkt zur übernächsten Position, bzw. zur überübernächsten bzw. zur letzten? Und welche Drehmatrizen kommen dabei jeweils heraus ?