

Aufgabe 16: Gebremster Zug (2+1=3 Punkte)

Ein Zug (m_0 , Geschwindigkeit v_0) wird ab Zeit $t = 0$, zu welcher sein Kopf gerade den Ursprung passiert, mit konstanter Kraft $K_1 = -m_0 k$ gebremst. Normalerweise würde er bei $t_0 = v_0/k$ zum stehen kommen (stimmt das?). Jemand will jedoch den Zug früher zum Halten bringen und wirft darum Gepäckstücke seitwärts aus den Fenstern. Gemäß $m(t) = m_0 (1-\omega t)^3$ nimmt daraufhin die (zu bremsende) Masse ab. Hier gilt also die Bewegungsgleichung $\dot{\vec{p}} = (\dot{m}\vec{r})' = \dot{m}\dot{\vec{r}} + m\ddot{\vec{r}} = \vec{K}$.

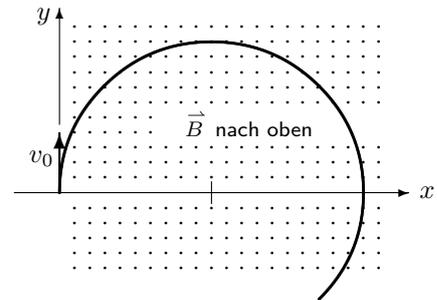
(a) Eindeutigkeitsrahmen (ER), Ansatz und Lösung $x(t) = ?$

[Hinweis: irgendwie müssen wohl in der Lösung Potenzen (vielleicht auch negative) von $(1 - \omega t)$ vorkommen.]

(b) Schreiben Sie $x(t)$ so auf, daß sich $\omega \rightarrow 0$ im Kopf ausführen läßt.

Aufgabe 17: Ladung im Magnetfeld (2+3=5 Punkte)

Ein geladenes Teilchen (m, q) fliegt zur Zeit $t = 0$ mit $\vec{v}(0) = (0, v_0, 0)$ durch den Ursprung und wird durch ein konstantes Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ abgelenkt: $\vec{K} = q\vec{v} \times \vec{B}$.



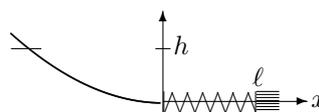
(a) Ist der ER (3 Gln) aufgeschrieben, so dürfen wir ihn mit dem laut Skizze suggerierten Ansatz ($\vec{r}(t)$ als Kreisbewegung) befragen. Wie hängen Kreisfrequenz ω und Radius R mit den Größen m, q, v_0, B zusammen?

(b) Wie bei (a), aber das Teilchen erfahre zusätzlich die Reibungskraft $\vec{F} = -m k \vec{v}/v$. Nur $\vec{v}(t)$ möge jetzt interessieren, ermittelbar per Ansatz aus dem v -ER $\dot{\vec{v}}(t) \equiv \dots, \vec{v}(0) = (0, v_0, 0)$.

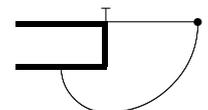
Auf der Suche nach einem klugen Ansatz blicken wir auf die bei (a) notierte Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ zurück (noch ω, R enthaltend) und ersetzen darin (mit „Spirale“ im Hinterkopf) R durch eine unbekannte Funktion $R(t)$. Auch ω ist wieder ein unbekannter Parameter. Ob nun wirklich mit diesem \vec{v} -Ansatz der obige v -ER in jeder Beziehung erfüllbar ist? Wenn ja, sollte ein Restproblem der Form $\dot{R}(t) \equiv \dots, R(0) = \dots$ übrig bleiben. Der R -ER ist leicht gelöst: $R(t) = ?$

Wann (t_1) kommt das Teilchen zur Ruhe? Machen Sie eine Dimensionsprobe für Ihr t_1 .

Aufgabe 18: Energieerhaltung, Potentiale (1+1+1+1=4 Punkte)

(a)  Wie weit ($x = ?$) wird die gefederte (κ, ℓ) Absperrung eingedrückt werden, wenn ein in Höhe h startender reibungsfreier Skiläufer (m) in ihr landet?

(b) Ein Pendel (ℓ, m) wird horizontal ausgelenkt und losgelassen. Mit welcher Geschwindigkeit v prallt es von unten gegen die $\ell/2$ dicke Tischplatte?



(c) 2D. Ob das Kraftfeld $\vec{K}(x, y) = (-\lambda x, \lambda y)$ ein Potential hat, soll sich bei komponentenweisem Aufleiten erweisen.

(d) Welches Potential $V(x)$ hat die Kraft $K_1 = -\gamma m M 2x (R^2 + x^2)^{-3/2}$?