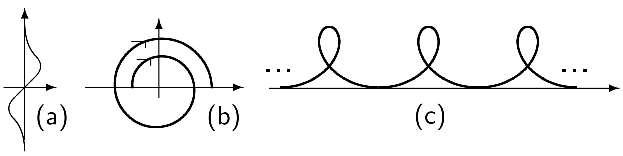
Übungen zu EMTP I	**Blatt Nr. 04**	05.11.2007

[Abgabe 12.11 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 10: Raumkurven (1+1+1=3 Punkte)

Notieren Sie möglichst einfache 2D Vektorfunktionen $\vec{r}(t)$, so daß Bahnkurven der skizzierten Form entstehen. Bei (b) soll der Parameter $\omega t =: \tau$ von 0 bis 2π laufen, bei (a) und (c) von $-\infty$ bis $+\infty$.



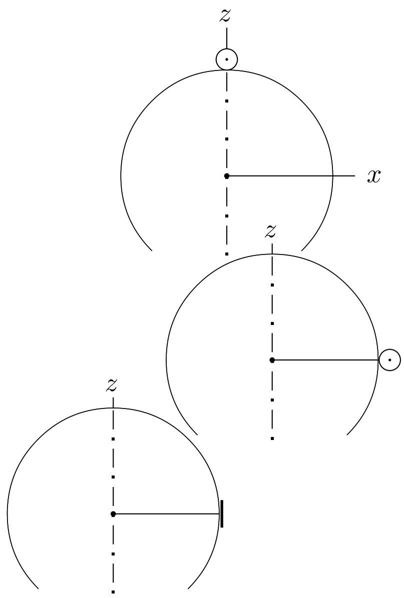
[Hinweise: Dimension $[\vec{r}]$=Länge; Bei (c) kreist etwas auf einem Föderband. Dessen Geschwindigkeit v darf, damit sich Schleifen bilden, nicht zu groß sein: $v < ?$]

Aufgabe 11: Riesenräder. $\vec{r}(t) = ?$ (2.5+1+1.5=5 Punkte)

(a) Die Erde (Radius R) dreht sich mit Ω um die z–Achse (Ursprung=Erdmitte). Am Nordpol steht ein Riesenrad (Radius ϱ, Winkelgeschwindigkeit ω). $\vec{r}(t)$ sei der Ortsvektor der Gondel, welche zur Zeit $t=0$ unten ist : $\vec{r}(0) = (0, 0, R)$. Aus $\vec{r}(t)$ bilden wir auch $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ [dies aber nur zu Teil (a)] und prüfen, ob die Beträge $v(0)$ und $v(\pi/\omega)$ gleich sind.

(b) Wie bei (a), aber das Riesenrad steht am Äquator. $\vec{r}(0) = (R, 0, 0)$.

(c) Wie bei (b), aber das Rad liegt flach, ist also ein ebenerdiges Karussell. $\vec{r}(0) = (R, 0, -\varrho)$.



Tip: Behandeln Sie zu jeder dieser drei Situationen erst einmal eine Vorstufe (vs), in welcher die Erde ruht ($\Omega = 0$): $\vec{r}_{\rm vs}(t) = ?$ Und dann hilft es vielleicht, vom Polarstern aus auf das Geschehen herabzublicken, also dessen Projektion auf die xy–Ebene zu betrachten.

[Hinweis: Nützliche Abkürzungen sind $s := \sin(\omega t)$, $c := \cos(\omega t)$, $S := \sin(\Omega t)$, $C := \cos(\Omega t)$.]

Aufgabe 12: Ableiten = Differentialquotient bilden (1+1+2=4 Punkte)

(a) Bereits aufgrund gewisser Eigenschaften von $f(x)$ läßt sich $f'(x)$ ermitteln:

$f(\varepsilon) = \varepsilon + \mathcal{O}(\varepsilon^3)$, $f(x+y) = f(x)\sqrt{1+f^2(y)} + \sqrt{1+f^2(x)}\, f(y) \;\Rightarrow\; f'(x) = \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon} = ?$
Wie $f(x)$ verläuft, werde nun grob qualitativ skizziert. (Die Funktion f kennen wir ansonsten *nicht*. Später einmal bekommt sie einen Namen.)

(b) $f(1+\varepsilon) = \varepsilon + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$, $f(x\,y) = f(x) + f(y)$ $(0 < x, y)$ $\Rightarrow$ $f'(x) = ?$ f–Skizze ?

(c) Bei Übung 9) hatte sich der Ufo–Ort $\vec{r}(t) = \frac{R\,(h - vt - \sqrt{-2hvt}\,)}{h^2 + v^2 t^2}\,\big(-vt\,,\, h\big)$ ergeben. Jetzt interessiert uns seine Geschwindigkeit $\vec{v} = (\dot{x}\,,\,\dot{y})$ und zwar kurz bevor es bei $(0, R)$ entschwindet. Wie sich dort $\dot{x}$ bzw. $\dot{y}$ verhalten wird, ist uns anschaulich klar — nämlich (in Worten) wie? Bei der Berechnung von $\dot{x}$ und $\dot{y}$ dürfen Sie nun (im rechten Moment Ihrer Wahl) allerlei Terme weglassen, welche bei $t \to -0$ (relativ zu einem additiven Term) beliebig klein werden. Nur ein Term bleibt je schließlich übrig. Sie haben den *asymptotisch führenden Term* von $\dot{x}$ bzw. von $\dot{y}$ präpariert.

• Bitte zögern Sie nicht, uns mit Ihren Fragen zu den Hausübungen zu löchern: DB (D6-150; 0521-106-5319), SL (E5-121; -6199), RM (D6-136; -5315), DR (E6-115; -6218), MS (D6-138; -5316), YS (E6-118; -6211).