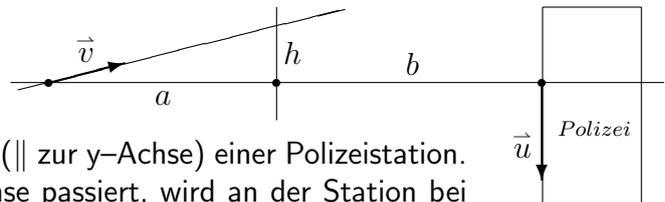


[Abgabe 29.10 vor der Vorlesung]

Aufgabe 4: Nächtliche Geschwindigkeitskontrolle (3 Punkte)

Eine gerade Landstraße verläuft über die Punkte $(-a, 0)$ und $(0, h)$. Der Scheinwerfer eines Autos wirft den Schatten eines

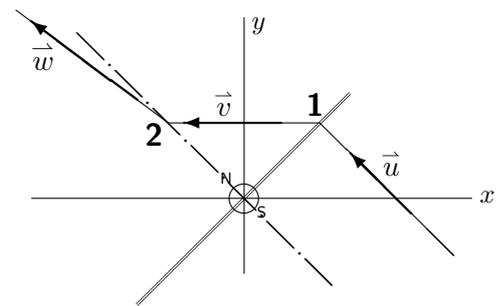


Telegrafmast (= Ursprung) auf die Wand (\parallel zur y -Achse) einer Polizeistation. In dem Moment, in dem der Raser die x -Achse passiert, wird an der Station bei $(b, 0)$ die Schattengeschwindigkeit u registriert. Erstellen Sie bitte eine Formel (u, a, b, h enthaltend) für die Geschwindigkeit v des Autos.

[Hinweise: Die Skizze ist eine Draufsicht; Hier ist die Lichtgeschwindigkeit $c \approx \infty$.]

Aufgabe 5: Zentralkraft und Drehimpuls (3+2=5 Punkte)

Das seltsame Zentralkraftfeld eines fernen Planeten (Mitte = Ursprung) ist fast überall Null. Nur nahe an der $S-N$ -Achse stößt es stark ab, und in enger Umgebung der Äquatorebene zieht es an. Eine Raumsonde fliegt genau in der Ebene $z = 0$ ein, und zwar parallel zur $S-N$ -Achse (links-diagonal) und mit Geschwindigkeit u . Sie wird bei $\vec{r}_1 = (1, 1, 0)a/\sqrt{2}$ an der Äquatorebene abgelenkt und bei $\vec{r}_2 = (-1, 1, 0)a/\sqrt{2}$ durch das polare Bündel in Richtung $\vec{e}_w = (-4, 3, 0)/5$ in den Raum geschleudert — mit welcher Geschwindigkeit w ?



(a) Was bei Punkt 1 gilt, kann als Gleichheit zweier Skalarprodukte (mit welchem Einheitsvektor \vec{e} ?) notiert werden. Weil $\vec{u} = (?, ?)$ bekannt ist, folgt \vec{v} und (nach gleichem Prinzip) dann w .

[Hinweis: Eine Zentralkraft wirkt in Richtung des Ursprungs, und läßt daher Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zu dieser Richtung unverändert.]

(b) Jemand behauptet, $\vec{\ell} := \vec{r} \times \vec{v}$ sei eine interessante Bildung (und $\vec{L} = m\vec{\ell}$ heiße *Drehimpuls*). Wir rechnen diesen Vektor vier mal aus, und zwar bei 1 unmittelbar vor Eintritt in die Kraftfeld-Schicht, dort unmittelbar nach Austritt, bei 2 vor und bei 2 nach. Wir bilden also $\vec{\ell}_{1v}$, $\vec{\ell}_{1n}$, $\vec{\ell}_{2v}$ und $\vec{\ell}_{2n}$ — und staunen. (Es lag an der Zentralkraft, gilt für jede und heißt *Drehimpulserhaltung*.)

Aufgabe 6: Vier *quickies* (1+0.5+0.5+1=3 Punkte)

(a) Eine ferne Zivilisation legt einen Vektor \vec{a} durch Angabe der Abstände u, v, w zu den Achsen (statt zu den Ebenen) fest. u ist die Länge des Lotes vom \vec{a} -Endpunkt zur x -Achse usw. Wie drückt sich der Betrag $a = |\vec{a}|$ durch u, v, w aus?

(b) Zeigen Sie: Sind die Beträge von Summe und Differenz zweier Vektoren gleich, dann sind die Vektoren senkrecht zueinander.

(c) Zeigen Sie: Sind Summe und Differenz zweier Vektoren senkrecht zueinander, dann haben die Vektoren denselben Betrag.

(d) Wird eine Komponente (Ihrer Wahl) der linken Seite von $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$ ausführlich durch Komponenten ausgedrückt und (unabhängig davon) selbiges auch mit der rechten Seite getan, so ist die „bac-cab-Formel“ *verifiziert*.