3. Newton 1643–1727

bisher: Kap 1, Vektoren, Vokabeln gelernt, statisches Weltbild ("Photo")
Kap 2, Kinematik, $\vec{r}(t)$ auf vorgegebenen Kurven, "Kino"

in der Natur: $\vec{r}(t)$ weiß von alleine, wie er sich zu verändern hat!
→ Zukunft vorhersagen? Wahrsagen? Physik!

Physik: Stücke Natur verstehen = dann ausrechnen, was sie tun wird.
↳ wir sind gut vorbereitet: $\vec{r}(t)$, ∂_t, …

Experiment(e) → Prinzipien der Natur – Mathematik
↓
Vorhersage über Experimente

} Theor. Physik

in diesem Kap.: Newton'sche Mechanik eines Massenpunktes

Es gibt Teilchen. T. wechselwirken

(stark, em, schwach, Gravi
10^{-15}m, $\sim r^{-2}$, 10^{-18}m, $\sim r^{-2}$
1, $1/137$, 10^{-5}, 10^{-40}
klumpend, wichtig, kurzreichweitig, aber Erde aus 10^{50} T.)

Die Wechselwirkung zw. 2 T. hängt von Eigenschaftspaaren (m, q, color, …) ab

Schlechte Apparate sehen T.-Klumpen als "Massenpkte"

Ww. zw. Massenpkten = $\sum$ (elementare Ww.n.)

Für die Mechanik besteht die Welt aus Massenpunkten (4),
welche man numerieren kann (4),
und sie behandelt deren Bewegung zu gegebenen Kräften
(ist darum nur "halbe" Theorie).

Das oberste Prinzip ("first principle") der Mechanik ist die Bewegungsgleichung

$$\boxed{m\ddot{\vec r}(t) = \vec K(\vec r(t), \dot{\vec r}(t), t)}$$

"Antwort" "Ursache"

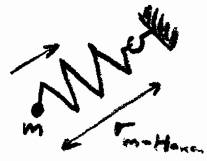
z.B. $= q(\vec E + \vec v \times \vec B)$

oder $= \sum_j (-\gamma m M_j) \frac{\vec r - \vec r_j}{|\vec r - \vec r_j|^3}$

oder $= -\vec v f(v)$ (Reibung)

oder $= \vec e_{\text{von m nach Haken}} \cdot \kappa (r_{m-H} - \ell)$

Feder-Daten



Die Bew.-gl. ist ein Axiom

braucht "actio = reactio" nicht

erklärt "Inertialsystem" (= in denen sie gilt)

definiert $m, \vec K, \vec E, \vec B, q$

und ermöglicht $\vec r(t)$ - Bestimmung!

(braucht keine anderen Überlegungen, keine Fliehkräfte, ..)

Vorhersage

$\vec r(0)$ und $\vec v(0)$ bekannt $\Rightarrow$ $\vec r(t)$ wegen

Bew.gl. - Zerlegung in $\begin{cases} \dot{\vec r} = \vec v \\ \dot{\vec v} = \frac{1}{m}\vec K \end{cases}$ und

$$\vec r(t+dt) = \vec r(t) + dt\, \vec v(t)$$
$$\vec v(t+dt) = \vec v(t) + dt\, \tfrac{1}{m} \vec K(\vec r(t), \vec v(t), t)$$

(3D: 6 Anfangsdaten; 2D: 4; 1D: 2)

Lösung z.B. per Computer (numerisch; genähert),

am besten aber per Rechnung.

(("System gekoppelter Differentialgln. zweiter Ordnung"

gee... können froh sein über jeden lösbaren Spezialfall!))

Freier Fall

$$\vec{K}_{auf\, m} = -\frac{\gamma m M}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2}\,\frac{\vec{r}-\vec{r}_0}{|\times|}$$

$\vec{r}_0 = (0,0,-R)$; $\vec{r}-\vec{r}_0 \approx -\vec{r}_0$, $\frac{\vec{r}-\vec{r}_0}{|\times|} \approx \vec{e}_3$

$$\vec{K} = -m\left(\frac{\gamma M}{R^2}\right)\vec{e}_3 =: -m g\,\vec{e}_3$$

$\boxed{\ddot{z} = -g,\quad \dot{z}(0)=0,\quad z(0)=h}$ (1D, 2 Anfangsdaten ✓)

ER $\Rightarrow$ Ansatz erlaubt. $\quad$ Lsg ~ 

"Eindeutigkeitsrahmen"; s. Ü 14,15

$z(t) = A + Bt + Ct^2 + D\cos(\omega t)$

- Ansatz (darf unzureichend sein; mehr dazu: s. Ü-Blatt 5)
- bilde $\dot{z}, \ddot{z}$, erfülle Bew.Gl. identisch $\forall t$ (hier: 5 Param.)
- setze in Anf.bed. ein, notiere Resultat

$\dot{z} = B + 2Ct - D\omega\sin(\omega t)$

$\ddot{z} = 2C - D\omega^2\cos(\omega t) \overset{!}{=} -g \quad \Rightarrow \quad D=0,\ C=-\frac{g}{2}$

$\dot{z}(0) = B \overset{!}{=} 0$

$z(0) = A = h$, also $\underline{\underline{z = h - \frac{g}{2}t^2}}$

es gilt nur eine Lsg, also ist sie es. (nur eine? s. Kap. 7, nächstes Sem.)

(hätten wir C-Term vergessen, wäre Bew.Gl. nicht $\forall t$ erfüllbar gewesen)

"Aufleiten" ($\dot{z} = -gt + B$, $\quad \dot{z}(0) = B \overset{!}{=} 0$
$z = -\frac{g}{2}t^2 + Bt + A$, $\quad z(0) = A \overset{!}{=} h$)

geht nicht immer; z.B. 3-Körper-Problem,

1D harmonischer Oszillator

$K_1 = -\kappa x$

$\boxed{\ddot{x} = -\frac{\kappa}{m}x,\quad \dot{x}(0) = v_0,\quad x(0)=0}$ (($+B\cos(\omega_2 t)$, brauche nicht wg. $x(0)\overset{!}{=}0$))

Ansatz: $x = A\sin(\omega t)$ ← bilde $\dot{x}, \ddot{x}$, erfülle $\dot{x}(0), x(0)$

$\Rightarrow \underline{\underline{x(t) = v_0\sqrt{\frac{m}{\kappa}}\sin\left(\sqrt{\frac{\kappa}{m}}\,t\right)}}$