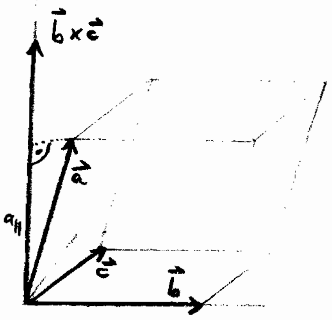
Griechisches Alphabet

(der für uns brauchbare Teil davon)

α		alpha
β		beta
γ	Γ	gamma
δ	Δ	delta
ϵ, ε		epsilon
ζ		zeta
η		eta
θ, ϑ	Θ	theta
κ		kappa
λ	Λ	lambda
μ		mu
ν		nu
ξ	Ξ	xi
π	Π	pi
ρ, ϱ		rho
σ	Σ	sigma
τ		tau
ϕ, φ	Φ	phi
χ		chi
ψ	Ψ	psi
ω	Ω	omega

noch ein doppeltes Produkt (neben $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$):

Spatprodukt



$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = a_\parallel\,|\vec{b}\times\vec{c}|$$

$$= \left(\begin{array}{l}\text{Volumen des Parallelepipeds}\\ \text{mit Kanten } a, b, c\end{array}\right)\cdot\frac{a_\parallel}{|a_\parallel|}$$

$$= (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c} = (\vec{c}\times\vec{a})\cdot\vec{b}$$

in Komponenten
$$= a_1\cdot b_2c_3 - a_1 b_3c_2$$
$$+a_2\cdot b_3c_1 - a_2 b_1c_3$$
$$+a_3\cdot b_1c_2 - a_3 b_2c_1$$

$$\left(= \varepsilon_{ijk}\, a_i b_j c_k\right)$$

ordnet 9 Zahlen eine einzige Zahl zu

$\hat{=}$ "Determinante"

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix} = \det\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{pmatrix}$$

"Matrix"; s. Kap. 4

Sarrus' Regel
(nur 3x3 und 2x2)

[→ s.a. Ü8]

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} = (\delta_{ik})$$

Vektorgleichungen [→ s.a. Ü7]

schränken $\vec{r}$'s so ein, daß Lsn geometr. Objekt bilden ...

Bsp. $\vec{r}\cdot\vec{e}_3 = 0$. hat (∞ viele) Lsn: $\vec{r} = (x, y, 0)$

⇒ ist Gleichung der xy-Ebene

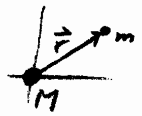
$\vec{r}\cdot\vec{e} = 0$. Ebene durch Ursprung $\perp\ \vec{e}$

$|\vec{r}| = R$. Kugel mit Radius R

$|\vec{r}-\vec{r}_0| = R$. –"– , Mitte bei $\vec{r}_0$

↪ Translation: Ursprung-bezogene ($\vec{r}$'s enthaltende)
Physik wird $\vec{r}_0$-bezogen durch $\vec{r}\to\vec{r}-\vec{r}_0$

weiteres Bsp zur Translation: Grav.-Kraft



$$\vec K = -\frac{\gamma m M}{r^2}\vec e_r$$

⇒ Stern (M) bei $\vec r_0$ hat $\vec K = -\frac{\gamma m M}{(\vec r-\vec r_0)^2}\,\frac{\vec r-\vec r_0}{|\vec r-\vec r_0|}$

LK (Linearkombination)

c_1 Objekt$_1$ + c_2 Objekt$_2$ + .. ist LK aus Obj.

$\vec a = a_1\vec e_1 + \ldots + a_3\vec e_3$ ist LK aus $\vec e$'s

linear in = hoch eins von

$c_1\vec a + c_2\vec b + c_3\vec c$ ist LK aus $\vec a, \vec b, \vec c$

VONS (vollst. Orthonormalsystem)

3 Vektoren $\vec f_j$ bilden VONS (Dreibein)
⇔ $\vec f_j\cdot\vec f_k = \delta_{jk}$ und $\vec f_1\cdot(\vec f_2\times\vec f_3) = +1$

↳ d.h. Rechtssystem.

Kronecker-Symbol

$$\delta_{jk} := \begin{cases}1 & \text{für } j=k\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$$

"vollständig", weil jeder Vektor nach $\vec f_j$ entwickelbar:

$$\vec a = a_1'\vec f_1 + a_2'\vec f_2 + a_3'\vec f_3$$

$\vec a$ bekannt, erhalte $a_1' = \vec f_1\cdot\vec a$ etc.

$\vec a, \vec b$ "linear unabhängig" ⇔ aus $c_1\vec a + c_2\vec b = \vec 0$ folgt $c_1 = c_2 = 0$

3 linear unabh. V. spannen den 3D V.raum auf.

[→ s.o. Ü8]

— Ende Kap. 1 —

Vokabeln
haben Sprache gelernt (Vektoren, Operationen)

bisher alles statisch (unbewegt)

⇒ jetzt kommt Schwung in die Physik: Kap. 2

2. Kinematik

Kino, Bilderfolge, bewegte Pfeile

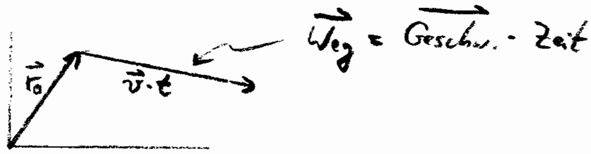
$\vec{a}(t) = \big(a_1(t), a_2(t), a_3(t)\big)$ = Vektorfunktion

$\uparrow$ Zeit t. z.B. $\vec{r}(t)$, $\vec{K}(t)$, $\vec{v}(t)$

((Funktionen: Kap. 5. hier nur einfache, x, x^2, $\frac{x}{1+x^2}$, $\cos(x)$, $\sin(x)$))

Raumkurven kennenlernen über Bsp.

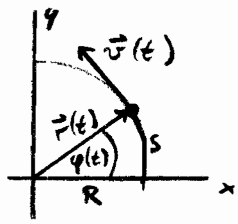
(A) Bewegung mit $\vec{v} = \text{const}_t$.
$\vec{r}(0) = \vec{r}_0$ bekannt.



$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$
$$= (x_0 + v_1 t,\ y_0 + v_2 t,\ \dots)$$
$$\vec{v} = (v_1,\ v_2,\ v_3)$$

Parameterdarstellung einer Geraden.
Parameter t läuft von $-\infty$ nach ∞

(B) Kreisbewegung mit $v = \text{const}_t$ in xy Ebene
ab $\vec{r}(0) = (R, 0, 0)$



$$s(t) = vt$$
$$\varphi(t) = s(t)/R = \frac{v}{R}t =: \underset{\text{"Kreisfrequenz"}}{\omega} t$$
$$\left(\omega = \frac{v}{R},\quad [\omega] = 1/\text{Zeit}\right)$$

$$\vec{r}(t) = R\big(\cos(\omega t), \sin(\omega t), 0\big)$$

Umlaufzeit = Periode = T

zu $t = T$ wird $\varphi = 2\pi = \omega T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$

((Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$. "Frequenz" $= \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ bei uns selten))

$\vec{v}(t)$ rein geometrisch: kenne v, suche $\vec{e}_v$

$$\vec{v}(t) = v\vec{e}_v = v\cdot\left(\vec{e}_3 \times \frac{\vec{r}(t)}{R}\right) = v\,(0,0,1)\times(c,s,0)$$
$$= R\omega\,\big(-\sin(\omega t), \cos(\omega t), 0\big)$$

(C) Schraubenlinie $\qquad \vec{r}(t) = \big(R\cos(\omega t),\ R\sin(\omega t),\ v_3 t\big)$

(D) Holzschraube $\qquad \vec{r}(t) = \big(R(t)\cos(\omega t),\ R(t)\sin(\omega t),\ v_3 t\big)$

$\}\, v_3 t_0$ $\qquad$ mit $\quad R(t) = R\left(1 - t/t_0\right)$

$\qquad 0 < t < t_0$

(E) Ellipse

$\vec{r}(t) = \big(a\cos(\omega t),\ b\sin(\omega t),\ 0\big)$

(F)

$, \quad \omega t =: \tau \qquad \vec{r} = \big(2R\cos(\tau),\ R\sin(\underline{\underline{2}}\tau),\ 0\big)$

(G) spielen; e.g.

<u>Winkelgeschwindigkeit</u>

Kreis (s. (B) oben) $\qquad \vec{v}_{Kreis} = R\omega\,(\vec{e}_3 \times \vec{e}_r) = \underbrace{(\omega\vec{e}_3)}_{=:\,\vec{\omega}} \times \vec{r}$

$\varphi = \omega t, \quad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

cave $\omega \neq \vec{\omega}$ w

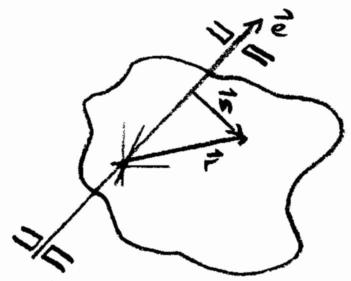
allgemein (es muß nur eine momentane Achse $\vec{e}$ geben)

$$\vec{\omega}(t) = \frac{d\varphi}{dt}\,\vec{e}(t)$$

((Erde,

$, \quad \omega = \frac{2\pi}{\text{Tag}}$, wohin zeigt $\vec{\omega}$?))

starrer Körper (z.B. gelagert), Ursprung auf Achse, $\vec{v} = ?$ eines Punktes bei $\vec{r}$:



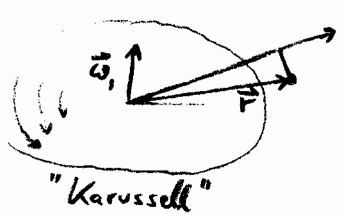
$$\vec{v} = v\cdot\left(\vec{e} \times \frac{\vec{r}_\perp}{r_\perp}\right) = \underbrace{\underbrace{\frac{v}{r_\perp}}_{\omega}}_{\vec{\omega}}\,(\vec{e} \times \vec{r}_\perp) \quad \Rightarrow \vec{r}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

Ist $\vec{\omega}$ Vektor? $\quad$ (→ Kap. I: <u>endl.</u> Drehungen <u>nicht</u>!)

$\lambda\cdot\vec{\omega}$: kein Problem

$\vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 \overset{?}{=} \vec{\omega}_{ges.}$ $\quad$ (bei Achsen-Kreuzung im Ursprung) JA:



ohne Motor : $\vec{u} = \vec{\omega}_1 \times \vec{r}$

ohne Kar. : $\vec{v} = \vec{\omega}_2 \times \vec{r}$

$\vec{u} + \vec{v} = (\vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2) \times \vec{r}$

$\vec{w} \;\underset{!}{=}\; \vec{\omega}_{ges.} \times \vec{r} \qquad \forall \vec{r}$

"für alle"