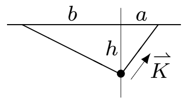
Klausur zu EMTP I Uni Bielefeld 09.07.2008

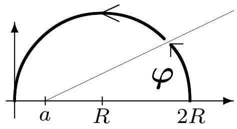
[Beginn 16:30, Abgabe 18:30 ; 31 Punkte, bei ≥ 10 garantiert bestanden ; Name+Matrikelnr auf jedes Blatt]

Aufgabe 1: Statik (2 Punkte)



Bei $(0\,,\,-h)$ hängt eine Masse m an zwei Fäden, welche bei $(-b\,,\,0)$ bzw. $(a\,,\,0)$ befestigt sind. Mit welcher Kraft $\vec{K}$ zieht der rechte Faden ?

Aufgabe 2: Leuchtturm (4 Punkte)



Der Spalt (bei $\vec{r}_0(t)$) in der Kapsel eines Leuchtturms (Radius R) rotiert mit Winkelgeschwindigkeit ω um die Achse durch $(R\,,\,0)$. $\vec{r}_0(0) = (2R\,,\,0)$, $\vec{r}_0(t) = ?$ Lichtquelle bei $(a\,,\,0)$: welchen Winkel $\varphi(t)$ bildet der Lichtstrahl durch den Spalt mit der x-Achse? $\dot{\varphi} = ?$ Zu $a = 0$ vereinfacht sich $\dot{\varphi}$ stark, nämlich zu?

Aufgabe 3: Erhaltungssätze (2 Punkte)

Eine ideale Feder mit $\kappa = \frac{\gamma m M}{2R^3}$ und $\ell = 2R$ erstrecke sich (wenn entspannt) vom Mittelpunkt der Erdkugel (R) bis $z = 2R$. Eine Masse m, am Ende der Feder ($z = 2R$) befestigt, wird aus Ruhe losgelassen, komprimiert die Feder, und erreicht mit Geschwindigkeit $v = ?$ die Erdoberfläche?

Aufgabe 4: Potential (2 Punkte)

Für welche Werte α, β, γ hat die Kraft $\vec{K}(\vec{r}) = (\alpha xz, \beta yz, x^2 + \gamma y^2)$ ein Potential? Welches?

Aufgabe 5: Differentialgleichung (4 Punkte)

Ein getriebener Oszillator: $\boxed{\ddot{x} = -\omega^2 x + \alpha\,\omega\,t - 2\,\alpha\,\sinh(\omega t)\ ,\ \dot{x}(0) = v_0\ ,\ x(0) = 0}$.

Welcher Ansatz könnte dieses Problem lösen? Und was kommt heraus: $x(t) = ?$

Aufgabe 6: Newton (3+2=5 Punkte)

In gekreuzten Feldern $\vec{E} = (0, E, 0)$ und $\vec{B} = (0, 0, B(t))$ soll sich ein Teilchen $(m\,,q)$ mit $\vec{r}(t) = \frac{1}{2}\,a\,(1+\omega t)^2\,(\,2\,,\,1\,,\,0\,)$ bewegen (a, ω sind bekannte Konstanten).

(a) Das läßt sich im Labor realisieren, nämlich mit $B(t) = ?$ und konstantem $E = ?$

(b) Die kinetische Energie $T(t)$ wächst an. Welche Rate $\dot{T} = ?$ folgt direkt aus der Bewegungsgleichung ? Ermitteln Sie zur Kontrolle $\dot{T}$ auch via $\vec{r} \to \vec{v} \to T \to \dot{T}$.

Aufgabe 7: kleine Schwingungen (3 Punkte)

Ein Teilchen (m) schwingt eindimensional im Potential $V(x) = \kappa a^2 f\left(\frac{x}{a}\right)$ mit $f(s) = \frac{1+\ln(1+\sinh^2(s))}{\sqrt{1-3\sin^2(s)}}$.

Mit welcher Kreisfrequenz ω führt es kleine Schwingungen um den Ursprung aus?

Aufgabe 8: Hauptachsen-Transformation (HT) (5 Punkte)

Eine Masse m bewegt sich 3D im Potential $V = \alpha\,(x^2 + 3y^2 + 6z^2 + 4yz) = \alpha\,\vec{r}\,H\,\vec{r}$ mit $H = ?$ Nachdem der HT–Fahrplan bis H', D verfolgt wurde, kann die m–Startposition $\vec{r}(0) = a\,(\,0\,,\,\sqrt{5}\,,\,\sqrt{20}\,)$ im neuen System angegeben werden: $\vec{r}\,'(0) = ?$ Dort losgelassen, wird m schwingen: es genügt jetzt, V in gestrichenen Koordinaten zu notieren, um $\omega = ?$ anzugeben.

Aufgabe 9: Störungsrechnung (2+2=4 Punkte)

Der Faktor α in $\boxed{\dot{v} = \alpha e^{-v}\ \ ,\ \ v(0) = 0}$ sei sehr klein. Behandeln Sie das Problem $(\alpha, t > 0)$

(a) in Störungsrechnung zweiter Ordnung, bestimmen also $v^{(0)}(t)$, $v^{(1)}(t)$ und $v^{(2)}(t)$.

(b) exakt. Reproduziert die Entwicklung Ihrer exakten Lösung das (a)–Resultat?

[Hinweis zu (b): Exponentialfunktion nach links bringen, Dgl als $\partial_t(\mathrm{etwas}) = \partial_t(\mathrm{etwas})$ schreiben, ..]

Viel Erfolg!