

## Übungen zur Theoretischen Physik III (Statistische Mechanik)

WS 2015/2016

Blatt 9

### Aufgabe 27: Adiabatische Zustandsgleichung (3 Punkte)

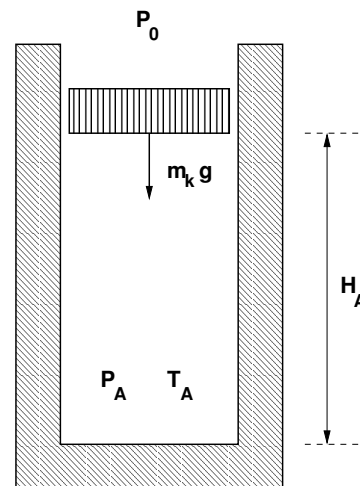
Ein ideales Molekülgas wird durch die kalorische Zustandsgleichung  $E = C_V T$  und die thermische Zustandsgleichung  $PV = Nk_B T$  beschrieben, wobei im Unterschied zum einatomigen Gas für die Wärmekapazität  $C_V \neq \frac{3}{2}Nk_B$  gilt, aber  $C_V$  immer noch als konstant, temperaturunabhängig angenommen werden darf.

Betrachten Sie adiabatische, reversible Zustandsänderungen eines idealen Molekülgases und zeigen Sie, dass für solche Zustandsänderungen gilt:  $TV^{\kappa-1} = \text{const}$ ,  $PV^\kappa = \text{const}$  und  $T^\kappa P^{1-\kappa} = \text{const}$ , wobei  $\kappa = \frac{C_P}{C_V}$  das Verhältnis der Wärmekapazitäten ist.

*Hinweis:* Verwenden Sie das Resultat aus Aufgabe 25.

### Aufgabe 28: Kolben in Zylinder (6 Punkte)

Betrachten Sie die Luftmasse  $m_L$  in einem Zylinder der Querschnittsfläche  $A$ , der in der Höhe  $H_A$  durch einen Kolben vom Gewicht  $m_K \cdot g$  abgeschlossen ist. Gas und Kolben seien adiabatisch isoliert. Die Temperatur der Luft im Kolben sei zu Anfang  $T_A$ . Der Druck in der Luft sei  $P_A$  und der Außendruck sei  $P_0$ . Es gelte  $(P_A - P_0)A \neq m_K g$ , so dass man den Kolben festhalten muss, um den beschriebenen Zustand zu realisieren.



a) Was passiert, wenn man den Kolben losläßt? (1 P.)

b) Welche Temperatur  $T_E$  stellt sich im Gas ein, wenn man wartet, bis der Kolben zur Ruhe gekommen ist? In welcher Höhe  $H_E$  befindet sich dann der Kolben über dem Zylinderboden? Warum dürfen Sie zur Lösung dieser Aufgabe nicht die adiabatische Zustandsgleichung aus Aufgabe 27 verwenden? (3 P.)

c) Sei  $T_A = 293$  K,  $V_A = 1\ell$ ,  $H_A = 10$  cm und  $P_A = P_0 = 1$  bar. Die Masse des Kolbens sei  $m_K = 10^3$  kg. Was für Werte ergeben sich für  $H_E$  und  $T_E$ ? Wie hoch ist der Druck  $P_E$  im Zylinder am Ende? (2 P.)

*Hinweis:* Verwenden Sie den ersten Hauptsatz und betrachten Sie Luft als ideales Molekülgas (siehe Aufgabe 27), wobei  $C_V = \frac{5}{2}Nk_B$ , da es sich um ein zweiatomiges Gas ( $N_2$  und  $O_2$ ) handelt.

### Aufgabe 29: Legendre-Transformationen (6 Punkte)

Die Entropie  $S$  einer hypothetischen Substanz sei als Funktion ihrer natürlichen Variablen gegeben durch

$$S(E, V, N) = \alpha V \sqrt{\frac{E}{N}}$$

wobei  $\alpha$  eine positive, reelle Konstante sei.

a) Berechnen Sie die Energie  $E$  als Funktion ihrer natürlichen Variablen  $S$ ,  $V$  und  $N$ . (1 P.)

b) Bestimmen Sie Temperatur  $T$ , Druck  $P$  und chemisches Potential  $\mu$  aus  $E(S, V, N)$  durch geeignete Differentiationen. (1 P.)

c) Bestimmen Sie die Gibbsche freie Enthalpie  $G$  als Funktion ihrer natürlichen Variablen  $T$ ,  $P$  und  $N$ , indem Sie eine Legendre-Transformation der Energie  $E(S, V, N)$  durchführen. Zeigen Sie, dass sich

$$G(T, P, N) = \frac{N P^2}{\alpha^2 T^2}$$

ergibt. (3 P.)

d) Bestimmen Sie Entropie, Volumen und chemisches Potential aus  $G(T, P, N)$  und zeigen Sie, dass die Resultate äquivalent sind zu den in b) erhaltenen Ergebnissen. (1 P.)

*Besprechung am 6.1.2016.*