

Suprafluide Eigenschaften des Helium-3

Als Seminarvortrag im Juni 1997 gehalten von
Albert Hägele[†]

Universität Bielefeld
Institut für Theoretische Physik
Universitätsstraße 25
33615 Bielefeld

[†]E-mail : albert.haegele@gmx.net

Suprafluides Helium-3

1. ^3He , ^4He
2. Supraleitung und BCS-Theorie
3. Supraflüssiges ^3He
4. Die innere Struktur
5. Die suprafluiden Phasen
6. Symmetriebrechung und Ordnungsparameter
7. ^3He – Der Quantenverstärker
8. Texturen
9. Literaturhinweise

1. ^3He , ^4He

Zwei stabile Isotope: ^3He , ^4He .

Suprafluider Phasenübergang des ^4He bei 2,172 K

^4He -Kern besteht aus 2 Protonen und Neutronen

→ Kernspin $I = 0$, Boson

Phasenübergang als Bose-Einstein-Kondensation

^3He -Kern enthält 2 Protonen, 1 Neutron

→ Kernspin $I = \frac{1}{2}$, Fermion

Bis 1957: kein suprafluider Phasenübergang bei ^3He möglich

2. Supraleitung und BCS-Theorie

BCS: Unter einer beliebig schwachen anziehenden Wechselwirkung bilden Fermionen “Quasibosonen”, die Cooper-Paare.

Die anziehende Elektron-Elektron-Wechselwirkung entsteht durch lokale Polarisierung des Kristallgitters.

Supraleitung als Bose-Einstein-Kondensation der Cooper-Paare:
“Supraflüssigkeit der Leitungselektronen”.

^3He ist ein stark wechselwirkendes System, die starke Wechselwirkung führt zur Spinpolarisierung der Atome.

Landau: Es bilden sich “Quasiteilchen” mit effektiver Masse m^* , die schwach wechselwirken.

BCS auf die Quasiteilchen übertragen: es bilden sich Cooper-Paare mit parallelem Spin und ungeradem relativen Bahndrehimpuls.

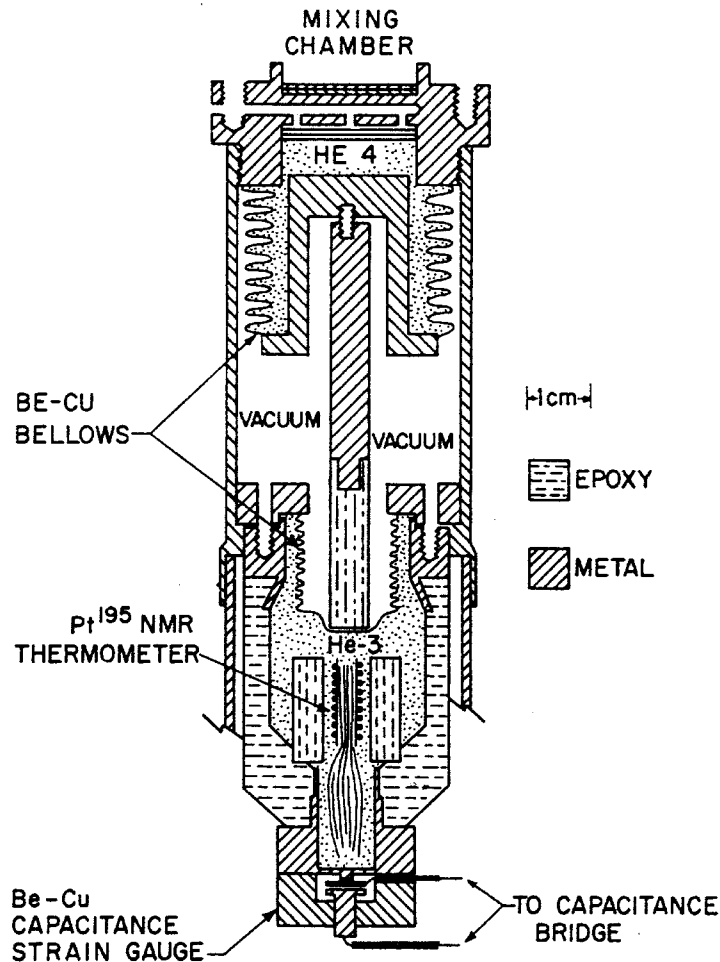
3. Supraflüssiges ^3He

1971: Osheroff, Richardson, Lee entdecken die suprafluiden Tieftemperaturphasen des ^3He bei 2,6 mK.

Es existieren drei suprafluide Phasen mit unterschiedlicher Spin-konfiguration: A , A_1 , B

Gemeinsame Eigenschaft:

Die Cooper-Paare sind im Zustand mit parallelem Spin $\vec{S} = 1$ und relativem Bahndrehimpuls $\vec{L} = 1$ (Spin-Triplett, p-Wellen-Paarung).



4. Die innere Struktur

Die Paarwellenfunktion Ψ eines Spin-Triplett-Zustands im Impulsraum:

$$\Psi = \psi_{l,+}(\vec{k}) |\uparrow\uparrow\rangle + \psi_{l,0}(\vec{k}) |\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow\rangle + \psi_{l,-}(\vec{k}) |\downarrow\downarrow\rangle$$

$\psi_{l,s_z}(\vec{k})$ sind komplexwertige Amplituden, die die volle räumliche Information über die Cooper-Paar-Struktur enthalten. Wegen $L = 1$ werden sie durch die drei Zustände mit $L_z = 0, \pm 1$ beschrieben

→ Die Paarwellenfunktion ist durch insgesamt 18 reelle Parameter festgelegt.

Die Cooper-Paar-Wellenfunktion ist also intrinsisch anisotrop. Die Anisotropie läßt sich durch die Angabe je einer Richtung relativ zur Quantisierungsachse für die Spin- bzw. für die Orbitalkomponente der Wellenfunktion beschreiben.

Diese Richtungen werden mit \hat{d} bzw. \hat{l} bezeichnet, sie charakterisieren die Struktur jedes Cooper-Paares.

5. Die suprafluiden Phasen

B-Phase: allgemeiner Zustand niedrigster Energie, alle drei Spin- und alle drei Bahndrehimpulse kommen in gleichem Maße vor

→ der Zustand ist isotrop bezüglich statischen Eigenschaften, anisotrop bezüglich dynamischen Eigenschaften: pseudo-isotrop.

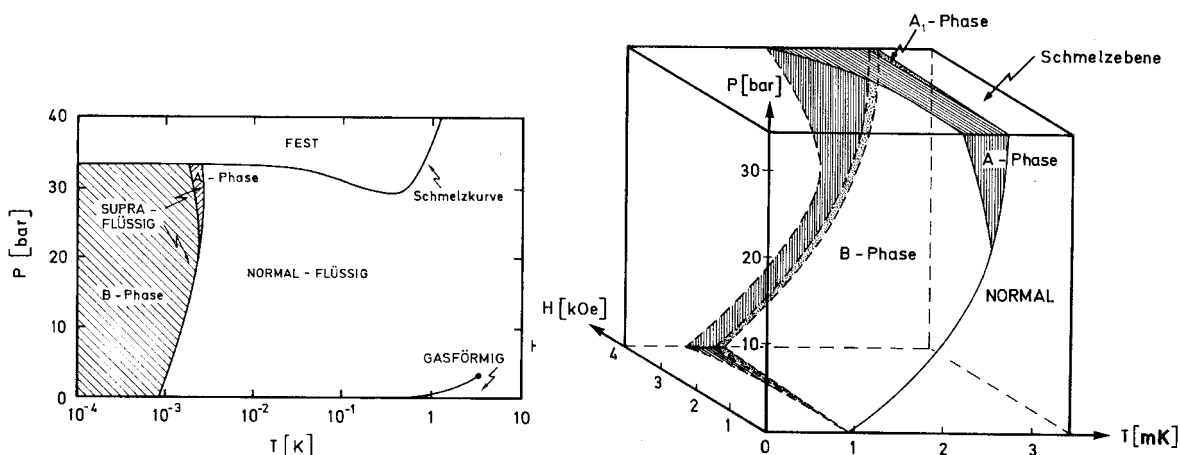
A-Phase: nur die Spinzustände $|\uparrow\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\downarrow\rangle$ kommen vor

→ die Vorzugsrichtung des Spinanteils der Paarwellenfunktion \hat{d} hat in allen Cooper-Paaren dieselbe Richtung. Ebenso ist \hat{l} für alle Cooper-Paare identisch.

\hat{d} und \hat{l} sind makroskopisch definiert, führen zu einer ausgeprägten Anisotropie.

*A*₁-Phase: besteht nur aus $|\uparrow\uparrow\rangle$ - (oder nur $|\downarrow\downarrow\rangle$ -) Paaren, existiert in einem endlichen Magnetfeld

→ magnetische Suprafluidigkeit

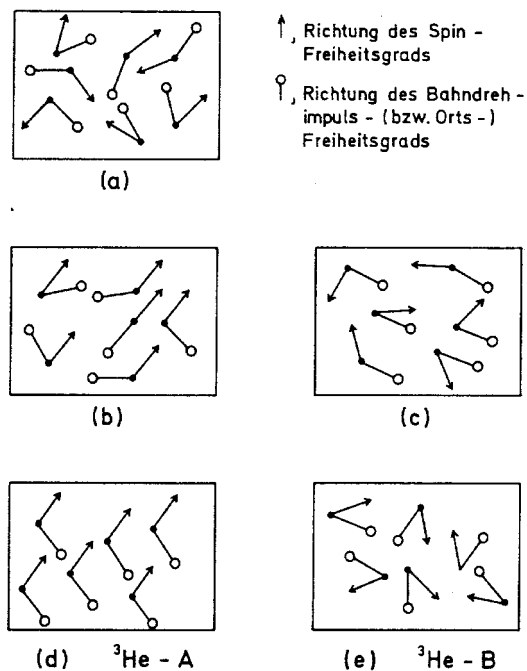


6. Symmetriebrechung und Ordnungsparameter

Übergang zum suprafluiden Helium ist ein (kontinuierlicher) Phasenübergang 2. Art. Als Ordnungsparameter dient die Paarwellenfunktion der Cooper-Paare.

Mit dem Phasenübergang ist nach Landau eine Symmetriebrechung verbunden.

Beispiel: zweidimensionale Flüssigkeit



- a) ungeordneter Zustand (normale Flüssigkeit)
- b) der Spin-Freiheitsgrad ist geordnet (Ferromagnet)
- c) der Orts-Freiheitsgrad ist geordnet (nematischer Flüssigkristall)
- d) die Freiheitsgrade unabhängig voneinander geordnet (${}^3\text{He} - \text{A}$)
- e) die relative Ordnung beider Freiheitsgrade geordnet (${}^3\text{He} - \text{B}$)

Die Ordnungszustände in d) und e) bezeichnet man als “spontan gebrochene Spin-Bahn-Symmetrie”.

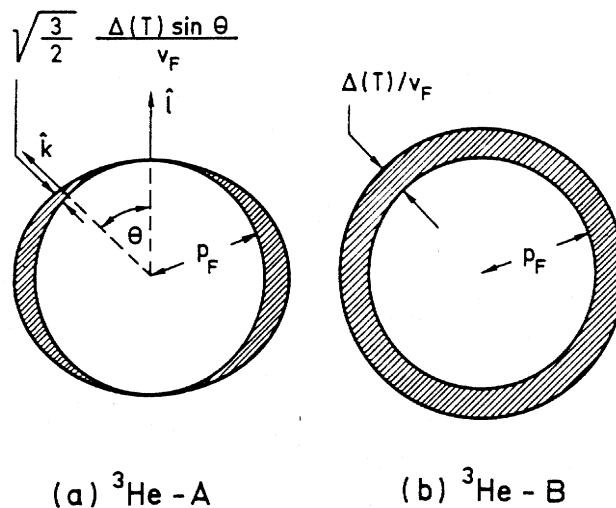
Eine weitere Symmetrie ist durch die Phase des Ordnungsparameters gegeben

→ insgesamt drei Symmetrien, die unabhängig voneinander oder relativ zu einander gebrochen sein können.

Neben der Struktur besitzt der Ordnungsparameter einen Betrag, der beschreibt, um wieviel die Energie in der neuen Phase abgesenkt ist. Diese Energie bezeichnet man als Energielücke $\Delta_{\hat{k}}(T)$.

Der Zustand ${}^3\text{He-B}$ hat keine Richtungsabhängigkeit des Impulses: $\Delta_{\hat{k}}(T) = \Delta(T)$, während sie im ${}^3\text{He-A}$ extrem ausgeprägt ist:

$$\Delta_{\hat{k}}(T) = \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta(T) \sin(\hat{k}, \hat{l})$$



7. ^3He – Der Quantenverstärker

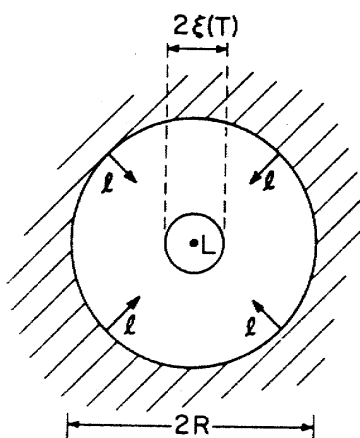
In der ^3He – A-Phase sind die Richtungen \hat{d} und \hat{l} separat langreichweitig geordnet. Die Ordnung erfolgt durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung der ^3He -Kernspins. Die Wechselwirkungsenergie entspricht etwa 10^{-7} K. Diese mikroskopische Energie wird durch die Quantenkohärenz auf makroskopische Ebene gehoben:

→ Quantenverstärkungseffekt.

Die Cooper-Paare können sich die relative Richtung der \hat{d} und \hat{l} Freiheitsgrade aussuchen, die die Dipol-Wechselwirkungsenergie minimalisiert.

In einem äußeren Magnetfeld ist \hat{d} senkrecht zu \vec{H} orientiert.

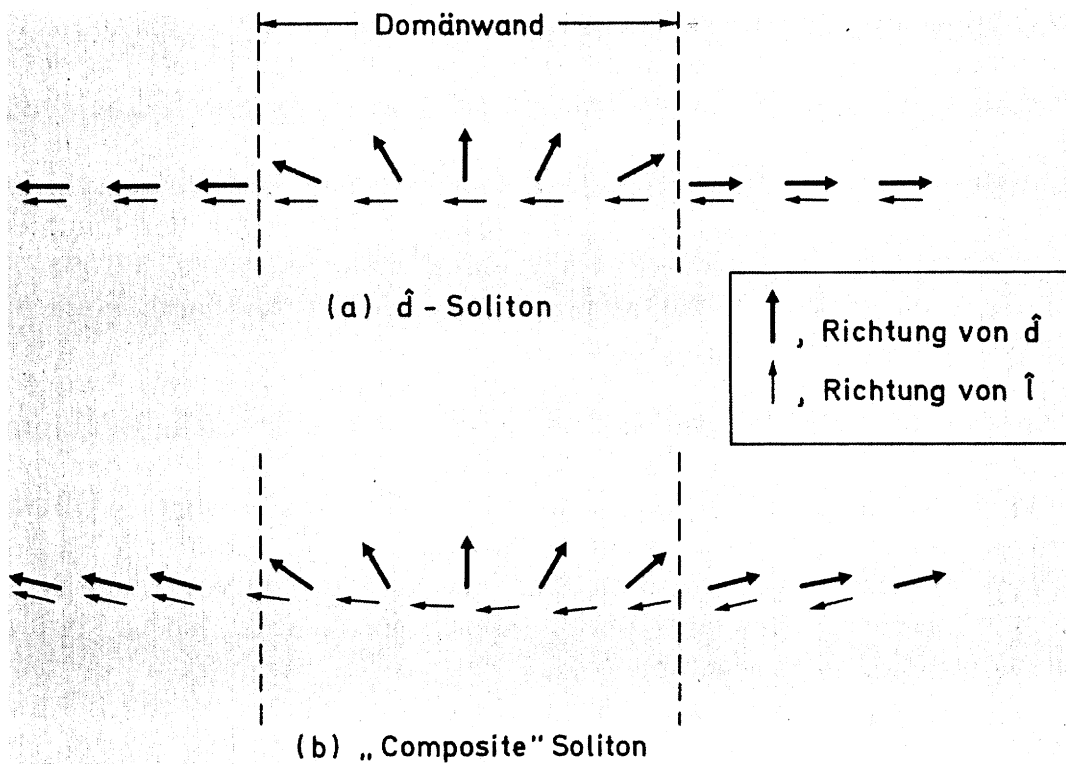
In der ^3He – A-Phase ist \hat{l} immer senkrecht zur Wand orientiert:

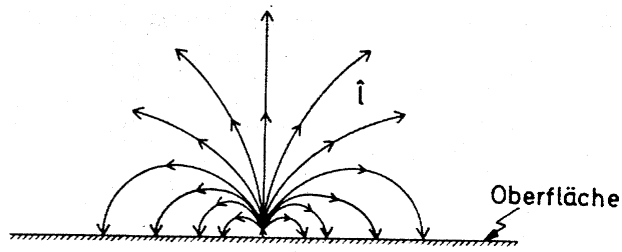


8. Texturen

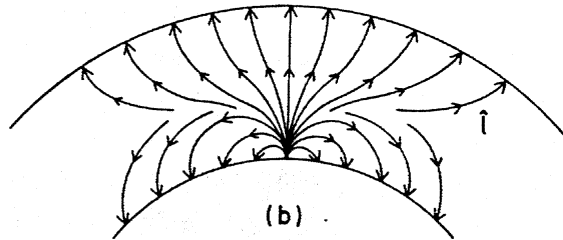
Wegen der langreichweitiger Ordnung der Anisotropierichtungen \hat{d} und \hat{l} bilden sich innere Richtungsfelder aus, die man als "Texturen" bezeichnet. Sie sind über das gesamte System ausgedehnt.

Die Bereiche mit unterschiedlicher Struktur sind durch eine "Domänenwand" getrennt. Den Übergangsbereich beschreibt man durch das Konzept des "Solitons" (mathematisch: räumlich lokalisierte Lösung einer nichtlinearen Bewegungsgleichung).

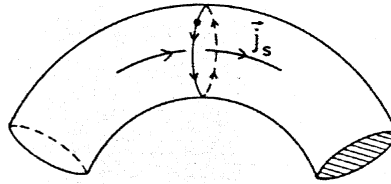




(a)



(b)



(c)

9. Literaturhinweise

- *D. Vollhard*, Pair Correlations in Superfluid Helium 3; cond-mat/9706100; to be published in: Pair Correlation in Many-Fermion-Systems, ed. V. Kresin (Plenum, New York)
- *D. Vollhard*, Suprafluides Helium-3: Die Superflüssigkeit, Phys. Bl. 39 (1983) Nr. 2, 5, 6