

Schwingungen, Hookesches Gesetz bei Federn und Gummibändern

Versuchsziele

- Messung des Weg-Zeit-Gesetzes der Schwingung von Federn und Gummibändern, Aufzeigen von Unterschieden.
- Bestimmung der Periodendauer
- Messung der Abhängigkeit der Rückstellkraft von der Auslenkung (Hookesches Gesetz)
- Bestimmung der Federkonstanten auf 2 verschiedene Weisen.

Rechnerinfo

Sensoren: Kraft (10 N)

Messmodi: zeitbasiert
Ereignisse mit Eingabe

weiteres: Anfitzen einer Geraden,

Physik- und Messinfo:

Harmonische Schwingungen (sinus- bzw. cosinusförmiges Weg-Zeit-Gesetz) liegen nur bei einer linearen Abhängigkeit der Rückstellkraft von der Auslenkung vor. Bei der Spiralfeder haben wir die lineare Abhängigkeit, denn hier gilt das Hookesche Gesetz:

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = -D \cdot s$$

Lösung dieser DGL ist eben Sinus oder Cosinus.

Bei Gummibändern ist die lineare Abhängigkeit der Rückstellkraft von der Auslenkung nicht gegeben – das Weg-Zeit-Gesetz weicht mehr oder weniger stark vom Sinusverlauf ab. Die Schwingung ist stark gedämpft.

Sowohl das Weg-Zeit-Gesetz der Schwingungen als auch die Abhängigkeit der Rückstellkraft von der Auslenkung lassen sich mit dem Kraftsensor messen. Periodendauer und Federkonstante können bestimmt werden.

1. Weg-Zeit-Gesetz der Schwingung

Versuchsaufbau und –durchführung:

Kraftsensor an Stativmaterial befestigen, mit lab-cradle und Rechner verbinden, Spiralfeder oder Gummiband mit Masse anhängen. Messzeiten müssen eventuell ausprobiert werden, insbesondere beim Gummiband wegen der starken Dämpfung.

Rechnereinstellungen (siehe auch Kurzbeschreibung):

Menu

1: Experiment

7: Erfassungsmodus
zeitbasiert

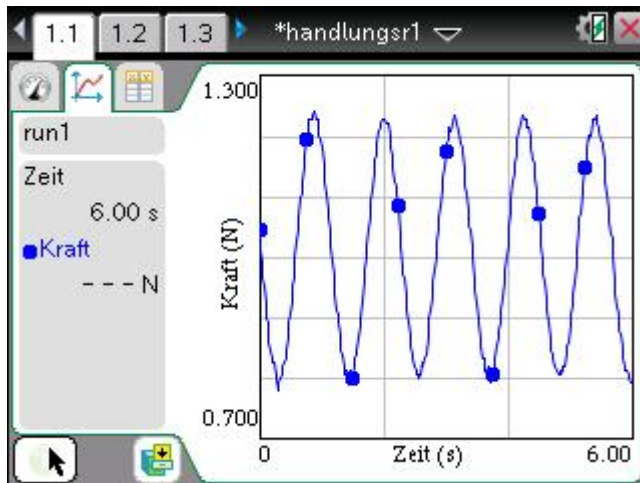
8: Erfassung einrichten

Messparameter: z. B. 50 Stichproben/s (oder 0.02 s / Stichprobe), ca. 6 s Messzeit bei der Feder, 3 s beim Gummiband

Messung

- Spiralfeder oder Gummiband in Schwingung versetzen
- Messung starten

Messbeispiel Spiralfeder:



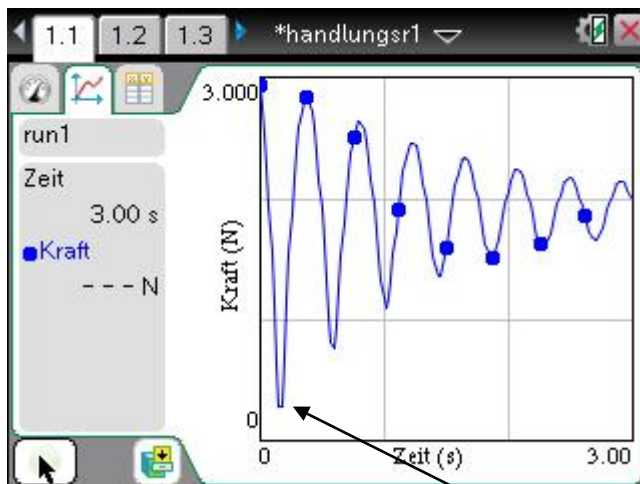
$m = 100\text{g}$

$\Delta t = 0.02\text{s} = 50$ Stichproben/s
6s Messzeit

Bestimmung der Periodendauer:

- Mauszeiger irgendwo in den Messkurvenbereich schieben, o. k. drücken
- Es erscheint eine gestrichelte senkrechte Linie, die mit den Pfeiltasten verschoben werden kann
- Im Display links werden die zur Position der Linie gehörenden Messwerte angezeigt
- Zeitlichen Abstand zwischen zwei oder mehreren Minima oder Maxima ablesen und Periodendauer bestimmen

Messbeispiel Gummiband:



Messung an einem Kor-
delgummiband,

$m = 200\text{g}$
 $\Delta t = 0.02\text{s}$
Messzeit 3 s

unten ruckartige Umkehr - kein Cosinus

Tip: Die Abweichung vom cosinusförmigen Verlauf lässt sich nicht für alle Gummibänder einfach erkennen (bei den „normalen roten Gummiringen“ häufig nicht). Hier muss man einfach etwas herumprobieren. Wegen der starken Dämpfung der Gummibandschwingung empfiehlt es sich auch, zunächst die Messung am Rechner zu starten und dann erst die ausgelenkte Masse loszulassen.

Anregung zu diesem Experiment: H.-J. Claas [12].

2. Abhängigkeit der Rückstellkraft von der Auslenkung – Hookesches Gesetz

Versuchsaufbau und –durchführung:

Kraftsensor an Stativmaterial befestigen, mit lab-cradle und Rechner verbinden, Spiralfeder oder Gummiband anhängen (keine Masse).

Lineal mit Klebeband am Kraftsensor befestigen oder Messlatte neben der Feder aufstellen. Feder in Schritten von z. B. 1 cm auslenken, Kraft messen, zugehörigen Auslenkungswert in Rechner eingeben.

Messung durchführen wie bei „Ereignisse mit Eingabe - Messung nicht-zeitabhängiger Größen“ beschrieben, dazu:

Menu:

1: Experiment

7: Erfassungsmodus

2: Ereignisse mit Eingabe

Im sich anschließend öffnenden Eingabefenster bei „Name:“ die Achsenbezeichnung für die x-Achse eingeben, also z. B. Auslenkung. Ruhig auch „Durchschnitt 10 s“ o. k. aktivieren – dann werden Kraftschwankungen beim Zittern der auslenkenden Hand „weg gemittelt“.

Anschließend muss noch die Gewichtskraft der Feder kompensiert werden:

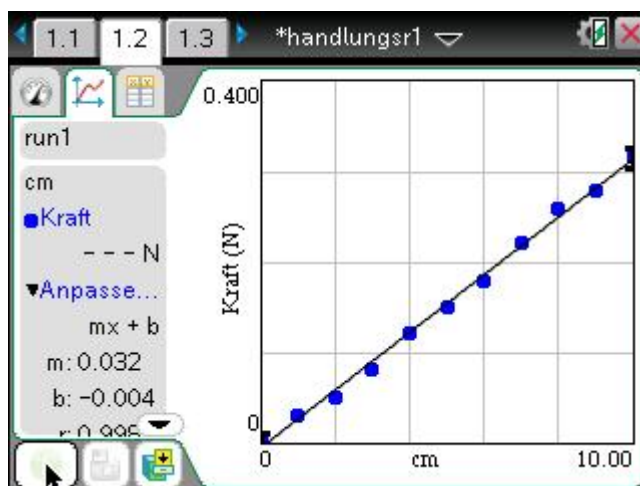
Menu:

- 1: Experiment
- 9: Sensoren einrichten
- 3: Null stellen

Messung wie gewohnt starten (grüner Pfeil unten links anklicken oder 1: Experiment, 2: Erfassung starten) und weiter vorgehen, wie in der Anleitung „Ereignisse mit Eingabe - Messung nicht-zeitabhängiger Größen“ beschrieben.

Tip: Messung zu zweit durchführen. Einer lenkt in 1 cm-Schritten aus und hält die Feder oder das Gummiband während der Messung auf der gewählten Auslenkung. Der andere bedient den Rechner.

Messbeispiel Spiralfeder:



Kraft in Abhängigkeit von der Auslenkung.

Eingezeichnet ist hier bereits die Ausgleichsgerade, deren Steigung $m = 0.032$ links im Fenster angezeigt ist. Die Federkonstante der verwendeten Feder beträgt also 3.2 N/m .

Die Gerade fittet man wie folgt an:

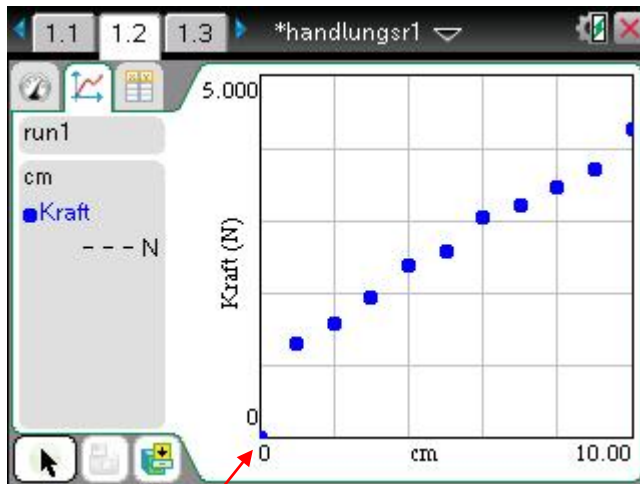
Anfitten einer Geraden:

Vorgehensweise wie bei „Analyse von Messkurven“ beschrieben:

Menu:

- 4: Analysieren
- 6: Kurvenanpassung
- 1: linear

Messbeispiel Gummiband:



Dass die Kraft hier nicht linear von der Auslenkung abhängt, sieht man insbesondere im Anfangsbereich sehr deutlich.

3. Bestimmung der Federkonstanten einer Spiralfeder

Die Federkonstante kann man auf 2 Arten bestimmen:

1. statisch: Nach dem Hookeschen Gesetz, also durch Auftragen von $F(s)$ und Bestimmung der Steigung der sich ergebenden Gerade (s. o).
2. dynamisch: Aufzeichnung der Schwingung, daraus Periodendauer bestimmen und daraus die Federkonstante. Es gilt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Für die oben dargestellte Messung an der Spiralfeder ergab sich:

zu 1. aus dem Kurven-Fit $y = mx + b$ erhält man $m = 0,032 \text{ N/cm} = 3,2 \text{ N/m}$
($b = -0,004 \approx 0$)

Also:

$$\mathbf{D = 3,2 \text{ N/m}}$$

zu 2. Bei der dargestellten Messung ergibt sich eine durchschnittliche Periodendauer von $T = 1,17 \text{ s}$

Mit $m = 100\text{g}$ erhält man so eine Federkonstante von:

$$\mathbf{D = 2,88 \text{ N/m}}$$

Der mit der dynamischen Methode ermittelte Wert ist etwas kleiner als der mit der statischen Methode gemessene. Das liegt daran, dass die Formel für die Periodendauer für einen Massepunkt an masseloser Feder gilt. Tatsächlich hat die Feder natürlich eine Masse. Das führt dazu, dass die Masse des unteren Federteils zur Auslenkung des darüber liegenden Teils beiträgt – die tatsächlich schwingende Masse ist also größer als die des schwingenden Massestücks. Die Federkonstante ist bei der dynamischen Methode also etwas zu klein, wenn man die Masse der Feder nicht berücksichtigt.