

# Feuerräder, Zebrastrreifen und Lawinen - Experimente mit granularer Materie -

Bärbel Fromme

Institut für Angewandte Physik, Lehrerausbildung, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf,  
Universitätsstr. 1, 40225 Düsseldorf\*

## Kurzfassung

Granulate, als Konglomerate einer großen Anzahl makroskopischer, jedoch relativ kleiner Teilchen, sind mit den Gesetzen der klassischen Mechanik beschreibbar. Ihr Verhalten wird wesentlich durch Reibung und Dämpfung bei der Bewegung der Teilchen bestimmt. Trotzdem zeigen Granulate eine große Palette faszinierender, auf den ersten Blick kaum vorhersehbarer Effekte: Granulate zerstören zum Beispiel Silos und bringen Schiffe zum Kentern; Granulatmischungen entmischen sich ständig, wobei die Teilchengröße und -form eine wesentliche Rolle spielt. Die in den Granulaten ablaufenden Prozesse bestimmen das Verhalten von Lawinen und Dünen und sind vermutlich auch für die Entstehung von Planeten von Bedeutung. Die Physik der Granulate wird im folgenden an Hand einfacher Demonstrationsversuche kurz dargestellt.

## 1. Einführung

Granulate sind uns aus dem täglichen Leben vertraut: viele unserer Lebensmittel - wie Zucker, Salz, Mohn, Trockenerbsen usw. - bestehen aus granularer Materie. Als Kinder haben wir alle im Sand gespielt und laufen auch heute noch gerne am Strand und in den angrenzenden Dünen auf ihm herum. Granulate spielen eine große Rolle in der Industrie, insbesondere in der chemischen und pharmazeutischen, aber auch auf dem Bau und in der Landwirtschaft: egal ob CDs, Tabletten oder Düngemittel hergestellt werden, ob ein Haus gebaut oder eine Saat ausgebracht wird - überall werden Schüttgüter, also Pulver und Granulate - transportiert, gelagert, gemischt und dosiert. Bei allen diesen Prozessen können Probleme, ja sogar Katastrophen auftreten, die durch die „besondere Physik“ der granularen Materie hervorgerufen werden: Trichter und Auslassöffnungen verstopfen, Mischungen von Granulaten entmischen sich. Silos, also Lagerbehälter für Granulate, können - bevorzugt während ihrer Entleerung - plötzlich bersten und zwar nicht am Boden, wo man intuitiv den größten Druck erwarten würde, sondern an gänzlich unvermuteter Stelle (Abb. 1). Auch der Untergang des Segelschiffs Pamir, bei dem im September 1957 ca. 80 Menschen ums Leben kamen, wurde durch das besondere Verhalten des Granulats im Laderaum hervorgerufen (siehe 2.2). Zum Verständnis und zur Vermeidung solcher Unglücks- und auch Störfälle (man schätzt, dass Industrieanlagen, die Granulate verarbeiten, bei Vermeidung granulatbedingter Probleme um bis zu 40% effektiver arbeiten könnten [2]) ist die Kenntnis der Physik der Granulate von großer Bedeutung. Aber nicht nur für die industrielle Nutzung, sondern auch zum Verständnis geologischer und astrophysikalischer Sachverhalte ist die Physik der Granulate

wichtig: mit ihrer Hilfe lässt sich zum Beispiel die Entstehung von Dünen und Planeten und auch das Verhalten von Lawinen verstehen.



Abb. 1: „Silobeben“: Granulatgefüllte Silos können an unvermuteter Stelle plötzlich auseinander brechen (Foto aus [1]).

Obwohl sich die Granulate mit den Gesetzen der klassischen Mechanik beschreiben lassen, „boomt“ das Gebiet der Granulatphysik erst in den letzten 10 - 15 Jahren. Das hängt damit zusammen, dass Granulate aus einer sehr großen Anzahl von Teilchen bestehen. Mit großen Teilchenzahlen hat man es in der Physik fast immer zu tun. Aber anders als zum Beispiel bei Kristallen, bei denen auf Grund der regelmäßigen Anordnung häufig nur Rechnungen für die Atome einer oder weniger Einheitszellen nötig sind, um die physikalischen Eigenschaften verstehen oder vorhersagen zu können, hat man es hier mit einer unregelmäßigen Anordnung der gro-

ßen Zahl von Teilchen zu tun. Hinzu kommt noch, dass auf Grund der relativ großen Masse der Granulatteilchen (anders als bei Gasen) die thermische Bewegung keine Rolle spielt. Als Konsequenz daraus gibt es für viele physikalische Größen - wie zum Beispiel Druck und Teilchendichte - keine für das gesamte Granulat gültigen Mittelwerte [8]. Diese Größen können lokal stark variieren (siehe auch Abschnitt 4) und es müssen detaillierte Rechnungen mit vielen Teilchen gemacht werden, um sie lokal bestimmen zu können. Zur Berechnung des Granulatverhaltens sind daher leistungsstarke Rechner erforderlich, die erst seit einigen Jahren zur Verfügung stehen.

Das in den letzten Jahren stark gewachsene Interesse an der Physik der Granulate zeigt sich zum einen in einer größeren Anzahl von - zum Teil populärwissenschaftlichen - Übersichtsartikeln (siehe zum Beispiel [2 - 8]), zum anderen in der Tatsache, dass zumindest Teilaspekte der Granulatphysik Aufnahme in den Lehrplan für die Sekundarstufe II (Bereich „Nichtlinearität und Chaos“) [9] und damit auch in die Schulbücher gefunden haben [10]. Auch die Physikdidaktik hat sich in den letzten Jahren ausführlich mit der Physik granularer Materie beschäftigt (siehe zum Beispiel [11-15]).

## 2. Physik der Granulate

### 2.1 Energiedissipation

Granulate bestehen i. a. zwar aus relativ kleinen, jedoch makroskopischen Teilchen. Sie unterliegen daher den Gesetzen der klassischen Mechanik. Bestimmend für die Bewegung der Teilchen und damit für das Verhalten des Granulats ist im wesentlichen die Elastizität der Teilchen und die Reibung der Teilchen untereinander und mit den Behälterwänden. Außerdem unterliegen die Teilchen natürlich der Gravitation. Hinzukommen können noch weitere äußere Kräfte, zum Beispiel durch Vibration des Behälterbodens. Stoßen zwei Granulatteilchen zusammen, so verformen sie sich und es wirkt eine Rückstellkraft. Allerdings ist der Stoß nicht vollkommen elastisch. Es findet eine Reibung in Stoßrichtung - also eine Dämpfung - statt. Ist der Stoß nicht zentral, schleifen die Teilchen während des Stoßes aneinander vorbei, so dass zusätzliche Scherreibungskräfte ins Spiel kommen. Bei Computersimulationen, mit denen die Bewegung granularer Materie i. a. recht gut wiedergegeben wird, werden häufig Molekulardynamik-Rechnungen durchgeführt (siehe zum Beispiel [16-19]): die Bewegungsgleichungen für eine große Anzahl von Teilchen (Größenordnung  $10^4$ ) werden gelöst und die Bewegungen der Teilchen über einen Zeitraum von mehreren Minuten berechnet, wobei bei Stößen die oben genannten Kräfte berücksichtigt werden. Neben der translatorischen Bewegung der Teilchen findet oft auch die Möglichkeit der Rotation Berücksichtigung. Die Wände des Behälters werden häufig aus Granulatteilchen aufgebaut angenommen - Young-

Modul sowie Reibungs- und Dämpfungskoeffizienten sind dann für Teilchen-Teilchen- und Teilchen-Wand-Stöße identisch.

Die Reibung und Dämpfung spielt eine zentrale Rolle für das Verhalten granularer Materie, denn sie führt zur Energiedissipation, also zur „Zerstreuung, Zerteilung, Übergang einer umwandelbaren Energieform in Wärmeenergie“ [20]. Setzt man ein Granulat in Bewegung, sorgt also dafür, dass das Granulat eine kinetische Energie erhält, und lässt es dann auf einen festen Körper auftreffen, so geht die kinetische Energie praktisch sofort verloren. Das Granulat ruht. Bedingt durch die Reibung und Dämpfung der Granulatteilchen wird die kinetische Energie des Granulates in Vielfachstößen der Teilchen lokal in Wärme umgewandelt. Das passiert auch, wenn es sich um ein Granulat aus relativ hoch elastischen Teilchen, wie Glas- oder Stahlkugeln handelt, wie sich in einem einfachen Experiment demonstrieren lässt. Der Stoß einer einzelnen Kugel ist relativ elastisch: lässt man sie auf eine Tischplatte fallen, hüpft sie mehrere Male hoch. Ein Netz mit vielen Kugeln bleibt nach dem Stoß mit der Tischplatte jedoch sofort liegen. Es hat eine vollständige Energiedissipation stattgefunden. Die Energiedissipation ist übrigens der Grund dafür, warum Granulate häufig zur Verpackung eingesetzt werden und warum beim Boxtraining Sandsäcke benutzt werden.

Die Energiedissipation führt u. a. zu einem verblüffenden, auf den ersten Blick nicht vorhersehbaren Versuchsergebnis, das sich sehr einfach mit Hilfe des häufig in Sammlungen von Schulen oder Universitäten vorhandenen Gerätes zur Demonstration der kinetischen Gastheorie zeigen lässt, wie Schlichting und Nordmeier beschrieben haben [11]. Im Modellversuch für die kinetische Gastheorie werden die Gasteilchen durch ein Granulat aus kleinen Glas- oder Stahlkugeln simuliert. Die ungeordnete thermische Bewegung wird durch Vibration des Behälterbodens erzeugt. Beim Einsatz des Gerätes im Rahmen der kinetischen Gastheorie wird natürlich vorausgesetzt, dass die Teilchen - wie die Teilchen des idealen Gases - vollkommen elastisch stoßen. Tatsächlich hat man es aber mit einem Granulat und daher mit Energiedissipation zu tun, deren Auswirkung nach einer geringfügigen Änderung der Versuchsbedingungen sichtbar wird. Dazu teilt man das Gerät durch einen auf die Bodenplatte montierten ca. 2 cm hohen Steg, so dass in Bodennähe zwei gleichgroße Kammern entstehen (Abb. 2). Die Kammern füllt man etwa gleich hoch mit Kugeln. Anschließend lässt man die Bodenplatte vibrieren, aber nur so stark, dass die Sprunghöhe der Teilchen in der Größenordnung der Trennwandhöhe liegt. Das Granulat gleicht dann zunächst in beiden Kammern einer brodelnden Flüssigkeit. Nach ganz kurzer Zeit haben sich jedoch alle Kugeln in einer Kammer versammelt, die andere ist vollständig entleert. Einige Momentaufnahmen dieses Prozesses zeigt Abb. 2. Die Granulatteilchen zeigen hier ein kollektives

Verhalten („Selbstorganisation“), das bei wirklichen Gasen oder Flüssigkeiten so natürlich nicht vorkommt.



Abb. 2: Momentaufnahmen der Auswirkung der Energiedissipation im nur wenig modifizierten Modellversuch zur kinetischen Gastheorie: die Kugeln versammeln sich alle in einer der beiden Kammern.

Der Selbstorganisationsprozess der Granulatteilchen läuft folgendermaßen ab (Abb. 3) [11]: die Vibration der Bodenplatte setzt die Teilchen der untersten Schicht in Bewegung. Die Teilchen in dieser Schicht erhalten dadurch eine kinetische Energie. Sie stoßen

jedoch praktisch sofort mit Teilchen der darüber liegenden Schicht, diese stoßen wiederum mit noch darüber liegenden Teilchen usw. - bei jedem Stoß wird durch die Energiedissipation ein Teil der Bewegungsenergie in Wärme umgewandelt. Die Teilchen der obersten Schicht werden schließlich in Form eines schiefen Wurfes aus der Granulatoberfläche herausgeschleudert. Wie hoch sie dabei kommen hängt davon ab, wie viel der ursprünglichen, durch die vibrierende Bodenplatte übertragenen Bewegungsenergie noch vorhanden ist. Damit hängt die Sprunghöhe der Teilchen von der Dämpfung ab und damit natürlich von der Teilchenanzahl in einer Kammer. Sind in einer der Kammern viele Teilchen, gibt es viele inelastische Stöße. Die Sprunghöhe wird gering und die Teilchen können die Barriere nicht mehr überspringen. Teilchen, die einmal in einer volleren Kammer gelandet sind, kommen nicht mehr heraus. In einer Kammer mit geringer Teilchenzahl gibt es wenig Stöße der Teilchen untereinander und damit wenig Dämpfung - die Sprunghöhe ist hoch und immer mehr Teilchen können die Barriere zur Nachbarkammer überspringen. Die Teilchenzahl erhöht sich hier weiter. Schließlich sind alle Teilchen in einer Kammer versammelt. Die unterschiedlichen Sprunghöhen in der vollen und der geleerten Kammer sind im Experiment und auch im unteren Foto der Abb. 2 deutlich sichtbar.

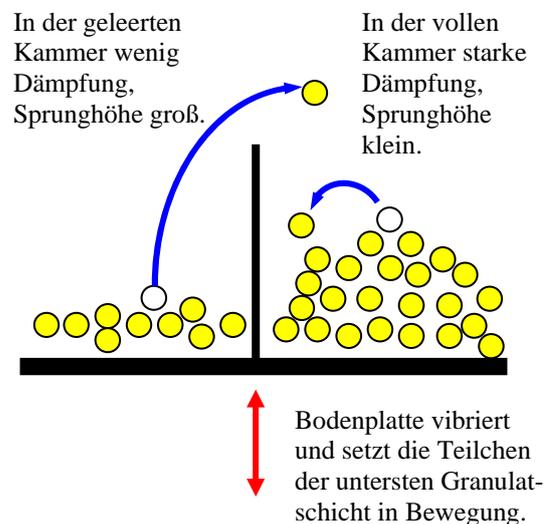


Abb. 3: Illustration der im modifizierten Modellversuch zur kinetischen Gastheorie ablaufenden Prozesse.

Bei anfänglich gleicher Teilchenzahl in den beiden Kammern kommt der Prozess dadurch in Gang, dass ein Teilchen zufällig über die Barriere in die andere Kammer springt (die Vibration der Bodenplatte wird

ja so eingestellt, dass die anfängliche Sprunghöhe der Teilchen der Trennwandhöhe entspricht) und dort die Teilchenzahl erhöht. Dieser zufällige Symmetriebruch am Anfang führt dann in Verbindung mit der Energiedissipation zu einem irreversiblen Prozess bzw. zur Selbstorganisation und Strukturbildung.

Dass die eben gegebene phänomenologische Erklärung des Versuchsergebnisses richtig ist, wurde auch durch eine Molekulardynamik-Computersimulation gezeigt [21]. Bei dieser Simulation vibrierte der Behälterboden mit einer Frequenz von 100 Hz und einer Amplitude von einem Teilchendurchmesser. Die Bewegungsgleichungen der Teilchen (in diesem Fall Polygone) wurden unter Berücksichtigung von Elastizität, Reibung und Dämpfung sowie der Rotation gelöst. Die Teilchen haben eine konstante Dichte, jedoch leicht unterschiedliche Größe (daher Masseunterschiede von bis zu 8%) [22]. Auch in der Computersimulation sieht man - wie im Realexperiment - dass die Sprunghöhe in der gefüllten Kammer sehr gering ist. Teilchen in der sich leerenden Kammer erreichen nach Berührung der Bodenplatte bzw. der Behälterwände sehr große Sprunghöhen und werden zum Teil mehrfach an den Wänden reflektiert bis sie in die vollere Kammer fallen. Wenn sie dort die dicke Granulatschicht erreichen, verlieren sie ihre kinetische Energie praktisch sofort, bleiben also auf Grund der Dämpfung bzw. Energiedissipation direkt liegen.

Experiment und Computersimulation zeigen also, dass Granularteilchen dazu neigen, sich zusammen zu finden: wo viel Granulat ist, kommt auf Grund der Energiedissipation noch mehr dazu. Solche Prozesse spielen auch bei der Planetenentstehung eine Rolle. Wenn sich in einer Staubscheibe um einen jungen Stern irgendwo zufällig ein paar Teilchen zusammengeklumpt haben, sammelt sich dort immer mehr Materie an und ein Planet kann entstehen. Auch bei geologischen Prozessen spielt die Ansammlung von Materie auf Grund der Energiedissipation eine Rolle, zum Beispiel bei der Dünenbildung. Hat der Wind irgendwo erst einmal einen kleinen Sandhaufen zusammengetragen, wird sich dort immer mehr Sand anhäufen, da die kinetische Energie der neu auftreffenden Teilchen sofort in Wärme umgewandelt wird: die Teilchen bleiben liegen, der Sandhaufen wächst.

## 2.2 Ruhewinkel

Granulate lassen sich zu relativ festen Haufen aufschütten. Dabei stellt sich automatisch ein konstanter Böschungswinkel ein, der „Ruhewinkel“. Der Ruhewinkel wird durch Reibung bestimmt und ist daher materialabhängig. Insbesondere hängt er daher natürlich von der Teilchenform und -größe ab. Er ist für glatte Teilchen kleiner als für kantige (Abb. 4). Glatte Teilchen rutschen leichter ab, ein Haufen aus solchen Teilchen wird flacher.

Die automatische Einstellung des Ruhewinkels kann man im Experiment sehr schön beobachten. Dazu baut man mit Hilfe zweier Plexiglasplatten (ca. 20 cm x 30 cm) einen schmalen, oben offenen Kasten (Plattenabstand ca. 0.5 cm). Dieser Kasten wird auch für weitere Experimente (3.1) benötigt. Schüttet man in eine Ecke des Kastens vorsichtig und gleichmäßig Sand (am besten farbigen Dekosand), so bildet sich ein Sandhaufen, dessen Böschungswinkel immer - auch während der Bildung des Haufens - konstant bleibt. Sehr schön kann man in diesem Experiment auch das eigentümliche Fließverhalten von Granulaten beobachten, auf das in Abschnitt 2.3 noch näher eingegangen wird: anders als bei Flüssigkeiten findet bei Granulaten der Fluss nur lawinenartig an der Oberfläche statt; das Volumen bleibt in Ruhe.

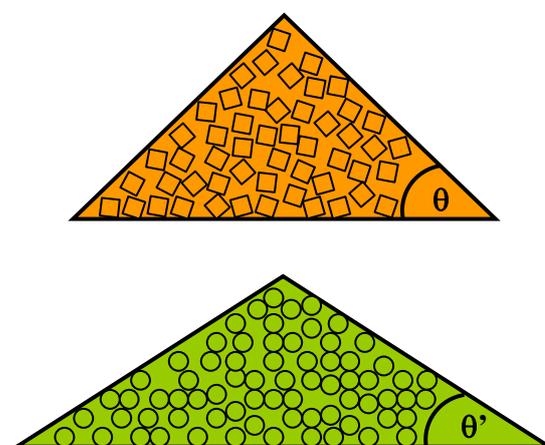


Abb. 4: Der Ruhewinkel ist materialabhängig und für kantige Teilchen größer als für glatte.

Die Herkunft der Bezeichnung „Ruhewinkel“ lässt sich einfach nach Nivellierung des Sandes im Kasten zeigen: kippt man ein flach liegendes Granulat an, so bleibt es zunächst in Ruhe. Erst nach Überschreitung des Ruhewinkels kommt es in Bewegung. Das Kippen eines Granulats und die plötzlich einsetzende Fließbewegung bei Überschreitung des Ruhewinkels war die Ursache für den Untergang des Segelschiffes Pamir. Die Pamir hatte Getreide geladen und zwar nicht in Säcken, sondern frei im Laderaum liegend. Getreidekörner sind ziemlich glatt, der Ruhewinkel ist daher relativ klein (Abb. 4). Das Schiff geriet in einen schweren Orkan und bekam Schlagseite - der Boden mit der Ladung stand daher schief. Eine kleine weitere Anhebung auf einer Seite des Schiffes führte dann zur Überschreitung des Ruhewinkels. Das Getreide kam in Fluss und brachte das Schiff in so kurzer Zeit zum Kentern, dass sich nur 6 der mehr als 80 Besatzungsmitglieder retten konnten.

Die Nicht-Beachtung des Ruhewinkels führt in industriellen Produktionsanlagen in der Regel nicht zu solch gravierenden Katastrophen wie im Fall der Pamir, kann aber die Funktionstüchtigkeit einer Anlage stark beeinträchtigen: passt zum Beispiel der Böschungswinkel des Entleerungstrichters eines Silos nicht zum Ruhewinkel des darin befindlichen Schüttgutes, so fließt das Material nur unvollständig ab und die Teilchen können sich in der Auslassöffnung sogar so verkeilen, dass die Öffnung verstopft („Brückenbildung“, siehe auch Abschnitt 4). Auch hierzu gibt es Computersimulationen im Internet [23].

### 2.3 „Seltsamer“ Aggregatzustand

Wie bereits in 2.1. angemerkt, sind Granulate und ihr Verhalten im Rahmen der klassischen Mechanik beschreibbar. Trotzdem verhalten sie sich oft ganz anders als „normale“ feste, flüssige oder gasförmige Materie. Im Modellversuch zur kinetischen Gastheorie (2.1) zum Beispiel wird ausgenutzt, dass sich Granulate wie ein ideales Gas verhalten können: die Granulateilchen führen eine ungeordnete „thermische“ Bewegung aus, die Geschwindigkeiten sind maxwellverteilt etc. - vorausgesetzt es wird genügend kinetische Energie durch Vibration der Bodenplatte zugeführt, um die Energiedissipation auszugleichen. Ändert man die Versuchsbedingungen jedoch geringfügig, indem man die Energiezufuhr herabsetzt, so dass das Granulat anfänglich eher einer heißen Flüssigkeit gleicht (Teilchen in Bewegung, aber Sprunghöhe der Teilchen aus der Granulatoberfläche nur gering), so verhält sich das Granulat weder wie eine Flüssigkeit noch wie ein Gas: die Granulateilchen versammeln sich alle in einer Kammer, wenn eine Trennwand eingefügt wurde. Granulate kann man auch zu festen Haufen aufschütten. Diese sind ziemlich stabil und verhalten sich ähnlich wie ein fester Körper - man kann sogar auf ihnen herumlaufen. Sie können aber auch anfangen zu fließen, nämlich dann, wenn der Ruhewinkel überschritten wird (2.2). Ein fester Körper käme dann allenfalls ins Rutschen. Aber: ein Granulat fließt ganz anders als eine Flüssigkeit. Der Fluss findet nur lawinenartig an der Oberfläche statt, wie in Abb. 5 illustriert und im vorab beschriebenen Experiment (2.2) sichtbar. Das Verhalten von Granulaten lässt sich daher insgesamt nur schwer im Rahmen der 3 Aggregatzustände beschreiben. Man ist schon fast geneigt, den Granulaten einen „vierten“ Aggregatzustand zuzuordnen [2, 6].

Unter bestimmten Bedingungen können Granulate auch vollständig verflüssigt werden, d. h. ein Fluss findet nicht nur an der Oberfläche statt, sondern das Granulat fließt im Ganzen. Aber auch in diesem Fall verhält sich die „granulare Flüssigkeit“ ganz anders als eine Newtonsche Flüssigkeit, denn jede Bewegung, also jedes Fließen sowie jede Deformation eines Granulats erfordert eine Volumenvergrößerung bzw. Dichteverringern. Das hängt sowohl

mit der dichten Packung der Granulate als auch wiederum mit der Energiedissipation zusammen. Die mittlere freie Weglänge der Teilchen ist klein. Bei Bewegung des Granulats treten häufige Stöße auf. Die dabei auftretende Energiedissipation bringt die Bewegung schnell zum Erliegen. Erst wenn die Dichte einen kritischen Wert (die sogenannte „Reynoldsdichte“) unterschritten hat, werden Granulate beweglich bzw. flüssig [3]. Um den flüssigen Zustand zu erreichen und zu erhalten, muss auf Grund der Energiedissipation ständig Energie zugeführt werden

Dass eine starke Energiezufuhr Granulate wirklich vollständig verflüssigen kann, hat sich 1989 bei einem Erdbeben in San Francisco auf katastrophale Weise gezeigt. Dort haben die bei Erdstößen auftretenden Vibrationen Sand so stark verflüssigt, dass Häuser wie in einer Flüssigkeit versunken sind [2].

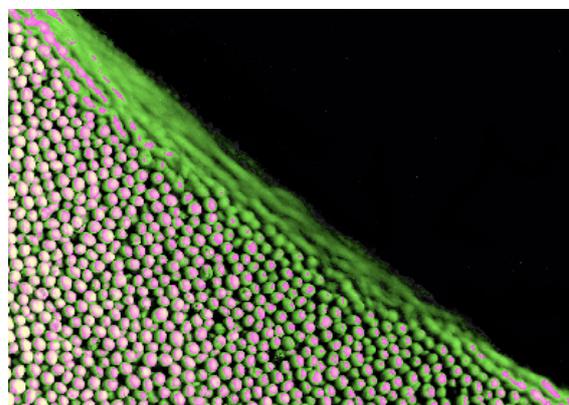


Abb. 5: Fluss von Granulaten findet lawinenartig an der Oberfläche statt. Hier ist ein farblich animiertes Granulat aus Senfkörnern dargestellt (aus [24, 2, 6]).

Die kritische Dichte wird Reynolds-Dichte genannt, da Reynolds bereits 1885 gezeigt hat, dass die Verformung eines Granulats immer mit einer Volumenvergrößerung einhergeht [25]. Das klassische Experiment von Reynolds wird in der Literatur häufig beschrieben (siehe zum Beispiel [3, 5]): in eine mit einem Sand-Wassergemisch gefüllte Spritzflasche (oder Gummibalg) wird ein Glasröhrchen (Innendurchmesser etwa 1.5 mm) eingesetzt. Das Wasser steigt dann etwas im Glasröhrchen hoch (Abb. 6a). Drückt man die Spritzflasche nun etwas zusammen, so spritzt das Wasser nicht wie erwartet aus dem Glasröhrchen heraus, sondern der Wasserspiegel sinkt (Abb. 6b). Das hängt damit zusammen, dass das Volumen des Granulats bei der Deformation vergrößert wird. Dabei werden Hohlräume, in die das Wasser auf Grund seiner Oberflächenspannung zunächst nicht eindringen konnte, größer. Das Wasser kann nun eindringen, der Wasserspiegel im Röhrchen sinkt.

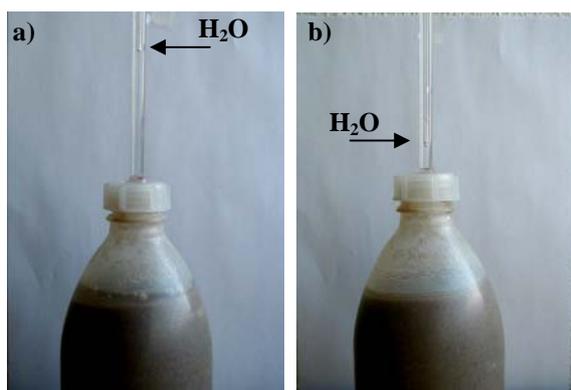


Abb. 6: Experiment von Reynolds. In der Spritzflasche befindet sich ein Sand-Wassergemisch. Beim Zusammenpressen der Flasche (b) sinkt der Wasserspiegel im Glasröhrchen, da sich das Sandvolumen und damit die Hohlräume vergrößern. Das Wasser kann in die vergrößerten Hohlräume eindringen.

Dieser Effekt ist übrigens jedem bekannt, der am Meer schon einmal seine Fußabdrücke in feuchtem Sand hinterlassen hat. Bei der Deformation des Sandes durch Drauftreten wird rings um den Fuß das Sandvolumen vergrößert. Das Wasser versickert in den größeren Hohlräumen - rund um den Fuß wird der Sand an der Oberfläche trockener (Abb. 7).



Abb. 7: Fußabdruck in nassem Sand.

Damit das Experiment von Reynolds gelingt, sollte man den Sand lose in die Spritzflasche einfüllen und die Flasche anschließend mit Wasser auffüllen. Dann muss man abwarten, bis sich Sand und Wasser durchmischt haben - dabei Flasche höchstens leicht kneten oder kippen (eventuell noch mal Wasser und auch Sand nachfüllen). Die Kapillare höchstens bis auf ca.  $1/3 - 1/2$  des Sand-Wassergemisches einführen. Um den Wasserstand in der Kapillare zum Sinken zu bringen, sollte man die Flasche im unteren Teil vorsichtig, aber kräftig zusammendrücken. Manchmal steigt der Wasserstand während des Zusammendrückens an, sinkt dann aber sofort nach

Loslassen der Flasche. Das Experiment bedarf der Übung und gelingt häufig erst, wenn das Sand-Wassergemisch einige Stunden gestanden hat. Mit einer Flaschenfüllung kann man es einige Male durchführen - danach ist der Sand vollständig durchfeuchtet.

### 3. Entmischungsvorgänge

#### 3.0 Einleitung

Nimmt man einen Behälter, der durch eine Trennwand in zwei Teile geteilt ist, füllt in jeden Teil ein Gas und zieht die Trennwand heraus, so durchmischen sich die Gase irreversibel durch Diffusion. Als Illustration für einen solchen irreversiblen Mischungsprozess wird in den älteren Ausgaben des Physik-Lehrbuches von Gerthsen, Kneser und Vogel [26] ausgerechnet ein Granulatgemisch angegeben: „Man fülle eine Schachtel knapp zur Hälfte mit schwarzem Sand und schichte darüber ebensoviel weißen Sand. Wenn man die Schachtel schüttelt, ist das Ergebnis klar: grauer Sand. Nie wieder wird sich der ursprüngliche Ordnungszustand der regelmäßigen Schichtung von selbst herstellen. Der Übergang von Ordnung zu Unordnung, bewirkt durch Mischen, ist der typische irreversible Prozess.“ Tatsächlich sind Granulate ein sehr schlechtes Beispiel für die Entstehung von Unordnung durch Mischen. Granulatgemische neigen nämlich dazu, sich auf vielfältige Art und Weise wieder zu entmischen, wie man in einfachen Experimenten zeigen kann.

#### 3.1. Zebrastrreifen

Schüttet man eine Mischung aus gleichen Volumenteilen von großen, kantigen Partikeln (zum Beispiel braunen Rohrzucker, der aus würfelförmigen Kristallen besteht) und kleinen, glatten Partikeln (zum Beispiel feinen Quarzsand) vorsichtig in einen Plexiglastasten (Plattengröße 20 cm x 30 cm, Plattenabstand 0.5 cm, siehe 2.2), so erhält man eine Entmischung des Granulats. Es bildet sich ein Zebrastrifenmuster, bei dem sich Rohrzucker- und Sandstreifen abwechseln (Abb. 8).

Schaut man sich den Entstehungsprozess des Zebrastrifenmusters genauer an, so ergibt sich folgendes Bild: nach einer gewissen Anfangsphase, die gleich noch näher betrachtet wird, setzt spontan die Zebrastrifenbildung ein. Die Streifenbildung wird eingeleitet durch eine Lawine, die den Abhang hinunterstürzt. Der lawinenartige Fluss verschwindet plötzlich und man beobachtet, wie von unten - entgegen der ursprünglichen Flussrichtung - ein Streifen nach oben wächst. Der Streifen besteht aus einer Doppel-lage Sand und Zucker (Zucker- und Sandstreifen entstehen nicht einzeln), wobei der aus kantigen Teilchen bestehende Zucker immer die Abschluss-lage bildet. Ist die Bildung eines Doppelstreifens abgeschlossen und rieselt auch weiterhin Granulat auf den Abhang, kommt es erneut zu einer Lawine, was dann wieder eine Streifenbildung nach sich zieht.



Abb. 8: „Zebrastrifen“. Entmischung eines Granulatgemischs aus großen, kantigen Teilchen (brauner Rohrzucker) und kleinen, glatten Teilchen (Quarzsand) in einem Plexiglkasten mit 0.5 cm Plattenabstand.

Im Anfangsbereich, in dem die Streifenbildung auf dem bis dahin eher kurzen Abhang noch nicht eingesetzt hat, deutet sich auch bereits eine Entmischung an, nämlich eine Größensegregation (Abb. 8, links): die großen braunen Zuckerpartikel haben sich vermehrt unten am Rand des Abhangs angesammelt, während die kleinen Sandpartikel weiter oben liegen geblieben sind. Dieser Trend setzt sich in den Bereich fort, in dem die Zebrastrifenbildung vorliegt. Hier hat man am unteren Rand einen Saum großer Zuckerkristalle, während die Sandteilchen vermehrt am senkrechten linken Rand des Plexiglkastens verblieben sind.

Ursache für das Entmischungsphänomen sind unterschiedliche Ruhewinkel (2.2) der im Granulatgemisch vorkommenden Teilchensorten, wie sowohl Computersimulationen (zum Beispiel Zellularautomaten-Modelle) als auch Experimente gezeigt haben [27-32]. Die Ruhewinkel sind ja materialabhängig und hängen sehr stark von Form und Größe der Teilchengröße ab (2.2). Sei zunächst nur die Teilchengröße betrachtet: eine Oberfläche, die aus kleinen Teilchen besteht, ist für große Teilchen generell relativ glatt - sie rutschen leicht ab. Der Ruhewinkel für große Teilchen, die sich auf einer Oberfläche kleiner Teilchen befinden, ist daher klein (Abb. 9a). Umgekehrt wirkt eine Oberfläche aus großen Teilchen für kleine Teilchen sehr rau (Abb. 9b). Die kleinen Teilchen können in den für sie groß wirkenden Unebenheiten der Oberfläche leicht hängen bleiben. Um sie ins Rutschen zu bringen, muss man das Granulat stark ankippen, d.h. der Ruhewinkel ist groß. Große Teilchen neigen also viel eher dazu, einen Abhang hinunterzurutschen (kleiner Ruhewinkel) als kleine Teilchen. Das sieht man auch im Experiment (Abb. 8): die großen Teilchen haben sich - abgesehen von den Streifen - im unteren Teil des Abhangs versammelt.

Sei nun die unterschiedliche Form der Teilchen betrachtet. Es ist klar, dass runde, glatte Teilchen eine relativ glatte Oberfläche bilden, auf der ebensolche Teilchen leicht abrutschen (Abb. 9c). Der Ruhewinkel ist also klein. Eine Oberfläche aus kantigen Teilchen ist relativ rau. Kantige Teilchen, die sich auf einer solchen Oberfläche bewegen, verhalten sich leicht (Abb. 9d). Der Ruhewinkel für kantige Teilchen auf rauher Oberfläche ist daher größer als der für glatte Teilchen auf glatter Oberfläche. Experimente und Rechnungen [27-32] zeigen nun, dass Zebrastrifen nur dann entstehen, wenn das Granulatgemisch aus großen, rauhen und kleinen, glatten Teilchen besteht, denn es muss für die Ruhewinkel die in Abb. 9 dargestellte Relation gelten:

$$\theta_{21} < \theta_{11} < \theta_{22} < \theta_{12} \quad (1)$$

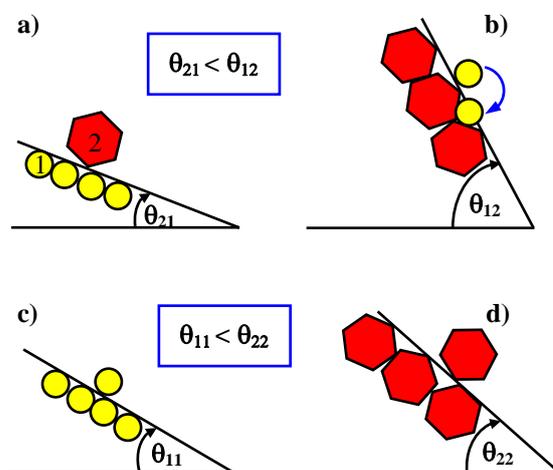


Abb. 9: Illustration der verschiedenen Ruhewinkel in einem Granulatgemisch aus kleinen, glatten Teilchen (1) und großen, rauhen Teilchen (2).

Wie funktioniert der Mechanismus nun genau? Es sei zunächst der Bereich betrachtet, in dem sich schon Streifen gebildet haben. Wie kommt es zu weiterer Streifenbildung? Die obere Lage eines Zebrastrifens besteht immer aus großen, rauhen Partikeln. Der Böschungswinkel entspricht dann ungefähr dem Ruhewinkel dieser Teilchen ( $\theta_{22}$ ), siehe Abb. 10. Rieseln nun von oben weitere Teilchen, so ist der Böschungswinkel für die kleinen Teilchen auf rauher Oberfläche ( $\theta_{12}$ ) noch nicht überschritten. Sie rutschen deshalb den Abhang allenfalls wenig hinunter, werden praktisch sofort in die großen Löcher der eher unebenen rauhen Oberfläche eingefangen und glätten so die Oberfläche. Der Böschungswinkel ändert sich dabei praktisch nicht; es werden nur Löcher aufgefüllt.

Die Oberfläche besteht dann aus einer dünnen Schicht glatter Teilchen - allerdings nach wie vor

mit dem relativ großem Böschungswinkel  $\theta_{22}$ . Sowohl für nachfolgende kleine als auch große Teilchen ist damit der Ruhewinkel überschritten ( $\theta_{11} < \theta_{22}$  und  $\theta_{21} < \theta_{22}$ ), siehe Abb. 9. Sie stürzen als Lawine zu Tal. In der Lawine findet bereits eine Entmischung statt: die kleinen Teilchen fallen durch die relativ großen Lücken zwischen den großen rauen Teilchen hindurch (Siebeffekt). Die Lawine läuft also bereits gestreift den Abhang hinunter (Abb. 11).

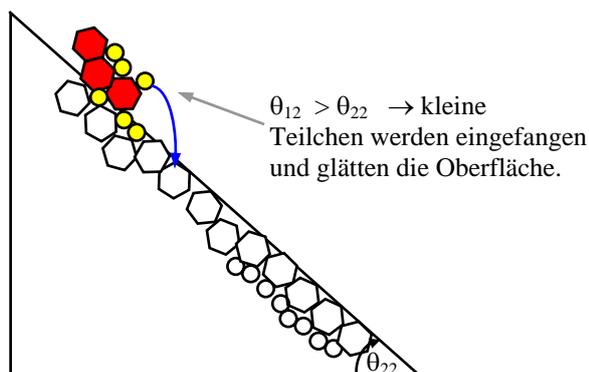


Abb. 10: Weitere Teilchen rieseln auf einen bereits bestehenden Zebrastrifen. Kleine Teilchen glätten die Oberfläche.

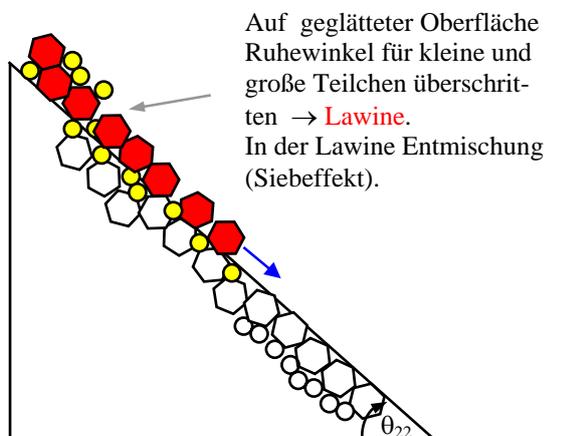


Abb. 11: Ausbildung von bereits entmischten Lawinen auf dem durch kleine Teilchen geglätteten Abhang.

Auf der für sie sehr glatten Oberfläche aus kleinen, glatten Teilchen „reiten“ die großen, rauen Teilchen zu Tal und erreichen den Boden zuerst. Dort werden sie abrupt gestoppt; es entsteht der sogenannte „charakteristische Knick“ (Abb. 12). Nachfolgende Teilchen in der Lawine werden an diesem Knick gestoppt, der sich dann entgegen der ursprünglichen Flussrichtung nach oben bewegt, wie im Experiment

deutlich zu sehen ist. Dabei wird das in der Lawine bereits vorhandene Streifenmuster sozusagen „schockgefroren“ und die Zebrastrifen laufen ebenfalls nach oben. Wenn der Gipfel erreicht und damit die Bildung eines Doppelstreifens abgeschlossen ist, läuft der Prozess von vorne ab.

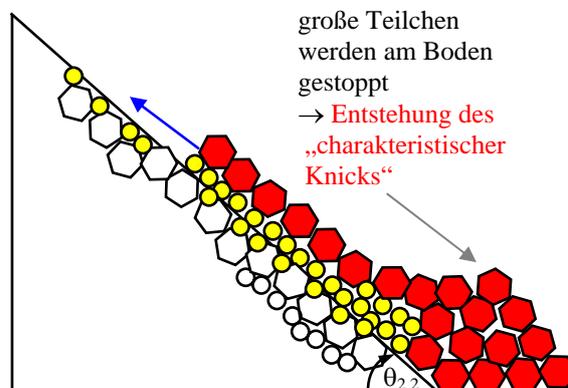


Abb. 12: Entmischte Lawine wird am „charakteristischen Knick“ der großen Teilchen gestoppt. Dabei wird das Streifenmuster „eingefroren“. Doppelstreifen läuft entgegen der Ursprungsflussrichtung nach oben.

Wie kommt nun die Streifenbildung in Gang? Die Zebrastrifen entstehen ja erst nach einer gewissen Anfangsphase. Dazu gibt es verschiedene Berechnungsmodelle. Während im Modell von Makse und Herrmann die Streifenbildung nach der Anfangsphase spontan (ohne Zusatzannahmen) einsetzt [27, 33], wird in anderen Modellen [28, 29] eine Störung, bzw. Zusatzannahme eingeführt, die den Einsatz des Streifenbildungsmechanismus aber sehr anschaulich macht und daher im folgenden erklärt werden soll: in der Anfangsphase liegt nur Größensegregation vor (Abb. 8), die großen Teilchen liegen vermehrt unten, die kleinen liegen oben. Der Sandhaufen hat im Anfangsbereich also im unteren Teil den Ruhewinkel der großen Teilchen als Böschungswinkel ( $\theta_{22}$ ); im oberen Teil ist er flacher und hat den Ruhewinkel der kleinen Teilchen ( $\theta_{11}$ ) als Böschungswinkel (Abb. 13). Obwohl der Ruhewinkel dann im oberen Bereich für die großen Teilchen zunächst überschritten ist ( $\theta_{11} > \theta_{21}$ ), können mit zunehmender Abhanglänge zufällig einige große Teilchen im oberen Bereich liegen bleiben. Dadurch erhöht sich hier spontan der Böschungswinkel, weitere große Teilchen lagern sich an und der erste charakteristische Knick entsteht, am dem die Streifenbildung einsetzt.

Die Streifenbildung kommt übrigens nicht in Gang, wenn sich kleine, rauhe und große, glatte Teilchen in der Granulatmischung befinden. In diesem Fall erhält man nur eine Größensegregation wie eben für

den Anfangsbereich der Zebrastrifenbildung beschrieben; die großen Teilchen liegen unten. Im Falle großer, glatter Teilchen (2) und kleiner, rauer Teilchen (1) ist nämlich - anders als in der Ruhewinkelrelation  $1 - \theta_{11} > \theta_{22}$ . Die anderen Teile der Relation bleiben jedoch gültig. Dann hat - anders als in Abb. 13 - der Abhang im Anfangsbereich im oberen Teil eine größere Steigung als im unteren. In diesem Fall lagern sich im oberen Bereich keine große Partikel ab; sie rutschen nach unten durch. Streifen werden nicht gebildet.

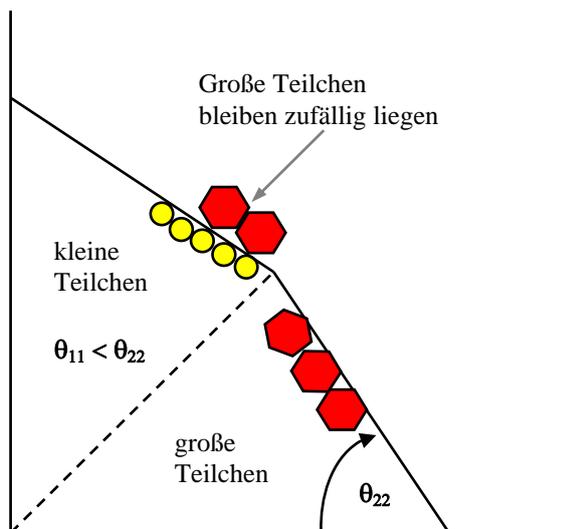


Abb. 13: Zu Beginn des Prozesses nur Größensegregation. Streifenbildung setzt ein, wenn im oberen Teil - trotz Überschreitung des Ruhewinkels für große Teilchen - zufällig einige große Teilchen liegen bleiben.

Die Beschäftigung mit den Zebrastrifen und den Ursachen ihrer Entstehung ist nicht nur Spielerei für Physiker, sondern hat einen sehr anwendungsorientierten Hintergrund - zum Beispiel in der Lawinenforschung. Es wurden in der Vergangenheit große Erdrutsche bzw. Geröll-Lawinen beobachtet, bei denen sich Gesteinsmassen nach einem anfänglichen steilen Fall kilometerweit auf fast ebener Fläche ausbreiteten, dabei katastrophale Schäden anrichteten und erst durch die gegenüberliegende Bergkette gestoppt wurden. Die Ursache dafür wurde lange kontrovers diskutiert. Auf Grund solcher Experimente, wie ich sie eben beschrieben habe, und ihrer Deutung glaubt man heute jedoch, dass auch bei Lawinen die kleinen Partikel nach unten durchfallen und eine glättende Unterlage bilden, auf denen sich die großen mit nur geringer Reibung ausbreiten können [34].

Entmischungsphänomene auf Grund unterschiedlicher Ruhewinkel kann man auch selbst in der Natur

beobachten. In Abbildung 14 wurde ein Dünenabhang fotografiert, auf dem durch Windeinwirkung ein Wellenmuster aus kleinen „Bergen“ (einige cm Höhe) und Tälern entstanden ist. Bei den Erhebungen dominiert eine dunkle Sandsorte, die Täler sind mit hellem Sand gefüllt. Der vom Wind herantretene Sand war offensichtlich gemischt und die beiden Sandsorten hatten - neben einer unterschiedlichen Farbe - auch unterschiedliche Ruhewinkel. Der Ruhewinkel des hellen Sandes war offensichtlich geringer als der des dunklen Sandes bzw. des Gemischs. Er rutschte deshalb von den Bergen ab.



Abb. 14: Wellenmuster in einem Sandgemisch. Der helle Sand hat einen kleineren Ruhewinkel, rutscht ab und füllt die Täler.

Ein zweiter Anwendungsbezug liegt auf der Hand, wenn man sich die große industrielle Bedeutung der Granulate klar macht: bei den meisten Anwendungen in chemischer und pharmazeutischer Industrie, in denen Mischungen von granularer Materie verwendet werden, wird eine möglichst homogene Mischung angestrebt. Wenn eine Tablette aus verschiedenen Pulvern gepresst werden soll, kann es nicht tolerierbar sein, wenn sich die vermeintliche Mischung beim Einfüllen in die Tablettieranlage wieder entmischt. Ein Produkt von wechselnder Zusammensetzung und somit höchst zweifelhafter Qualität wäre die Folge. Mit der Vermeidung von Entmischung oder Rückmischung von Granulaten beschäftigen sich ganze Industriezweige der Verfahrenstechnik. Die Rückmischung wird zum Beispiel durch Anpassung der Behältergeometrie an das gelagerte Material bewirkt (Abb. 15).

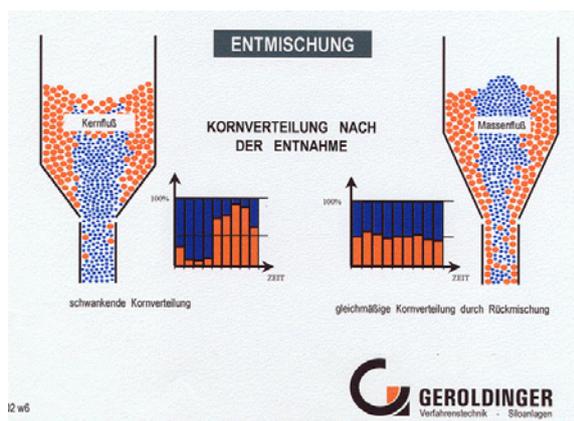


Abb. 15: Rückmischung eines beim Einfüllen in einen Silo entmischten Granulats durch Anpassung der Behältergeometrie [35].

In Abb. 15 ist ein Silo gezeichnet, in dem sich das Material offensichtlich beim Einfüllen entmischt hat. Wenn die Behältergeometrie dann nicht optimal zum eingefüllten Granulat gewählt wurde, bleibt das Material auch nach der Entnahme aus dem Behälter entmischt. Dieses zeigt der linke Teil der Abb. 15. Hier ist die Neigung des Entleerungstrichters nicht an den Ruhewinkel des Materials angepasst. Das Material kann an den Wänden des Trichters zunächst nicht abfließen; es liegt der sogenannte „Kernfluss“ vor. Granulat fließt anfänglich nur aus der Mitte ab, so dass zu Beginn der Entleerung fast nur die hier blau gezeichneten Teilchen abfließen. Gegen Ende der Entleerung fließen dann fast ausschließlich die rot gezeichneten Partikel ab. Variiert man jedoch die Behältergeometrie und sorgt dafür, dass die Wandneigung des Entleerungstrichters größer als der Ruhewinkel des Granulats ist (Abb. 15 rechts), so fließt das gesamte Material gleichmäßig ab (es liegt „Massefluss“ vor) und wird dabei wieder rückgemischt. Man erhält eine gleichmäßige Austragung des Materials.

### 3.2 Feuerräder

Auch in rotierenden Behältern kommt es zur Entmischung - vermeintliche „Mischmaschinen“ sind daher unter Umständen eher kontraproduktiv, wie auch hier im Experiment wieder einfach gezeigt werden kann ([2, 5] und Abb. 16). Lässt man eine Mischung (gleiche Volumenanteile) aus zwei unterschiedlichen Teilchensorten in einer nur teilweise gefüllten, praktisch zweidimensionalen Trommel (2 Plexiglasplatten, Durchmesser 25 cm, Plattenabstand 0.5 cm) langsam rotieren (eine Umdrehung in etwa 1-2 min), so ergibt sich bereits nach einer Umdrehung die in Abb. 16 dargestellte Entmischungsstruktur, die auf Grund ihres Erscheinungsbildes häufig Feuerrad oder auch Sonnenrad genannt wird. Bei

weiterer Rotation entsteht das Feuerrad immer wieder neu.



Abb. 16: „Feuerrad“. Langsame Rotation einer Mischung aus grobem Dekosand (rot) und Haushaltszucker (weiß).

Der Entstehungsmechanismus ist ähnlich wie bei den Zebrastrifen: im Laufe der Rotation wird der Ruhewinkel des Granulats immer wieder überschritten und es kommt an der Oberfläche zur Ausbildung von Lawinen. In den Lawinen kommt es zur Entmischung. Die kleinen, relativ glatten Teilchen (hier Zucker) fallen durch die großen, groben Teilchen hindurch (hier Dekosand) und bleiben auf dem Abhang liegen. Die großen Partikel rutschen auch hier wieder so weit, bis sie am Rand des Rades gestoppt werden, nachfolgende bleiben weiter oberhalb liegen. Ein neuer Strahl des Feuerrades ist entstanden. In der Mitte, in der die Granulatmischung - abgesehen von der Rotation - in Ruhe bleibt, bleibt ein ungestörter gemischter Bereich des Granulats erhalten. Auch für diesen Entmischungsprozess zeigen Simulationsrechnungen, dass wieder die unterschiedlichen Ruhewinkel der Gemischbestandteile ins Spiel kommen. Unter der Voraussetzung derselben Ruhewinkelbeziehungen wie in Relation 1 (siehe oben), wurde das Feuerrad-Muster mit Hilfe einer Zellularautomaten-Rechnung hervorragend reproduziert [36].

Wird die Trommel schneller rotiert, so dass der Mechanismus - Lawinenbildung /Stoppen am Rand/ Hochlaufen eines Streifens entgegen der ursprünglichen Flussrichtung - vor der erneuten Auslösung einer Lawine nicht ungestört ablaufen kann, geht die Streifenbildung verloren. Es findet nur noch Größensegregation statt. Mit weiter zunehmender Rotationsgeschwindigkeit wird die Strömung schließlich chaotisch [5].

Auch bei der Rotation einer langgestreckten Trommel um ihre horizontale Achse gibt es Entmischungsprobleme. Abb. 17a zeigt eine solche Trommel (Länge ca. 35 cm, Innendurchmesser 5 cm) mit einem Gemisch aus grobem Dekosand (blau) und feinem Quarzsand (hell). Die Trommel ist auf eine optische Bank montiert und kann mit Hilfe eines Scheibenwischermotors gedreht werden. Nach etwa 10 min Rotation bei ca. 12 V Motorspannung ergeben sich breite Entmischungstreifen entlang der Drehachse (Abb. 17b).

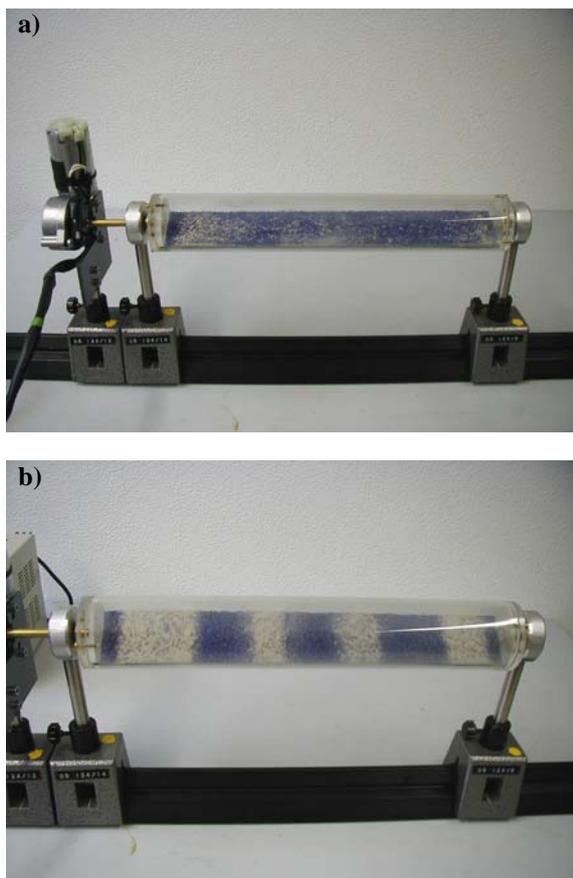


Abb. 17: Rotation eines Granulatgemischs in einer langen horizontalen Trommel.  
(a) nach Mischung  
(b) nach ca. 10 min Rotation

Eine vollständige Theorie zu diesem Entmischungseffekt scheint noch zu fehlen [37]. In Experimenten und Modellrechnungen [38] scheint sich jedoch anzudeuten, dass die Entmischung maximal ausgeprägt ist, wenn - anders als bei den Zebrastrifen (3.1) - die kleinen Partikel der Mischung rauer als die großen sind. Glaskugeln, die sich nur in der Größe unterscheiden, entmischen sich nicht. Eine große Rolle scheint außerdem die Form der Granulatoberfläche zu spielen, auf der die Teilchen bei der Rotation abrutschen. Sie ist hier nicht linear, sondern geschwungen.

### 3.3 Der Paranus-Effekt *oder*: Warum liegen die Rosinen in der Müslischachtel immer oben?

Außer den Entmischungen beim Befüllen und Entleeren von Anlagen gibt es noch weitere Entmischungsprozesse in Granulaten. Zum Beispiel liegen in Müslischachteln die Rosinen (oder andere große Bestandteile) immer oben. Das liegt keineswegs daran, dass der Hersteller sie als letztes in die Schachtel einfüllt, sondern daran, dass die großen Teilchen während des Transports der Schachtel nach oben kommen. Dieser Entmischungsprozess wird in der Literatur der „Paranus-Effekt“ genannt, da auch in Nussmischungen die großen Nüsse, also hier die Paranus, immer oben liegen.

Legt man einen Körper in eine Flüssigkeit, so hängt es von seiner Dichte ab, ob er auf der Oberfläche schwimmt oder absinkt, da Schwimmen oder Sinken durch das Zusammenspiel von Auftrieb und Gewichtskraft geregelt wird. Ist die Dichte des Körpers kleiner als die der Flüssigkeit, so schwimmt er, andernfalls sinkt er. Das ist anders bei verflüssigten Granulaten. Wie in 2.1 dargestellt, können Granulate verflüssigt werden. Dazu bedarf es auf Grund der Energiedissipation aber einer Energiezufuhr, die - wenn der flüssige Zustand aufrecht erhalten werden soll - beständig vorhanden sein muss. Legt man in eine „granulare Flüssigkeit“ einen Körper, so kann dieser auch hier auf der Oberfläche schwimmen. Anders als bei Flüssigkeiten ist seine Dichte dabei in weiten Bereichen aber vollkommen unwichtig. Allein seine Größe ist entscheidend. Auch die Form des Behälters spielt eine zentrale Rolle, denn der wichtigste Mechanismus ist hier die Reibung - und zwar insbesondere mit den Behälterwänden.

Die Unabhängigkeit von der Dichte bzw. Abhängigkeit von der Größe der Teilchen kann man in einem einfachen Experiment zeigen, dass man sogar mit der Hand durchführen kann: in ein Becherglas werden Trockenerbsen geschüttet ( $\rho \approx 1.3 \text{ g/cm}^3$ ). Dieses ist das zu verflüssigende Granulat. In die untersten Erbsenschichten werden gleich große Holz- und Glaskugeln gelegt, die wesentlich größer als die Erbsen sind. Holzkugeln haben eine Dichte, die kleiner als die der Erbsen ist ( $\rho \approx 0.7 \text{ g/cm}^3$ ). Die der Glaskugeln ist größer ( $\rho \approx 2.4 \text{ g/cm}^3$ ). Das Granulat wird nun durch Vibrationen verflüssigt. Man kann das durch moderates vertikales Schütteln mit der Hand machen. Gleichmäßiger geht es mit der in Abb. 18 dargestellten Apparatur: ein Kunststoffbecherglas, in dem sich das Granulat befindet, wurde auf einer Metallplatte festgeschraubt. Diese ist mit Hilfe einer Spiralfeder und einer Metallstange federnd gegen eine weitere Platte gelagert. Dazwischen wurde zur Dämpfung ein O-Ring eingefügt. Die Vibrationen werden mit einer Stichsäge erzeugt. Dazu wurde auf ein stark gekürztes Sägeblatt ein Metallzylinder aufgelötet, der die Metallstange und damit das Becherglas bewegt. Nach kurzer Zeit, also einigen wenigen Vibrationen, schwimmen alle großen Kugeln auf der Granulatoberfläche (Abb. 19).

Bei anhaltender Vibration bleiben sie auch dort, tauchen höchstens mal kurz unter die Oberfläche, kommen aber sofort wieder nach oben.

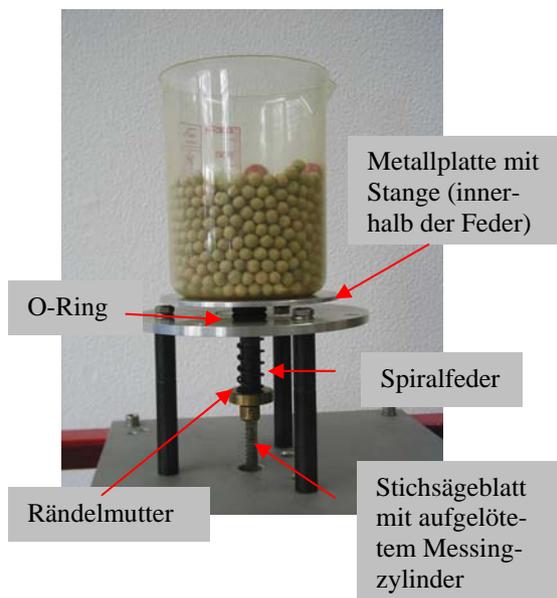


Abb. 18: Apparatur zum Paranusseffekt. Die Stichsäge (Antrieb) befindet sich unterhalb.

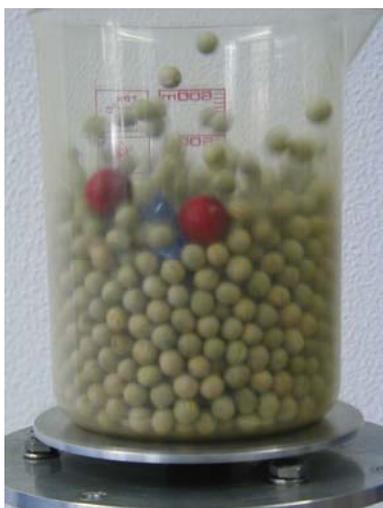


Abb. 19: Vibrierendes Granulat (Erbsen). Nach ganz kurzer Zeit schwimmen große Partikel (rote Holzkugeln, blaue Glasmurmeln) unabhängig von ihrer Dichte oben.

Die physikalische Ursache des Paranusseffektes wurde in der Vergangenheit in der Literatur kontrovers diskutiert. Es wurde zum Beispiel ein Siebefekt angenommen: bei der Vibration wird das Granulat aufgelockert und es entstehen Hohlräume. Kleine Partikel können in kleine Hohlräume fallen, die unter großen Partikeln entstehen, für große Par-

tikel jedoch zu klein sind. Dies führt effektiv zu einer Aufwärtsbewegung der großen Partikel [39]. Inzwischen hat sich jedoch aus Experimenten [7, 40-44], bei denen unter anderem die Bewegung der verschiedenen Lagen eines vibrierenden Granulats mit Hilfe eines Kernspintomographen sichtbar gemacht wurde, die Ansicht durchgesetzt, dass es sich um einen Konvektionsmechanismus handelt. Dieses zeigen auch Berechnungen [16-18]. Das Ergebnis einer Molekulardynamik-Rechnung, in der man die bei Vibration entstehenden Konvektionswalzen sehr gut sieht, ist in Abb. 20 dargestellt.

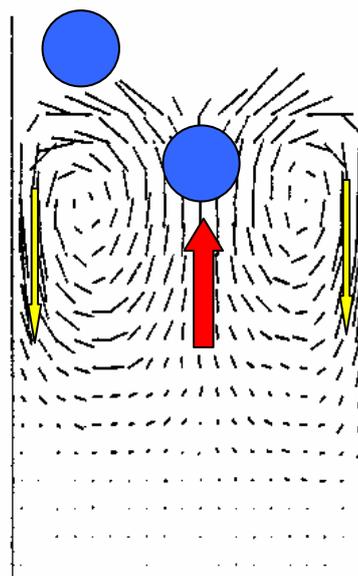


Abb. 20: Ausbildung von Konvektionswalzen in einem vibrierenden Zylinder (nach [17]). Die Länge der Striche entspricht dem pro Zeiteinheit von einem Teilchen zurückgelegten Weg.

Im vibrierenden Granulat steigen die Teilchen in einem breiten Strom in der Behältermitte nach oben. An der Oberfläche bildet sich ein kleiner Hügel, über dessen Flanken die aufgestiegenen Teilchen zur Behälterwand hin abrollen. In einem schmalen Streifen an der Wand wandern sie wieder nach unten. Befinden sich im Granulat große Teilchen, so können diese dem breiten Teilchenstrom nach oben folgen. Für die schmale Strömung am Rand sind sie jedoch zu groß: sie bleiben auf der Oberfläche liegen, wie die Rosinen in der Müslischachtel. Der Konvektionsmechanismus kann auch mit dem eben beschriebenen Experiment gezeigt werden, indem dem Trockenerbsengranulat farbige Kugeln von etwa Erbsengröße zugefügt werden. Bei Vibration des Granulats kann man den Weg der kleinen farbigen Kugeln sehr gut verfolgen: sie werden an der Oberfläche ausgeworfen, wandern zum Rand und kriechen an den Behälterwänden nach unten.

Die Berechnungen [16-18] zeigen, dass der auslösende Mechanismus für die Ausbildung der Konvektionsströme Reibung ist und zwar insbesondere mit den Behälterwänden. Diese Tatsache kann man sich auch ganz anschaulich klar machen: der Behälter mit dem Granulat wird zunächst nach oben bewegt. Das Granulat hebt sich dabei vom Behälterboden ab und bewegt sich weiter nach oben. Zu Beginn der Aufwärtsbewegung ist das Granulat noch dicht gepackt. Sein Volumen ist klein und das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen groß, d. h. relativ viele Teilchen befinden sich in der Oberfläche und erfahren eine Reibung mit den Behälterwänden. Die Aufwärtsbewegung vieler Teilchen wird durch die Reibung gebremst. Im Laufe der Aufwärtsbewegung zieht sich das Granulat jedoch auseinander, das Volumen wird größer und es befinden sich weniger Teilchen an der Oberfläche. Dann setzt die Abwärtsbewegung ein. Da das Granulat noch immer auseinandergezogen ist und daher relativ wenig Teilchen Kontakt zu den Behälterwänden haben, ist die Reibung mit den Wänden bei der Abwärtsbewegung weniger effizient. Die Abwärtsbewegung der Teilchen wird an den Wänden also weniger stark gebremst als die Aufwärtsbewegung, was insgesamt zu einer Netto-Abwärtsbewegung an den Behälterwänden führt.

Dass die Wechselwirkung mit den Behälterwänden die zentrale Rolle beim Paranusseffekt spielt und damit auch die Form des Behälters, wurde durch Experimente mit Behältern unterschiedlicher Wandneigung demonstriert. In trichterförmigen Behältern, also Behältern mit nach außen geneigten Wänden wandern die großen Partikel zum Beispiel nach unten, da sich die Konvektionsströme umkehren (Abb. 21). Die Umkehrung der Konvektionsströme kann anschaulich nachvollzogen werden, wenn man sich die Kontakte des Granulats mit den Wänden klarmacht: hebt sich in einem trichterförmigen Behälter das Granulat bei der Vibration vom Boden ab (wie in Abb. 21 gerade fotografiert, rechts unten besonders gut sichtbar), so verliert es wegen der Außenneigung der Wände den Wandkontakt. Auch wenn es im weiteren Verlauf der Bewegung nach außen expandiert, ist es während der Aufwärtsbewegung nicht in dauerndem Kontakt mit den Wänden. Die Reibung der Randteilchen mit den Behälterwänden ist während der Aufwärtsbewegung des Granulats also eher gering. Bei der Abwärtsbewegung gelangt das expandierte Granulat wieder in Kontakt mit den Wänden und die Abwärtsbewegung der Randteilchen wird durch Reibung mit den Wänden gebremst. In diesem Fall bleibt eine Netto-Aufwärtsbewegung an den Wänden übrig. Die Teilchen bewegen sich an den Wänden nach oben und in der Mitte nach unten.

Neben der „vertikalen Teilchensegregation“ beim gerade beschriebenen Paranusseffekt (große Teilchen nach oben bzw. unten) wurde kürzlich auch über die Möglichkeit der „horizontalen Segregation“

berichtet [19]: wird das Granulat mit hoher Beschleunigung vibriert (z. B. mit  $a = 5g$ ,  $f = 92 \text{ Hz}$ ), bilden sich phasenverschoben oszillierende Bereiche im Granulat aus, die zu Konvektionswalzen innerhalb des Granulats führen (ohne Einfluss der Behälterwände). Entlang der Grenzschicht zwischen 2 Konvektionswalzen reihen sich große Teilchen wie Perlen auf einer senkrechten Schnur auf und können durch Veränderungen in den Vibrationsbedingungen (Überlagerung einer weiteren Vibration) horizontal zusammen mit der Grenzschicht im Granulat verschoben werden.

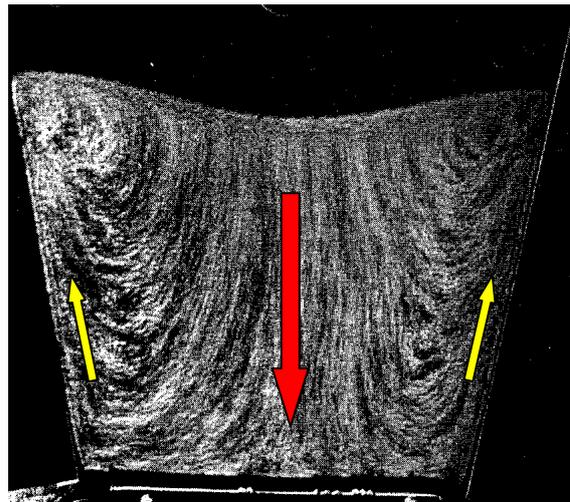


Abb. 21: Konvektion bei der Vibration eines Granulats (dunkle und helle Mohnsamen) in einem schmalen trichterförmigen Behälter. Das Granulat hat im Moment des Fotos keinen Kontakt zu den Behälterwänden. (Abbildung nach [44]).

#### 4. Kräfteverteilung in Granulaten

Wie in der Einleitung erwähnt, könne Silos bersten - und zwar häufig nicht am Boden, sondern an gänzlich unvermuteter Stelle (Abb. 1). Das hängt mit der Kräfte- bzw. Druckverteilung in Granulaten zusammen. Vergleicht man die Druckverhältnisse in Granulaten und Flüssigkeiten, so ergibt sich ein gänzlich unterschiedliches Bild (Abb. 22). Der in Flüssigkeiten herrschende hydrostatische Druck nimmt linear mit der Füllhöhe bzw. Eintauchtiefe zu. Das ist aus dem Schwimmbad auch intuitiv bekannt: je tiefer man taucht, desto mehr tut es in den Ohren weh. In Granulaten hingegen erreicht der Druck in langen schmalen Behältern, wie zum Beispiel Silos, unter Umständen schon ganz dicht unter der Oberfläche einen konstanten Wert. Beim tieferen Eintauchen in das Granulat ändert er sich deshalb nicht weiter und ist damit von der Füllhöhe des über der Messstelle liegenden Granulats unabhängig. Man könnte den in Abb. 22b gezeichneten Silo weiter befüllen, ohne dass der Druck am Behälterboden zunimmt.

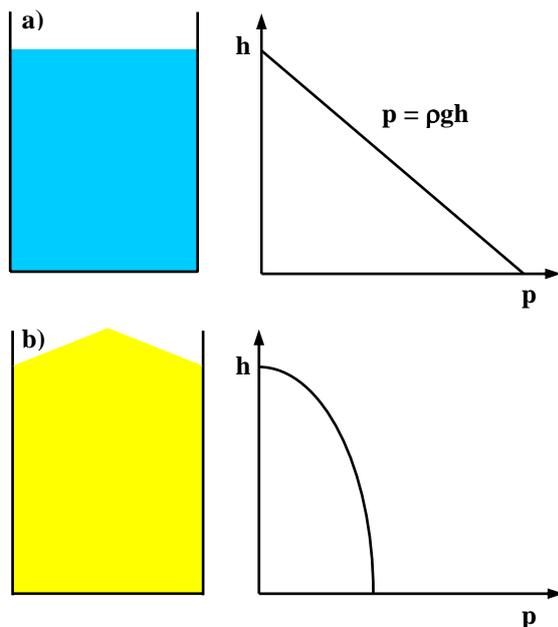


Abb. 22: Abhängigkeit des Druckes von der Füllhöhe. a) Flüssigkeit, b) Granulat.

Die Funktion einer Sanduhr beruht übrigens auf dem weitgehend füllstands-unabhängigen Druck in Granulaten. Da der Druck am Boden des oberen Gefäßes der Sanduhr nicht vom Füllstand abhängt, bleibt er während des ganzen Auslaufvorganges des Sandes konstant. Damit rinnt bei einer Sanduhr pro Zeiteinheit immer dieselbe Menge Sand in den unteren Behälter. Man kann eine lineare Skala anbringen und so die Zeit, die seit dem Umdrehen der Uhr vergangen ist, einfach messen. Bei Flüssigkeiten geht das nicht, da hier die auslaufende Menge mit fallendem Füllstand abnimmt.

Der füllstands-unabhängige Druck resultiert aus der Kräfteverteilung in Granulaten (Abb. 23): in einem granulatgefüllten Behälter wirkt natürlich die Gewichtskraft ( $G$  in Abb. 23) der Teilchen auf das jeweils darunter liegende Granulat. Die ursprünglich senkrechte Kraftrichtung bleibt dabei jedoch nicht erhalten. Je nach Lage der Kontaktstellen der Granulateilchen bilden sich unterschiedliche Kraftketten bzw. Kraftbrücken aus, entlang derer die Kraft - ähnlich wie beim romanischen oder gotischen Bogen - in Richtung der Wände „abgelenkt“ wird. Der Druck auf den Behälterboden nimmt bei weiterer Befüllung trotz der zusätzlichen Masse nicht zu. Die Kraft auf die Behälterwände kann, abhängig von der Lage der Granulateilchen, lokal jedoch sehr stark variieren. Der Druck ist damit - wie bereits in der Einleitung erwähnt - eine im Granulat mikroskopisch stark variierende Größe. Beim Entleeren eines Silos kommt es durch die plötzliche Ausbildung neuer Kraftbrücken zu Dichteschwankungen, die als Stoßwellen durch den Silo laufen können und lokal zu sehr großen Kraftspitzen auf die Wand führen

können - der Silo hält der Belastung u. U. nicht stand und bricht [2, 3, 45].

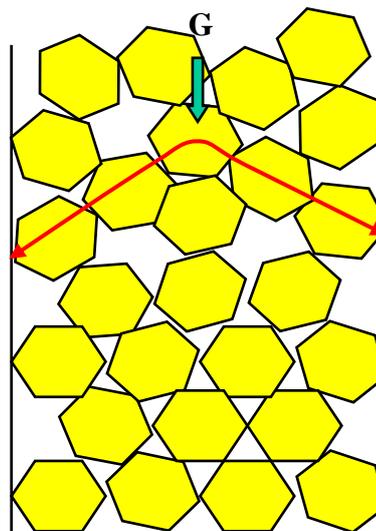


Abb. 23: Ausbildung von Kraftbrücken im Granulat.

Aber auch wenn die Silowand dem Druck standhält, kann es zu weiteren Problemen kommen. Es kann passieren, dass sich die Granulateilchen entlang der Kraftketten so miteinander verkeilen, dass im Behälter die sogenannte „Brückenbildung“ einsetzt (Abb. 24 links). Unter der Brücke fließt das Material bei Entleerung des Behälters ab. Die Brücke ist jedoch in der Lage die gesamte Masse des darüber liegenden Materials zu tragen, der Behälter kann nicht weiter entleert werden. Auch mit diesem Problem befasst sich die Verfahrenstechnik, indem zum Beispiel oszillierende Walzen in einen Silo eingebaut werden (Abb. 24 rechts).

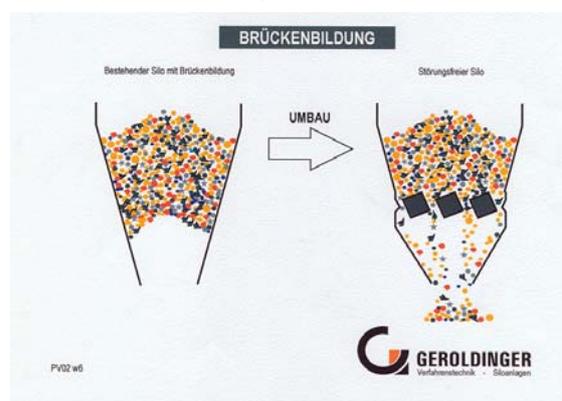


Abb. 24: Brückenbildung kann die Entleerung von Silos verhindern [35].

Die Ausbildung der Kraftketten bzw. -brücken kann man experimentell zeigen. Dazu werden Plexiglas-

oder Glasteilchen in eine Flüssigkeit mit identischem Brechungsindex gelegt. Das Ganze wird zwischen gekreuzte Polarisationsfilter gestellt und mit Licht durchstrahlt. Beim Ausüben einer Kraft auf das Granulat werden die Kraftbrücken durch die Spannungsdoppelbrechung sichtbar [4, 6, 46].

Einfacher und dabei wesentlich eindrucksvoller lassen sich die Kraftbrücken mit Hilfe eines langen schmalen Gefäßes und eines Stabes (Stück von einem Besenstiel) demonstrieren [47]: man stellt den Stab in die Mitte des Gefäßes und schüttet ringsherum Sand. Der Stab lässt sich zunächst - da wir es mit losem Sand zu tun haben - leicht wieder herausziehen. Nun ändert man die Versuchsbedingungen etwas. Das Gefäß mit dem Stab wird wieder mit Sand gefüllt. Dann klopft man mit einem weiteren Stab (Hammerstiel oder ähnlichem) von außen gegen verschiedene Stellen des Gefäßes. Man sieht dabei deutlich, wie der Sand kompaktiert wird und die Füllhöhe abnimmt. Dabei verhaken sich die Sandkörner. Es kommt zur Brückenbildung, die so stark ist, dass das Glas anschließend mitsamt dem Sand am Stab hochgehoben werden kann (Abb. 25). Schüttelt man anschließend das Glas oder dreht den Stab etwas, so werden die Brücken wieder aufgebrochen und der Stab lässt sich einfach herausziehen.

Zum Gelingen des Experimentes ist es wichtig, dass der Abstand zwischen Stab und Gefäß nicht zu groß ist. Ein großer, hoher Messzylinder (1000 ml Inhalt) mit einem Innendurchmesser von ca. 6.2 cm hat sich in Verbindung mit einem Besenstielstück als gut geeignet erwiesen. Gefüllt wird der Messzylinder mit Sand bis zur 800 ml Markierung. Anschließend wird gegen das Glas geschlagen, bis keine Volumenabnahme mehr sichtbar ist. Das Gegenklopfen muss geübt werden: ist es zu zaghaft, kommt keine ausreichende Brückenbildung zustande. Wird es zu kräftig oder zu häufig ausgeführt, werden die vorher gebildeten Brücken wieder aufgebrochen.

## 5. Zusammenfassung

Granulate sind aus dem Alltag vertraut, jedoch ist i.a. den wenigsten Menschen klar, welche faszinierenden Effekte auf Grund ihrer physikalischen Eigenschaften auftreten können: Granulate können sich wie feste, flüssige oder gasförmige Körper verhalten. Doch kleine Änderungen der Versuchsbedingungen führen - insbesondere auf Grund der starken Energiedissipation in Granulaten - zu einem gänzlich anderen Verhalten, wie zum Beispiel der Selbstorganisation. Man möchte ihnen schon fast einen vierten Aggregatzustand zuordnen. Granulatgemische entmischen sich auf vielfältige Weise, was u. a. den kuriosen Effekt bewirkt, dass Rosinen in der Müslischachtel immer oben liegen, aber auch zu großen Problemen bei industriellen Fertigungsprozessen führen kann. Derselbe Mechanismus, der die Benutzung einer Sanduhr ermöglicht, ist verantwortlich dafür, dass Silos bei der Entleerung verstopfen oder sogar an unvermuteter Stelle bersten.

Viele der in den Granulaten auftretenden Effekte lassen sich mit relativ einfachen, in vielen Experimentalvorträgen erprobten Versuchen demonstrieren.



Abb. 25: Experiment zur Brückenbildung. Ein sandgefüllter Behälter kann an einem sich im Sand befindenden Stab hochgehoben werden, wenn im Sand Brückenbildung provoziert wurde.

## 6. Danksagung

Einen ganz herzlichen Dank insbesondere an Stefan Manderla aber auch an Claudius Möhrle, die immer bereit waren neue „Apparaturen“ für die Granulate zu bauen. Hans J. Herrmann und Alexander Schinner haben meine Fragen ausführlich und schnell beantwortet. Helmut Meinert war bei zahlreichen Granulat-Experimentalvorträgen mein Kameramann. Dieter Fromme und Volker Bocatus wirkten als Statisten bei den Fotos mit. Ihnen allen ein herzliches Dankeschön.

## 7. Literatur

- [1] Robert Behringer, Duke University, North Carolina, <http://www.phy.duke.edu/~bob/> (Stand: 4.5.05)
- [2] Ute Kehse, Bild der Wissenschaft (November 1998), 24
- [3] H. J. Herrmann, Phys. Bl. 51 (1995) 1083
- [4] Hans Herrmann, Physics World (November 1997) 31
- [5] J. M. N. T. Gray und K. Hutter, Phys. Bl. 54 (1998) 37
- [6] Heinrich M. Jaeger, Sidney R. Nagel, and Robert P. Behringer, Rev. Mod. Phys. 68 (1996) 1259
- [7] Heinrich M. Jaeger, Sidney R. Nagel, and Robert P. Behringer, Physics Today (April 1996) 32

- [8] H. M. Jaeger and Sidney R. Nagel, *Science* 255 (1992) 1523
- [9] Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II - Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen, Schriftenreihe Schule in NRW Nr. 4271 (1999)
- [10] *Physik*, Oberstufe Gesamtband, Cornelsen Verlag, Berlin 1999
- [11] H. J. Schlichting und V. Nordmeier, *MNU* 49/6 (1996) 323
- [12] Volkhard Nordmeier und H. Joachim Schlichting, *Physik in der Schule* 5/35 (1997) 192
- [13] H. Joachim Schlichting, *Physik in der Schule* 32/1 (1994) 392
- [14] H. Joachim Schlichting, *Praxis der Naturwissenschaften/Physik* 49/2 (2000) 12
- [15] H. J. Schlichting, V. Nordmeier und D. Jungmann, *Physik in der Schule* 34/5 (1996) 191
- [16] Jason A. C. Gallas, Hans J. Herrmann, Thorssten Pöschel, and Stefan Sokolowski, *J. Stat. Phys.* 82 (1996) 443
- [17] T. Pöschel and H. J. Herrmann, *Europhys. Lett.* 29 (1995) 123
- [18] J. A. C. Gallas, H. J. Herrmann, and S. Sokolowski, *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992) 1371
- [19] Sung Joon Moon, Daniel I. Goldman, J. B. Swift, and Harry L. Swiney, *Phys. Rev. Lett.* 91 (2003) 134301
- [20] Duden Fremdwörterbuch, Bibliographisches Institut, Dudenverlag, Mannheim, Wien, Zürich, 3. Auflage 1974
- [21] Alexander Schinner, <http://www.miyazaki.mce.uec.ac.jp/~hg/movies.html>, Simulation: gas.mpg, Stand: 4.5.05
- [22] Alexander Schinner, persönliche Mitteilung
- [23] Alexander Schinner, <http://www.miyazaki.mce.uec.ac.jp/~hg/movies.html>, Simulation: funnel3.mpg und funnel5.mpg, Stand: 4.5.05
- [24] Heinrich M. Jaeger, <http://mrsec.uchicago.edu/~jaeger/granular2/>, Stand: 4.5.05
- [25] O. Reynolds, *Phil. Mag.* 20 (1885) 469
- [26] Gerthsen, Kneser, Vogel, *Physik*, 13. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1977
- [27] H. A. Makse and H. J. Herrmann, *Europhys. Lett.* 43 (1998) 1
- [28] Hernán A. Makse, *Phys. Rev. E* 56 (1997) 7008
- [29] Hernán A. Makse, Robin C. Ball, H. Eugene Stanley, and Stephen Warr, *Phys. Rev. E* 58 (1998) 3357
- [30] Hernán A. Makse, Pierre Cizeau, and H. Eugene Stanley, *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997) 3298
- [31] Hernán A. Makse, Shlomo Havlin, Peter R. King, and H. Eugene Stanley, *Nature* 386 (1997) 379
- [32] Y. Grasselli and H. J. Herrmann, *Granular Matter* 1 (1998) 43
- [33] H. J. Herrmann, persönlich Mitteilung
- [34] Jay Fineberg, *Nature* 386 (1997) 323
- [35] Geroldinger Verfahrenstechnik, Siloanlagen, Postfach 17, A-4771 Sigharting 159
- [36] Dmitri V. Ktitarev and Dietrich E. Wolf, *Granular Matter* 1 (1998) 141
- [37] Mathias Schulenburg, Begleitheft zur Aktion der DPG "Highlights der Physik 2002" in Duisburg, S. 11
- [38] O. Zik, Dov Levine, S. G. Lipson, S. Shtrikman, and J. Stavans, *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994) 644
- [39] Anthony Rosato, Katherine J. Strandburg, Friedrich Prinz, and Robert H. Swendsen, *Phys. Rev. Lett.* 58 (1987) 1038
- [40] James B. Knight, H. M. Jaeger, and Sidney R. Nagel, *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993) 3728
- [41] V. Yu. Kuperman, E. E. Ehrichs, H. M. Jaeger, and G. S. Karczmar, *Rev. Sci. Instrum.* 66 (1995) 4350
- [42] E. E. Ehrichs, H. M. Jaeger, Greg S. Karczmar, James B. Knight, Vadim Yu. Kuperman, and Sidney R. Nagel, *Science* 267 (1995) 1632
- [43] James B. Knight, E. E. Ehrichs, Vadim Yu. Kuperman, Janna K. Flint, Heinrich M. Jaeger, and Sidney R. Nagel, *Phys. Rev. E* 54 (1996) 5726
- [44] James B. Knight, *Phys. Rev. E* 55 (1997) 6016
- [45] Gerald H. Ristow and Hans J. Herrmann, *Physica A* 213 (1995) 474
- [46] Junfei Geng, D. Howell, E. Longhi, R. P. Behringer, G. Reydellet, L. Vanel, E. Clément, and S. Luding, *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001) 035506
- [47] Abgeguckt bei der Eröffnung der DPG-Aktion "Highlights der Physik 2002" in Duisburg

\*aktuelle Adresse: Universität Bielefeld, Fakultät für Physik, Universitätsstr. 25, 33615 Bielefeld