

# Demonstrationsversuch zur Rutherfordstreuung

---

Masterarbeit

Universität Bielefeld

Name: Vitali Heptin  
Fakultät: Physik, Abteilung Didaktik  
Betreuer: Prof. B. Fromme  
Dr. M. Schulz  
Abgabedatum: 05.02.2013

## Inhaltsverzeichnis

1.	Einführung.....	4
1.1	Entdeckung der Rutherfordstreuung.....	4
1.2	Inhalt der Arbeit .....	5
2.	Rechnungen zur Rutherfordstreuung.....	7
2.1	Teilchenbahn .....	10
2.2	Ablenkfunktion.....	13
2.3	Berechnung des Wirkungsquerschnitts .....	16
3.	Rechnungen zum Versuchsaufbau .....	17
3.1	Bestimmung des Potentialkoeffizienten.....	18
3.2	Einfluss des Höhenpotentials und der rotierende Kugel .....	20
4.	Aufbau des Demonstrationsversuchs.....	24
4.1	Kugeln.....	24
4.2	Rampe .....	25
4.3	Potential .....	26
4.4	Grundplatte .....	27
4.5	Abdeckhaube.....	29
4.6	Wölbung der Bahn .....	29
4.7	Reibung der Bahn .....	31
5.	Erwartungswerte für den Demonstrationsversuch.....	34
6.	Messung und Auswertung .....	37
6.1	Messen und auswerten der Streuung.....	37
6.1.1	Methodik.....	37
6.1.2	Ergebnisse der Messung .....	37
6.1.3	Vergleich zur Vorhersage.....	40
6.2	Messen und auswerten der Hyperbelbahn .....	42

6.2.1	Methodik.....	44
6.2.2	Ergebnisse der Messung.....	44
6.2.3	Vergleich mit einer idealen Hyperbel.....	46
6.3	Fazit zur Auswertung.....	48
7.	Didaktische Anwendung.....	49
7.1	Abhandlung der Rutherfordstreuung in Schulbüchern.....	49
7.2	Einsatz des Demonstrationsversuchs im Unterricht.....	50
7.3	Fazit zur schulischen Anwendung.....	53
	Literaturverzeichnis.....	54
	Dank.....	55
	Authentizitätsbestätigung.....	55

## 1. Einführung

Dass Atome einen Kern haben und Elektronen sich auf Bahnen um ihn befinden, gehört heutzutage zum Standardwissen. Doch das war nicht immer so. Erst der legendäre Streuversuch von Rutherford begründete dieses Wissen.

### 1.1 Entdeckung der Rutherfordstreuung

Das beste Atommodell, das vor 1911 zur Verfügung stand, war das von Thomson. Nachdem er 1897 das Elektron entdeckt hatte, schlug er ein einfaches Atommodell vor, das als „Rosinenkuchenmodell“ in die Geschichte einging. Nach ihm sind negative Ladungen gleichmäßig in einer homogenen positiv geladenen Kugel verteilt<sup>1</sup> – wie Rosinen im Kuchen.

Zwischen 1911 und 1913 überprüften Rutherford und sein Team dieses Modell. Dazu beschossen sie eine dünne Goldfolie mit  $\alpha$ -Teilchen. Diese  $\alpha$ -Teilchen wurden durch die Goldfolie abgelenkt oder auch nicht und trafen danach auf einen Leuchtschirm, der dabei kurz aufleuchtet. Dieses Leuchten wird Szintillation genannt. Die Szintillationen zählten Rutherfords Mitarbeiter mit einem Mikroskop in Abhängigkeit des Ablenkwinkels.<sup>2</sup>

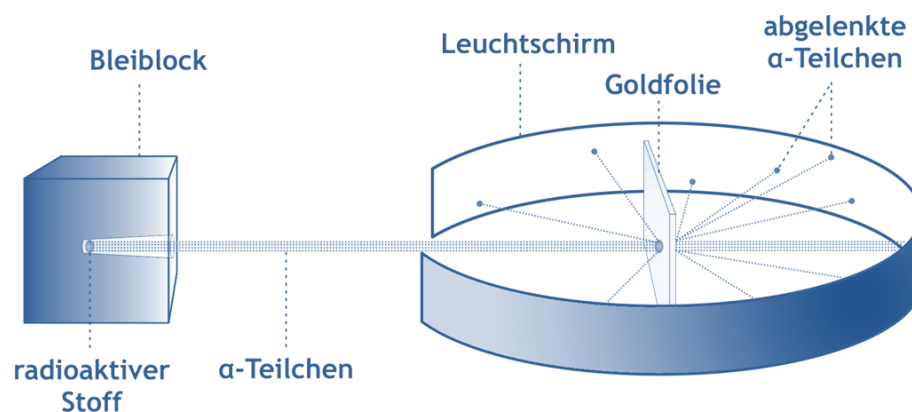


Abbildung 1<sup>3</sup>: Aufbau des Rutherfordstreuversuchs.

Die erwarteten Ablenkungen waren eher klein, da jedes Teilchen sehr oft gestreut werden müsste,<sup>4</sup> wie folgende Grafik zeigt:

<sup>1</sup> Vgl. Giancoli, 2006, p. 1280.

<sup>2</sup> Vgl. Mayer-Kuckuk, 2002, p. 15 und White, 1972, pp. 837-838.

<sup>3</sup> Entnommen: [http://bertlnetz.de/chemie/bilder/rustr\\_gr.png](http://bertlnetz.de/chemie/bilder/rustr_gr.png); Zugriff am 25.01.13; die Grafik wurde farblich angepasst.

<sup>4</sup> Da das Atom nach Thomson elektrisch neutral ist, werden nur die Teilchen wesentlich abgelenkt, die das Atom durchqueren. Auch dämpft die „verteilte“ Anwesenheit der Elektronen die Ablenkung der Teilchen; vgl. Demtröder, 2010, p. 68.

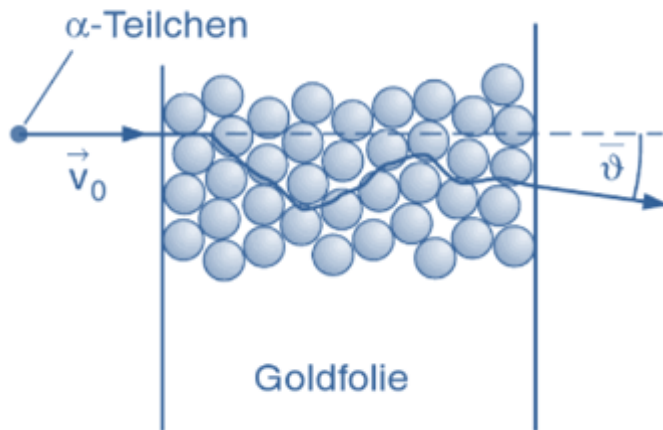


Abbildung 2<sup>5</sup>: Erwartete Mehrfachstreuung nach Thomsons Atommodell.

Doch statt viele kleine Ablenkungen beobachtete Rutherford die meisten Szintillationen bei Ablenkwinkel null und einige wenige bei unerwartet großen Winkeln. Dieses Phänomen ist als „Rutherford-Streuung“ bekannt geworden.<sup>6</sup> Aus seinen Versuchsergebnissen folgerte er, dass der größte Teil des Atoms leer ist. Daher werden die meisten Teilchen nicht abgelenkt. Außerdem muss sich die positive Ladung auf ein relativ kleines Volumen in seinem Zentrum konzentrieren, daher die wenigen großen Ablenkungen. Rutherford bot mit seinem Versuch auch Näherungen für die Größe der Kerne an.<sup>7</sup> Die Kernphysik war geboren. Man kann durchaus sagen, dass dieses Experiment die Vorstellung von Atomen revolutioniert hat. Und damit ist auch die Behandlung des Versuchs im Schulunterricht, allein schon aus wissenschaftsgeschichtlichen Gründen sinnvoll.

## 1.2 Inhalt der Arbeit

In dieser Masterarbeit will ich einen Demonstrationsversuch vorstellen, den ich gebaut habe. Dabei habe ich mich von folgender Zeichnung leiten lassen:

---

<sup>5</sup> Entnommen: Demtröder, 2010, p. 69; die Grafik wurde farblich angepasst.

<sup>6</sup> Vgl. White, 1972, p. 838.

<sup>7</sup> Vgl. Mayer-Kuckuk, 2002, p. 15.

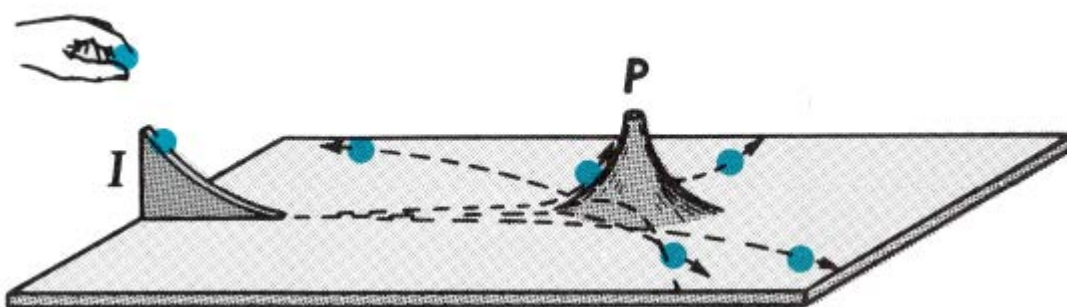


Abbildung 3<sup>8</sup>: Aufbau des Demonstrationsversuchs mit Rampe (I) und Potential (P).

Für einen Demonstrationsversuch eignet sich die Rutherfordstreuung deshalb so gut, da sie durch das Coulombpotential des Kerns zustande kommt. Dieses führt sowohl in der quantenmechanischen Beschreibung als auch mithilfe der klassischen Mechanik zu den gleichen Ergebnissen und Vorhersagen.<sup>9</sup> Daher kann das Coulombpotential zur Veranschaulichung durch ein anderes Potential dargestellt werden. Die Wirkung des Coulombpotentials auf das herannahende Teilchen wird in diesem Demonstrationsversuch durch eine Kugel veranschaulicht, die auf ein Höhenpotential trifft. Die Funktion der Coulombkraft übernimmt die nach unten ziehende Schwerkraft.<sup>10</sup>

Ziel dieser Arbeit soll sein, die mathematischen Grundlagen der Rutherfordstreuung nachzuvollziehen und auf die Gegebenheiten des Demonstrationsversuchs anzuwenden. Dann will ich den Aufbau des Demonstrationsversuchs erläutern, Messungen der Ablenkungen und der Kugelbahn durchführen und deren Genauigkeit erörtern. Zum Schluss sollen noch einige didaktische Anregungen zur Verwendung des Demonstrationsversuchs in der Schule folgen.

<sup>8</sup> Entnommen: White, 1972, p. 841.

<sup>9</sup> Vgl. Mayer-Kuckuk, 2002, p. 15.

<sup>10</sup> Vgl. White, 1972, p. 841.

## 2. Rechnungen zur Rutherfordstreuung

Zur Erklärung des Streuvorgangs wird der Stoßparameter  $b$  eingeführt. Er gibt die Entfernung des Projektils an, in der es am Streuzentrum vorbeifliegen würde, gäbe es keine Abstoßung.<sup>11</sup> Streuung ist die Ablenkung von dieser anvisierten Bahn.

### Beispiel 1: Billard<sup>12</sup>

Der Einfluss des Stoßparameters kann am elastischen Stoß eines kleinen Projektils an einer Billardkugel veranschaulicht werden.

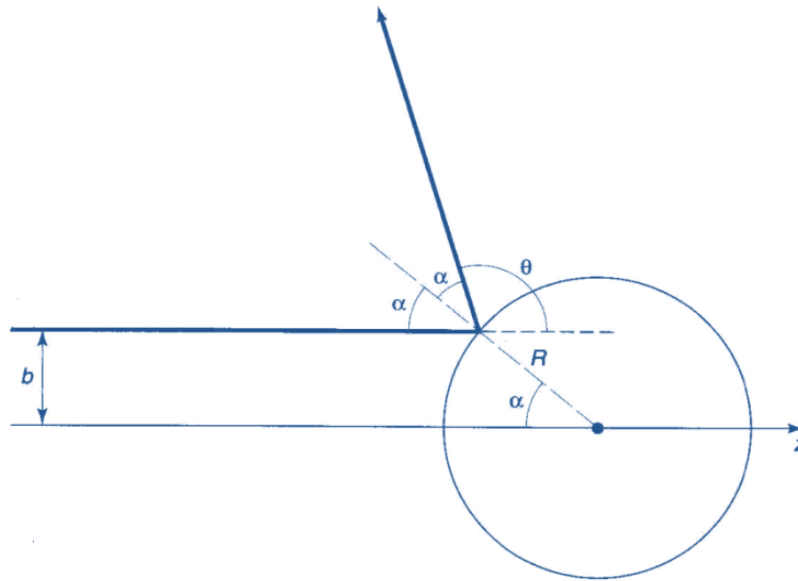


Abbildung 4<sup>13</sup>: Ablenkwinkel eines Projektils beim Stoß gegen eine Billardkugel.

Der Stoßparameter ist

$$b = R \sin \alpha.$$

Mit  $\vartheta = \pi - 2\alpha$  erhält man (für  $R \geq b$ )

$$b = R \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2} \right) = R \cos \left( \frac{\vartheta}{2} \right).$$

Der Stoßparameter ist, wie man sehen kann, vom Streuwinkel  $\vartheta$  abhängig.

---

<sup>11</sup> Vgl. Mayer-Kuckuk, 2002, p. 18.

<sup>12</sup> Vgl. Griffiths, 2005, p. 395.

<sup>13</sup> Entnommen: *ibid.*, die Grafik wurde farblich angepasst. Die Schreibweise der griechischen Buchstaben in dieser und den folgenden Grafiken kann formatierungsbedingt von dem Text dieser Arbeit abweichen.

Die Rutherfordstreuung stellt uns vor ein wesentlich komplexeres Problem als zwei Billardkugeln. Daher nehmen wir an, dass die Projektile aus nicht miteinander wechselwirkenden Teilchen bestehen und dass sie durch einen Ring der Fläche  $dA = 2\pi b db$  fliegen.<sup>14</sup> Mit der Teilchenstromdichte

$$j = \frac{dN}{dt dA}$$

ist die in den Kreisring einfallende Teilchenanzahl pro Zeiteinheit

$$\frac{dN}{dt} = j 2\pi b db.$$

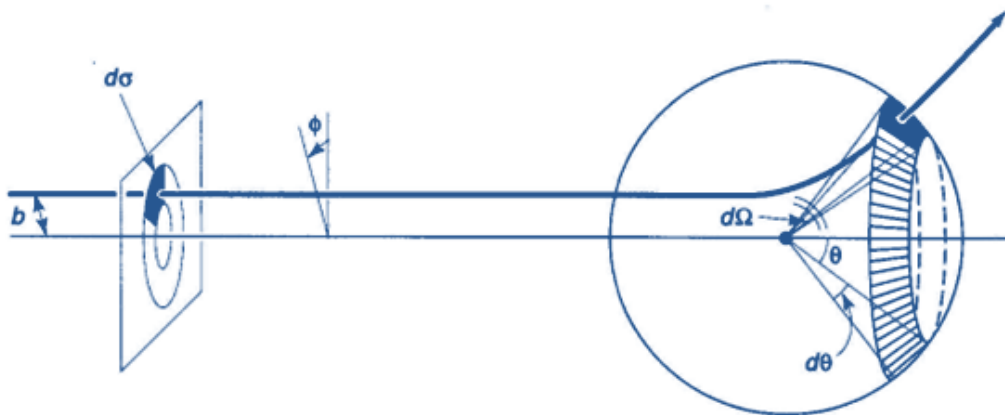


Abbildung 5<sup>15</sup>: Teilchen, die durch  $d\sigma$  fliegen, werden in  $d\Omega$  gestreut.

Teilchen die durch das Ringelement  $d\sigma$  fliegen werden in das Raumwinkelelement  $d\Omega$  gestreut.<sup>16</sup> Diese Teilchen werden an Streuzentren der Fläche  $\sigma$  gestreut.  $\sigma$  ist die Fläche  $\pi r^2$  durch die ein Projektil fliegen muss, um nachweislich abgelenkt zu werden.<sup>17</sup> Die Anzahl der Teilchen die durch das Element  $d\sigma$  fliegt, muss gleich der Anzahl der Teilchen sein, die in das Raumwinkelelement  $d\Omega$  abgelenkt werden. Da ein größeres  $d\sigma$  auch zu einem größeren  $d\Omega$  führt, führen wir den Proportionalitätsfaktor

$$D(\vartheta) = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

<sup>14</sup> Vgl. Mayer-Kuckuck, 2002, p. 18.

<sup>15</sup> Entnommen Griffiths, 2005, p. 396.

<sup>16</sup> Vgl. ibid.

<sup>17</sup> Vgl. Demtröder, 2010, p. 62.



ein. Diesen nennt man den differentiellen Streu- oder Wirkungsquerschnitt.<sup>18</sup> Man kann ihn definieren als die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Teilchen in einen bestimmten Winkel abgelenkt wird.<sup>19</sup> Für ein- und auslaufende Teilchen ergibt sich somit

$$j d\sigma = j D(\vartheta) d\Omega.$$

Mit  $d\sigma = b db d\varphi$  und  $d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$  löst sich die Gleichung wie folgt:

$$j b db d\varphi = j D(\vartheta) \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$

$$\Rightarrow D(\vartheta) = \frac{j b db d\varphi}{j \sin\vartheta d\vartheta d\varphi}$$

$$\Rightarrow D(\vartheta) = \frac{b}{\sin\vartheta} \left| \frac{db}{d\vartheta} \right|.$$

Der Betrag wird eingeführt, da der Wirkungsquerschnitt per Definition nicht negativ werden kann. Hier erkennt man, dass man zur Berechnung des differentiellen Streuquerschnitts eine Funktion für  $b$  braucht, die von  $\vartheta$  abhängig ist.

### Beispiel 2: Billard<sup>20</sup>

Auch für eine Billardkugel lässt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt berechnen:

$$b = R \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{db}{d\vartheta} = \frac{1}{2} R \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$\Rightarrow D(\vartheta) = \frac{R \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}{\sin\vartheta} \frac{1}{2} R \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{1}{4} R^2.$$

Überraschend ist, dass das Ergebnis nicht von  $\vartheta$  abhängt.

Soll die gesamte Streuung in alle Raumelemente  $d\Omega$  berechnet werden, so integriert man

$$\sigma_T = \int D(\vartheta) d\Omega.$$

---

<sup>18</sup> Vgl. *ibid.*, p. 63.

<sup>19</sup> Vgl. Giancoli, 2006, p. 1444.

<sup>20</sup> Vgl. Griffiths, 2005, p. 396.

$\sigma_T$  ist somit die gesamte Fläche, die sich dem Projektil bietet und heißt totaler Wirkungsquerschnitt.

### Beispiel 3: Billard<sup>21</sup>

Auch der totale Wirkungsquerschnitt kann für eine Billardkugel berechnet werden:

$$D(\vartheta) = \frac{1}{4} R^2$$

$$d\Omega = \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$$

$$\Rightarrow \sigma_T = \int D(\vartheta) d\Omega = \int \frac{1}{4} R^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$$

$$\Rightarrow \sigma_T = \frac{1}{4} R^2 \cdot 2 \cdot 2\pi = \pi R^2.$$

Das ist genau das Ergebnis, das man intuitiv erwarten würde. Dem Projektil bietet sich eine Streufläche, die genau dem Querschnitt der Billardkugel entspricht – und das ist eine Kreisfläche.

## 2.1 Teilchenbahn<sup>22</sup>

Um den differentiellen Wirkungsquerschnitt für einen Kern zu berechnen, braucht man, außer einer Funktion  $b(\vartheta)$ , den Punkt der größten Annäherung an das Streuzentrum (in Abbildung 6 ist das  $r_0$ ) – das wird in den folgenden Kapiteln deutlich. Dazu verwendet man Zylinderkoordinaten  $(r, \varphi)$ , wobei der Kern im Nullpunkt liegt. Außerdem wird angenommen, dass  $r$  vor und nach dem Stoß sehr groß ist.<sup>23</sup>

---

<sup>21</sup> Vgl. *ibid.*, p. 397.

<sup>22</sup> Die gesamten Abschnitte 2.1-2.3 beruhen weitgehend auf den Rechnungen von Bransden & Joachain, 2003, pp. 981-988 und Demtröder, 2010, pp. 63-65+70-71. Beide Werke machen Sprünge in ihren Rechnungen und sind nicht immer leicht zu verstehen. Daher werde ich die Herleitung der Ablenkefunktion etc. sehr ausführlich beschreiben. Nur bei Besonderheiten werde ich nochmals speziell auf diese Werke verweisen.

<sup>23</sup> Vgl. Bransden & Joachain, 2003, p. 981.

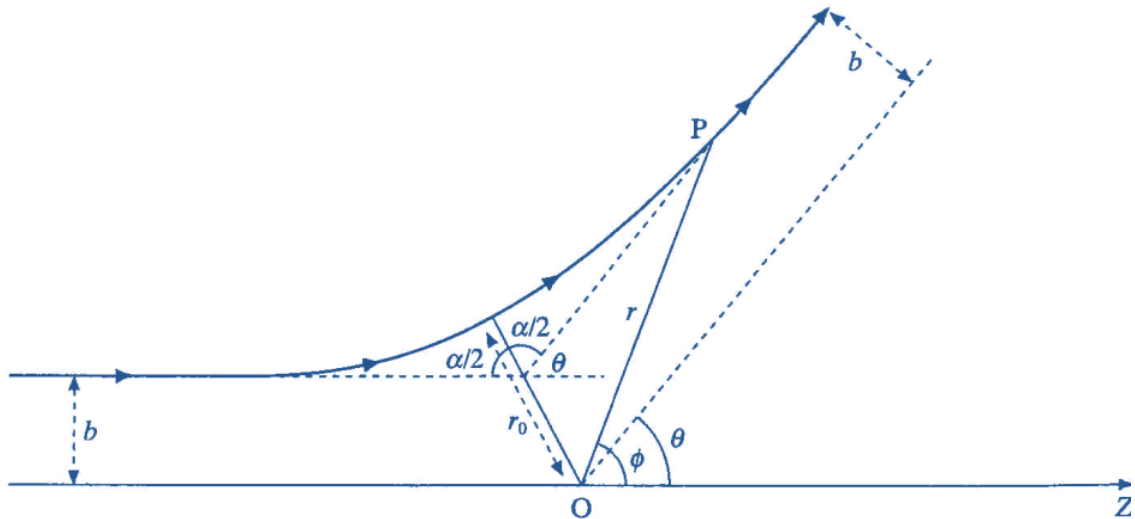


Abbildung 6<sup>24</sup>: Streuung eines Projektils. Das Streuzentrum befindet sich in O.

Die Anfangsgeschwindigkeit des Projektils sei  $v$  und  $m$  die Masse. Nach dem Energieerhaltungssatz bleibt dessen Energie die ganze Zeit über konstant:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + V_C = \text{Konstant.}$$

In Zylinderkoordinaten lautet die obige Gleichung

$$E = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2) + V(r).$$

Auch  $\phi$  ist von  $r$  abhängig, daher schreibt man in Abhängigkeit des Drehimpulses  $L$ <sup>25</sup>

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \frac{L}{mr^2} \\ \Rightarrow E &= \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + \frac{L^2}{m^2r^2}\right) + V(r). \end{aligned}$$

Diese Gleichung wird nun nach  $dr/dt$  umgestellt:

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{2}{m}(E - V) - \frac{L^2}{m^2r^2}} = \frac{dr}{dt}.$$

Wie in Abbildung 6 zu sehen ist  $r_0$  der geringste Abstand zwischen Kern und Projektil. Dieser lässt sich berechnen, indem man  $dr/dt = 0$  setzt.

<sup>24</sup> Entnommen *ibid.*, die Grafik wurde farblich angepasst.

<sup>25</sup> Der Drehimpuls bleibt in diesem System erhalten und kann daher wie eine Konstante behandelt werden, vgl. Demtröder, 2010, p. 63.

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{2}{m}(E - V) - \frac{L^2}{m^2 r_0^2}} = 0$$

$$E - V - \frac{L^2}{2mr_0^2} = 0.$$

Nach einer Division mit  $E$  und einer Multiplikation mit  $r_0^2$  lautet die Gleichung:

$$r_0^2 - \frac{V}{E} r_0 - \frac{L^2}{2mE} = 0.$$

Das lässt sich mit der bekannten  $p$ - $q$ -Formel ausrechnen. Der Übersicht halber führt man folgende Abkürzung ein:

$$A = \frac{rV}{2E}.$$

Somit ist die Gleichung

$$r_0^2 - 2Ar_0 - BL^2 = 0.$$

Bevor man nun die  $p$ - $q$ -Formel anwendet, lohnt sich noch folgende Rechnung:

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$L = mvb$$

$$\frac{L^2}{2mE} = \frac{(mbv)^2}{2mE}$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 v^2 b^2}{\frac{2}{2} m^2 v^2} = b^2$$

Mit diesem Ergebnis erhält man, eingesetzt in die  $p$ - $q$ -Formel, einen Wert für

$$r_0 = -A \pm \sqrt{A^2 + b^2}.$$

Da  $r_0$  (und auch das Potential) nicht negativ werden kann, ist nur das positive Ergebnis physikalisch sinnvoll. Mit gegebenem Coulombpotential lässt sich  $r_0$  berechnen:

$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{r}$$

$$\Rightarrow A = \frac{rV}{2E} = \frac{q_A q_B}{8\pi\epsilon_0 E}.$$

$$\Rightarrow r_0 = -\frac{q_A q_B}{8\pi\epsilon_0 E} \pm \sqrt{\left(\frac{q_A q_B}{8\pi\epsilon_0 E}\right)^2 + b^2}.$$

## 2.2 Ablenkfunktion

Nun wird eine Funktion von  $\varphi$  gesucht, da sich hieraus die Ablenkfunktion für  $\vartheta$  bestimmen lässt. Dazu wird folgender Trick<sup>26</sup> verwendet:  $dr/dt$  wurde bereits errechnet. Der Kehrwert  $dt/dr$  ist daher:

$$\frac{dt}{dr} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V) - \frac{L^2}{m^2 r^2}}}.$$

Zusammen mit

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{L}{mr^2}$$

ergibt das

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{\frac{L}{mr^2}}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V) - \frac{L^2}{m^2 r^2}}}.$$

Wie in Abbildung 6 zu sehen, lässt sich der Winkel  $\alpha$  wie folgt bestimmen:

$$\alpha = 2|\varphi(r = \infty) - \varphi(r = r_0)|.$$

Und wenn wir annehmen, dass  $\vartheta$  sich nur zwischen 0 und  $\pi$  bewegt,<sup>27</sup> dann ist

$$\vartheta = \pi - \alpha.$$

Das alles lässt sich als Integral ausdrücken und wir gelangen damit zur Ablenkfunktion

$$\vartheta = \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{L}{mr^2}}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V) - \frac{L^2}{m^2 r^2}}}.$$

Mit den Ausdrücken

$$L = mvb$$

---

<sup>26</sup> Mit dem Satz über die Ableitung der Umkehrfunktion.

<sup>27</sup> Vgl. Bransden und Joachain, 2003, p. 983.

$$L^2 = m^2 v^2 b^2 = 2m \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) b^2 = 2m b^2 E$$

lassen sich folgende Rechnungsschritte durchführen

$$\begin{aligned} \vartheta &= \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{m v b}{m r^2}}{\sqrt{\frac{2}{m} (E - V) - \frac{2 m b^2 E}{m^2 r^2}}} \\ \Rightarrow \vartheta &= \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{v b}{r^2}}{\sqrt{\frac{2}{m} \left[ E - V - \frac{b^2 E}{r^2} \right]}} \\ \Rightarrow \vartheta &= \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{v b}{r^2}}{\sqrt{\frac{2}{m} E \left[ 1 - \frac{V}{E} - \frac{b^2}{r^2} \right]}} \\ \Rightarrow \vartheta &= \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{v b}{r^2}}{\sqrt{\frac{2}{m} \cdot \frac{1}{2} m v^2 \left[ 1 - \frac{V}{E} - \frac{b^2}{r^2} \right]}} \end{aligned}$$

Nach Kürzung des Bruchs erhält man:

$$\vartheta = \pi - 2b \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{1}{r^2 \sqrt{1 - \frac{V}{E} - \frac{b^2}{r^2}}}$$

Mit der Substitution

$$\begin{aligned} A &= \frac{q_A q_B}{8\pi \epsilon_0 E} = \frac{rV}{2E} \\ \Rightarrow \frac{V}{E} &= \frac{2A}{r} \end{aligned}$$

erhält man für  $\vartheta$  den Ausdruck

$$\vartheta = \pi - 2b \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{1}{r \sqrt{r^2 - 2Ar - b^2}}$$

Löst man das Integral, so vereinfacht sich der Ausdruck von  $\vartheta$ :<sup>28</sup>

$$\vartheta = 2 \cos^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{A^2/b^2 + 1}} \right)$$

Dieses Ergebnis lässt sich umformen, wenn man sich folgendes Dreieck ansieht:

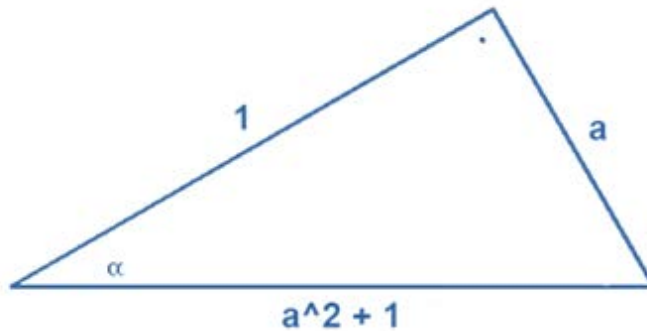


Abbildung 7: Rechtwinkliges Dreieck mit Katheten der Länge 1 und  $a$  und mit der Hypotenuse der Länge  $a^2 + 1$ .

Es lassen sich folgende Gleichungen bilden:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{1}$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \right)$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1} a$$

$$\Rightarrow \cos^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \right) = \tan^{-1} a.$$

Damit lässt sich die Ablenkfunktion (man ersetzt einfach  $a$  mit  $A/b$  und  $\alpha$  mit  $\vartheta$ , um den Zusammenhang zu sehen) vereinfachen:

$$\vartheta = 2 \tan^{-1} \frac{A}{b}.$$

Mit der Gleichheit

---

<sup>28</sup> Aufgrund der Komplexität des Integrals konnte ich es nicht selbst lösen. Daher habe ich die Lösung aus Bransden & Joachain, 2003, p. 986 verwendet. Das  $\pi$  in der Gleichung verschwindet, da folgendes gilt:

$$\sin^{-1} z = \pi/2 - \cos^{-1} z;$$

vgl. dazu <http://mathworld.wolfram.com/InverseSine.html>; Zugriff am 29.01.2013. Das Integral an sich muss also eine Arkussinus-Funktion als Ergebnis haben.

$$\tan^{-1}(z) = \cot^{-1}\left(\frac{1}{z}\right)$$

kann nach  $b$  aufgelöst werden:

$$b = A \cot \frac{\vartheta}{2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{rV}{2E} \cot \frac{\vartheta}{2} = \frac{q_A q_B}{8\pi\epsilon_0 E} \cot \frac{\vartheta}{2}$$

### 2.3 Berechnung des Wirkungsquerschnitts

Dieses Ergebnis kann nun verwendet werden, um den differentiellen Wirkungsquerschnitt zu erhalten:

$$D(\vartheta) = \frac{b}{\sin \vartheta} \left| \frac{db}{d\vartheta} \right|$$

Zunächst wird die Ableitung ermittelt:

$$\frac{db}{d\vartheta} = A \frac{d \cot \frac{\vartheta}{2}}{d\vartheta} = -\frac{A}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$$

$$\Rightarrow D(\vartheta) = -\frac{A \cot \frac{\vartheta}{2}}{\sin \vartheta} \frac{A}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} = \frac{A^2}{2} \frac{\cot \frac{\vartheta}{2}}{\sin \vartheta \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} = \frac{A^2}{2} \frac{\cos \frac{\vartheta}{2}}{\sin \vartheta \sin^3 \frac{\vartheta}{2}}$$

Hier kann ein trigonometrischer Satz vereinfachen:

$$\sin \vartheta = \sin \left( \frac{\vartheta}{2} + \frac{\vartheta}{2} \right) = \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} + \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} = 2 \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2}$$

$$\Rightarrow D(\vartheta) = \frac{A^2}{2} \frac{\cos \frac{\vartheta}{2}}{2 \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \sin^3 \frac{\vartheta}{2}} = \frac{A^2}{4} \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

Mit eingesetztem Potential ergibt sich die klassische Rutherford-Streufornel:<sup>29</sup>

$$D(\vartheta) = \frac{\left( \frac{q_A q_B}{8\pi\epsilon_0 E} \right)^2}{4} \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} = \left( \frac{q_A q_B}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

---

<sup>29</sup> So interessant der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Kernphysik auch ist, leider konnte er in dieser Masterarbeit nicht am Demonstrationsversuch gemessen werden (auch wenn er theoretisch bestimmt werden kann, habe ich auf ein Kapitel dazu verzichtet).



### 3. Rechnungen zum Versuchsaufbau

Diese Ergebnisse wollen wir nun für den Versuchsaufbau anpassen. Wir wollen einen Aufbau, der die Ergebnisse des Rutherfordversuchs möglichst ähnlich wiedergibt. Einiges muss natürlich geändert werden.

So werden die  $\alpha$ -Teilchen an einem abstoßenden Coulombpotential gestreut.<sup>30</sup> Für den Demonstrationsversuch muss das Coulombfeld durch ein anderes Potential ersetzt werden. Dabei habe ich mich in Anlehnung an die Literatur für ein Höhenpotential entschieden.<sup>31</sup>

Das Coulombpotential ist:

$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{r}.$$

Die aufzubringende Energie in einem Höhenpotential ist:

$$V_{Pot} = mgh.$$

Wobei  $g$  aus der Gravitationskraft ermittelt werden kann:

$$g = G \frac{M}{R^2}.$$

Hier ist  $G$  die Gravitationskonstante,  $M$  die Masse der Erde und  $R$  der Abstand vom Mittelpunkt der Erde und ihrer Oberfläche (wir nehmen, wie üblich,  $g = 9,81\text{m/s}^2$  an).

Da das Coulombpotential radialsymmetrisch ist, muss auch das Höhenpotential abhängig vom Radius sein und mit größerem Abstand im Maße von  $1/r$  kleiner werden. Da bei diesem Demonstrationsversuch der Potentialberg auf eine Platte aufgeschraubt werden muss, lässt sich nur eine Rotationssymmetrie realisieren – wir vereinfachen das Problem also um eine Dimension (wobei wir auch in Kapitel 2. nur 2-dimensional gerechnet haben).

Im Höhenpotential muss daher die Höhe  $h$  vom Radius abhängen

$$h \sim \frac{1}{r}.$$

---

<sup>30</sup> Vgl. Bransden & Joachain, 2003, p. 981.

<sup>31</sup> Es sind auch andere Analogien möglich. So entwickeln Hammer, Knauth und Kühnel, 2002, pp. 30-31 einen elektrostatischen Aufbau, der die Ablenkungen etc. des Rutherfordexperiments wiedergibt. Doch schien mir eine mechanische Analogie intuitiver.

Führt man den Koeffizienten  $k$  ein wird die Beziehung konkret

$$h = \frac{k}{r}.$$

$k$  muss die Dimension einer Fläche haben, damit die Einheiten stimmen. Das Höhenpotential lässt sich damit auch so schreiben:

$$V_{\text{Pot}} = mg \frac{k}{r}.$$

### 3.1 Bestimmung des Potentialkoeffizienten

$k$  lässt sich auf folgendem Weg bestimmen: Wir nehmen die Ablenkformel zum Rutherfordversuch, setzen die entsprechenden Werte ein und bestimmen zunächst  $b$  für ein beliebiges  $\vartheta$ . Im Anschluss daran ersetzen wir in der Ablenkformel das Coulombpotential durch das Höhenpotential, setzen die eben erhaltenen Werte ein und bestimmen daraus den Koeffizienten. Damit hätten wir die entsprechende Gleichung, die uns das Verhalten des Projektils angibt, wenn es nicht auf ein Coulombpotential sondern auf ein Höhenpotential trifft (die Bahnkurve ist gleich, betrachtet man es 2-dimensional).

Um  $b$  zu bestimmen, habe ich mich für einen Wert von  $\vartheta = \pi/2$  entschieden – an dieser Stelle wird das Projektil um  $90^\circ$  gestreut (und  $\cot(\pi/4) = 1$ ):

$$b\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{q_{\text{He}}q_{\text{Au}}}{8\pi\epsilon_0 E} \cot\frac{\pi}{4}.$$

Eingesetzt werden die entsprechenden Konstanten und die Ladungen von Helium- und Goldatomen:

	$\epsilon_0$	$q_{\text{He}}$	$q_{\text{Au}}$	$E$
Werte <sup>32</sup>	$8,85 \times 10^{-12} \text{F/m}$	$3,204 \times 10^{-19} \text{C}$	$1,266 \times 10^{-17} \text{C}$	$8,01 \times 10^{-13} \text{J}$

Als Ergebnis<sup>33</sup> erhält man

$$b\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2,27 \cdot 10^{-14} \text{m}.$$

Nun tauscht man das Potential aus. In

<sup>32</sup> Die Werte wurden mithilfe von Kuchling, 2007, p. 714 ermittelt. Für  $E$  habe ich verschiedene Werte gefunden, vgl. u. a. Demtröder, 2010, p. 72 und Mayer-Kuckuk, 2002, p. 22. Ich habe mich letztlich in Anlehnung an Demtröder für 5MeV entschieden.

<sup>33</sup> Dieses Ergebnis kann auch mit einer entsprechenden Integration über den diff. Wirkungsquerschnitt erzielt werden. Man erhält eine Kreisfläche, deren Radius genau  $b$  entspricht.

$$b = \frac{rV}{2E} \cot \frac{\vartheta}{2}$$

wird das Potential

$$V_{pot} = \frac{mgk}{r}$$

eingesetzt. Damit haben wir die Ablenkformel für das Höhenpotential:

$$b = \frac{r}{2E} \frac{mgk}{r} \cot \frac{\vartheta}{2} = \frac{mgk}{2E} \cot \frac{\vartheta}{2}$$

Nach  $k$  umgestellt erhalten wir:

$$k = \frac{2Eb}{mg \cot \frac{\vartheta}{2}}$$

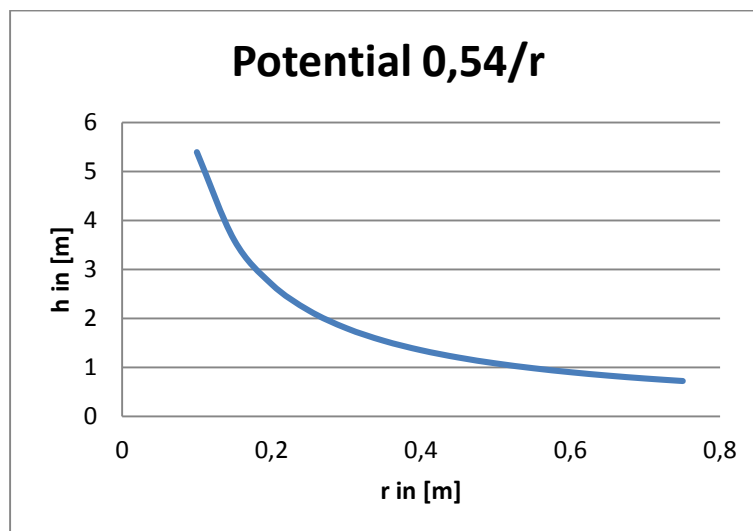
In diese Gleichung setzen wir (um ein Ergebnis möglichst nahe des originalen Rutherfordexperiments zu erhalten) den errechneten Wert für  $b$ , die bereits verwendeten Werte für  $E$  und  $\vartheta$  und die Masse eines Heliumatoms ein:

	$m_{He}$	$g$	$b$	$E$
Werte <sup>34</sup>	$6,695 \times 10^{-27} \text{kg}$	$9,81 \text{m/s}^2$	$2,27 \times 10^{-14} \text{m}$	$8,01 \times 10^{-13} \text{J}$

Damit erhalten wir:

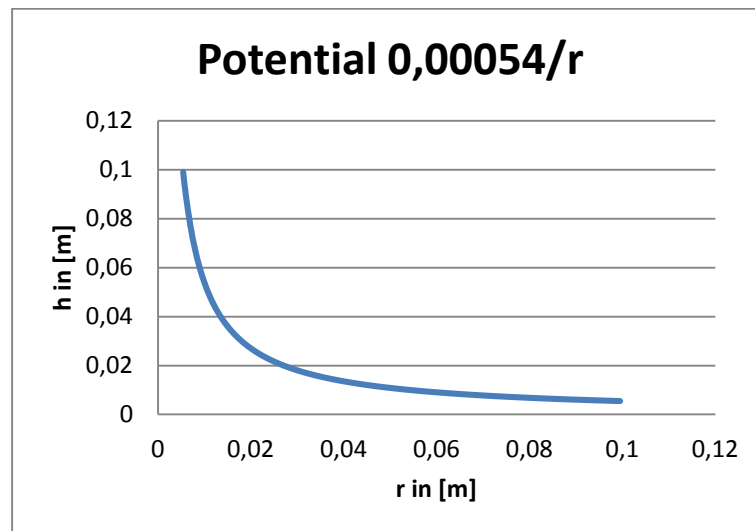
$$k = 0,54 \text{m}^2.$$

Die Höhenstruktur des Potentials ( $k/r$ ) sieht mit diesem Wert so aus:



<sup>34</sup> Vgl. Kuchling, 2007, p. 714.

Damit liegt das Potential weit außerhalb des Bereichs, in dem der Demonstrationsversuch realisiert werden kann (bei 20cm Radius muss es mehr als 2,5m hoch sein). Daher musste das Potential gedämpft werden. Für den Versuchsaufbau ist es nur noch 1/1000 so stark ( $k = 0,00054\text{m}^2$ ) wie es als genaues Analogon des Rutherfordversuchs sein müsste. Damit sieht es nun so aus:



Mit dieser Höhenstruktur sind wir im realisierbaren und handlichen Bereich. Aus technischen Gründen waren Höhe und Breite begrenzt. Der Graph gibt die Daten recht genau wieder. Der Durchmesser ist 19,9cm (Radius 9,95cm) groß. Die Höhe 9,99cm.

Durch die technische Begrenzung entsteht ein Problem: Das Potential macht einen Sprung. Dieser Sprung ist bei  $r = 9,95\text{cm}$  genau 0,543cm hoch. Die ihm entsprechende Energie müsste das Projektil vor seiner Ankunft am Potential bereits verloren haben. Das kann beispielsweise durch Reibung geschehen, wobei es aber sehr zufällig wäre, wenn sich die Energien genau entsprächen. Wir müssen also mit einer systematischen Abweichung rechnen.

### 3.2 Einfluss des Höhenpotentials und der rotierende Kugel

Ein weiterer Unterschied zum Rutherfordversuch liegt darin begründet, dass wir eine rollende Kugel auf das Potential zu laufen lassen. Das Projektil besitzt nicht nur reine Bewegungsenergie, sondern auch Rotationsenergie. Das muss in die Berechnung einfließen.

Die kinetische Energie der Kugel ist:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{J}{2}\omega^2.$$

$J$  ist das Trägheitsmoment und  $\omega$  die Phasengeschwindigkeit. Für eine Kugel gilt:<sup>35</sup>

$$J = \frac{2}{5} mR^2$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{\frac{2}{5} m R^2}{2} \left( \frac{v}{R} \right)^2 = \frac{7}{10} m v^2$$

oder in Zylinderkoordinaten

$$E = \frac{1}{2} m \left( \dot{r}^2 + \frac{2}{5} \dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \right) + V(r) = \frac{1}{2} m \left( \frac{7}{5} \dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \right) + V(r).$$

$\varphi$  wird ersetzt, die Gleichung nach  $dr/dt$  umgestellt und die Gleichung gleich 0 gesetzt, um die größte Annäherung des Projektils an das Target zu erhalten:

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{5}{7} \left[ \frac{2}{m} (E - V) - \frac{L^2}{m^2 r_0^2} \right]} = 0$$

$$E - V - \frac{L^2}{2m r_0^2} = 0.$$

Entsprechend werden die Ersetzungen durchgeführt:

$$A = \frac{rV}{2E}$$

$$\Rightarrow r_0^2 - 2A r_0 - \frac{L^2}{2mE} = 0.$$

Auch hier kann vereinfacht werden:

$$E = \frac{7}{10} m v^2$$

$$\frac{L^2}{2mE} = \frac{1}{2mE} \cdot (m v b)^2 = \frac{m^2 v^2 b^2}{2m \frac{7}{10} m v^2} = \frac{5}{7} b^2.$$

Eingesetzt in die  $p$ - $q$ -Formel erhält man

$$r_0 = -A + \sqrt{A^2 + \frac{5}{7} b^2}$$

---

<sup>35</sup> Vgl. Giancoli, 2006, p. 337.

$$\Rightarrow r_0 = -\frac{mgk}{2E} + \sqrt{\left(\frac{mgk}{2E}\right)^2 + \frac{5}{7}b^2}.$$

Die übrigen Schritte verlaufen analog zu Kapitel 2.2, so dass ich sie nicht im Einzelnen begründen werde.

$$\vartheta = \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{L}{mr^2}}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V) - \frac{L^2}{m^2 r^2}}}.$$

Mit der Umformung

$$L^2 = m^2 v^2 b^2 = \frac{10}{7} m \left( \frac{7}{10} m v^2 \right) b^2 = \frac{10}{7} m b^2 E$$

erhält man

$$\vartheta = \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{mvb}{mr^2}}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V) - \frac{10mb^2E}{7m^2r^2}}}$$

$$\Rightarrow \vartheta = \pi - 2 \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{\frac{vb}{r^2}}{\sqrt{\frac{2}{m}E \left[ 1 - \frac{V}{E} - \frac{5b^2}{7r^2} \right]}}$$

$$\Rightarrow \vartheta = \pi - 2b \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{1}{r^2 \sqrt{\frac{7}{5} \left[ 1 - \frac{V}{E} - \frac{5b^2}{7r^2} \right]}}$$

Ebenfalls wird die Gleichung umgestellt:

$$\frac{V}{E} = \frac{2A}{r}$$

$$\vartheta = \pi - 2 \sqrt{\frac{5}{7}} b \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{1}{r \sqrt{r^2 - 2Ar - \frac{5}{7}b^2}}$$

Das Integral ist analog zu dem des Coulombpotentials, wenn folgende Ersetzung durchgeführt wird:

$$\beta = \sqrt{\frac{5}{7}}b$$

$$\Rightarrow r_0 = -A \pm \sqrt{A^2 + \beta^2}$$

$$\Rightarrow \vartheta = \pi - 2\beta \int_{r_0}^{\infty} dr \frac{1}{r\sqrt{r^2 - 2Ar - \beta^2}}$$

Dieses Integral muss also auch das gleiche Ergebnis haben:

$$\vartheta = 2 \cos^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + A^2/\beta^2}} \right)$$

$$\vartheta = 2 \tan^{-1} \frac{A}{\beta}$$

$$\Rightarrow \beta = A \cot \frac{\vartheta}{2}$$

Durch Resubstitution erhält man:

$$\sqrt{\frac{5}{7}}b = A \cot \frac{\vartheta}{2}$$

Als Letztes wird nun das Höhenpotential eingesetzt:

$$V_{Pot} = mg \frac{k}{r}$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{\frac{7}{5}} \frac{rV}{2E} \cot \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{7}{20}} \frac{mgk}{E} \cot \frac{\vartheta}{2}$$

Diese Ablenkungen erwarten wir für die Streuungen einer rollenden Kugel an einem Höhenpotential.

## 4. Aufbau des Demonstrationsversuchs

Den Demonstrationsversuch habe ich weitgehend selbst gefertigt (alle Holzelemente, bis auf das Loch in der Spanplatte). Zwei Metallteile musste ich in der Universitätswerkstatt fertigen lassen. Das waren die Rampe und das Potential. Beide wurden genau nach meinen Plänen gebaut (unter ständiger Rücksprache der technischen Realisierbarkeit wegen). Dabei wurde vor allem darauf geachtet, dass der gesamte Aufbau bei guter Sichtbarkeit noch handlich bleibt. Er sollte auf einem normalen Tisch Platz finden und ohne allzu großen Aufwand zu heben sein. Die Materialien (Stahlkugeln, Aluminium, Sperrholz und Spanplatte) wurden möglichst kostengünstig gewählt.

### 4.1 Kugeln

In der Messung wurden zwei Kugeltypen verwendet. Von jedem Typ standen je fünf Kugeln zur Verfügung. Die Durchmesser waren für jede Kugel eines Typs gleich, doch ihre Massen wichen leicht von einander ab. Daher habe ich mit dem über die fünf Kugeln gemittelten Gewicht gerechnet.

	Durchmesser	Masse
Kugeltyp 1	15mm	13,5g
Kugeltyp 2	11,84mm	6,9g

Einige Messungen, wie zur Ermittlung der Reibung und der Hyperbelbahn, wurden nur mit der 15mm Kugel durchgeführt.



## 4.2 Rampe

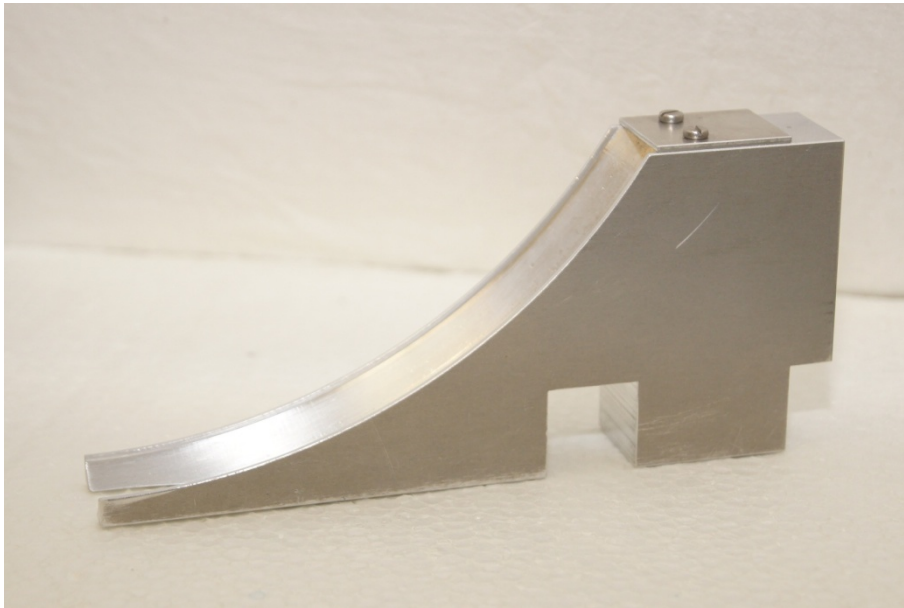


Abbildung 8: Rampe.

Die Rampe hat eine Höhe von 7cm bis zum Anschlag.<sup>36</sup> Die Länge ist 16cm. Die Ausfräsung beschreibt einen Kreis mit Radius 13,5cm außen und einen mit Radius 15cm innen. Sie umschließt einen Winkel von 90°. Ihr Zweck ist es, die Kugel trotz Beschleunigung, möglichst ohne Sprung auf die Grundplatte zu entlassen. Die Schwerpunkte der Kugeln befinden sich für die einzelnen Typen (wenn man sie gegen den Anschlag drückt) bei folgender Höhe:

Kugel	Höhe des Schwerpunkts
15mm	64mm
11,84mm	64,7mm

Die Rampe wird auf einem Messingquader verschoben:

---

<sup>36</sup> Mit einer höheren Rampe hätte man eine größere kinetische Energie der Kugeln und damit kleinere Ablenkungen – was für den Effekt der Demonstration nicht wünschenswert ist. Außerdem benutzen diese schnellen Kugeln das Potential als Schanze und hüpfen. Andererseits sind Kugeln mit zu geringen Energien anfällig für Störungen, Reibungsverluste und sonstige Fehler. Daher wurde die Höhe der Rampe auf den Wert festgelegt, bei dem die Kugeln gerade nicht mehr hüpfen.

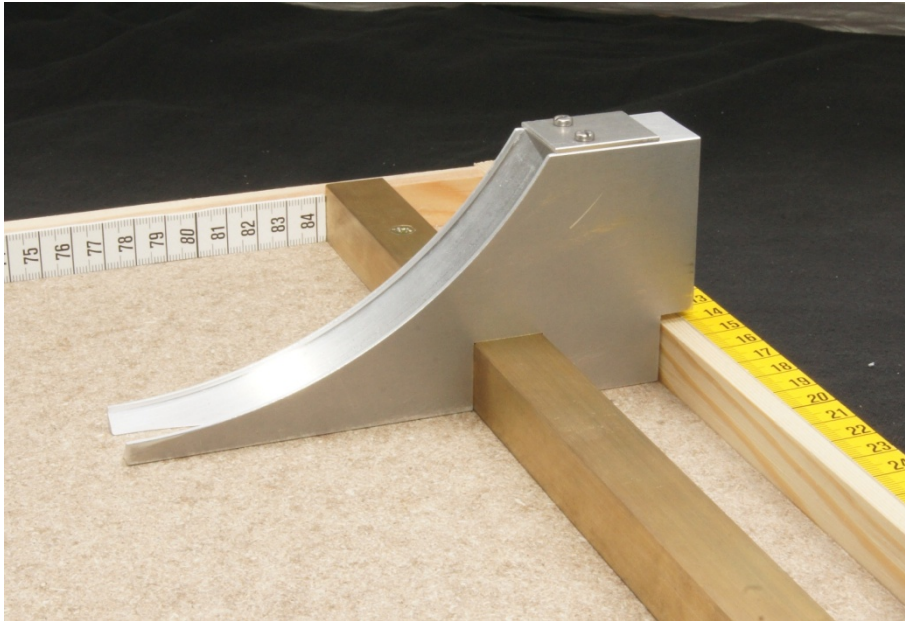


Abbildung 9: Die Rampe auf der Messingstange.

### 4.3 Potential

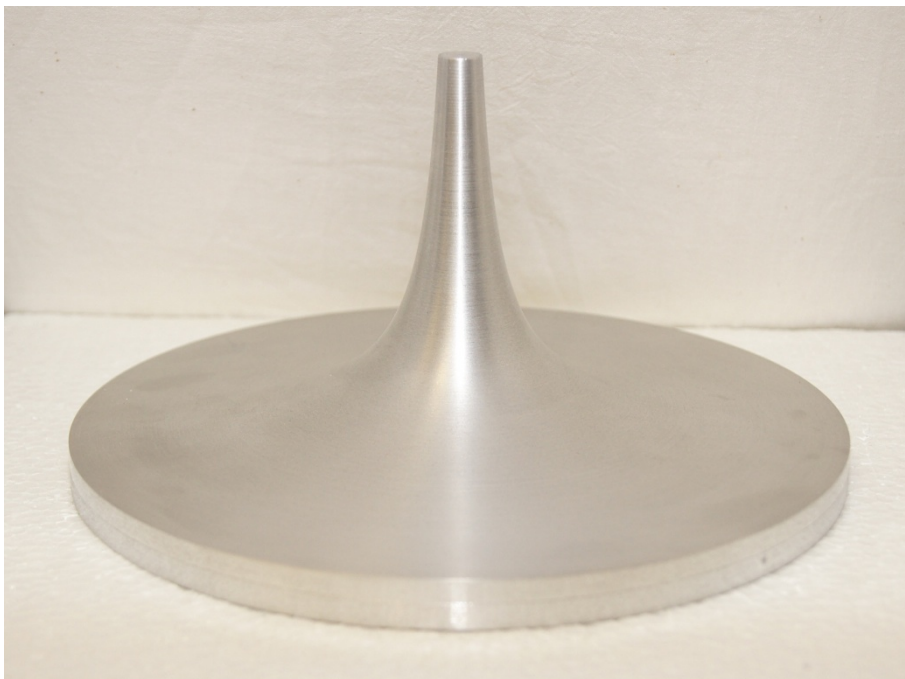


Abbildung 10: Potential.

Das Potential hat einen Durchmesser von 199mm. Aus technischen Gründen ist der „Sockel“ mit 12mm Höhe größer als der errechnete Sprung von 5,43mm (dem Potential fehlen trotzdem nur diese). Er wurde an die Dicke der Spanplatte angepasst. Das Potential ist aus Aluminium gedreht. Bei der Fertigung entstanden Riefen, die zunächst zwei Tage

mit der Hand abgeschliffen wurden und dann noch einmal in der Universitätswerkstatt nachpoliert wurden.

#### 4.4 Grundplatte

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Grundplatte aus Sperrholz, auf der die übrigen Elemente angebracht sind.



Abbildung 11: Grundplatte aus Sperrholz.

Auf diese Platte wird eine Spanplatte geleimt und ein Begrenzungsrahmen aus Massivholz geschraubt.

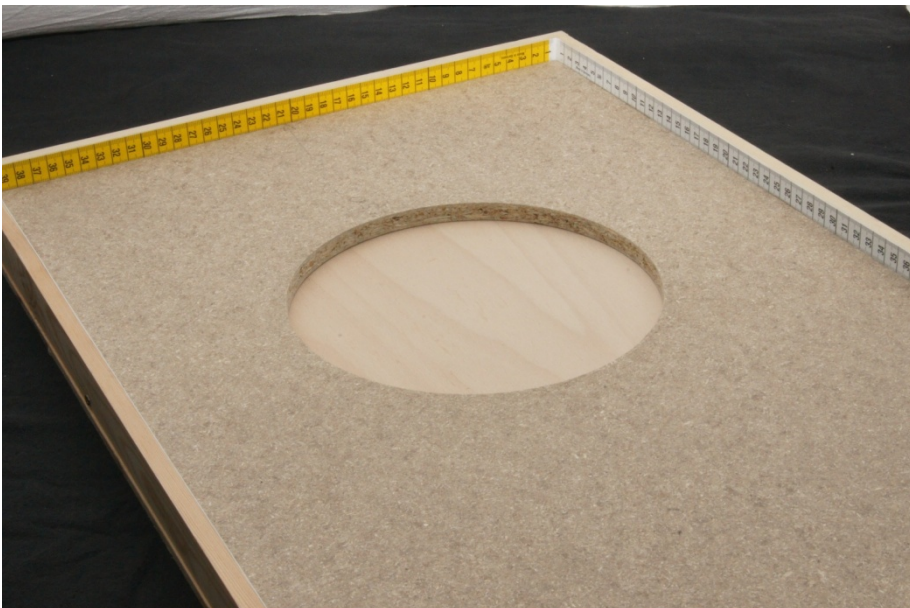


Abbildung 12: Sperrholzplatte, Spanplatte und Begrenzungsrahmen.

In die Spanplatte wird ein passendes Loch geschnitten, in das das Potential versenkt wird. Der Begrenzungsrahmen wird mit Maßbändern beklebt, um nachher die Ablenk-



winkel messen zu können. Dabei werden alle Seiten von innen beklebt, bis auf die Kopfseite, die von oben beklebt wird, um die Rampenposition besser ablesen zu können.



Abbildung 13: Mit Maßbändern innen beklebte Begrenzungsrahmen.

Insgesamt sieht der Versuchsaufbau wie folgt aus:



Abbildung 14: Versuchsaufbau.

Um später die Übersicht zu behalten, wird die Ablenkung der Kugel zur, wie auf diesem Bild zu sehen, rechten Seite hin, auch so bezeichnet. Außerdem wird die Verschiebung der Rampe vom rechten Rand aus gemessen (dem Maßband entsprechend), diese Achse habe ich provisorisch  $x$  genannt, die ihr gegenüberliegende  $y$ .

#### 4.5 Abdeckhaube

Sollte es didaktisch sinnvoll sein (siehe Kap. 7.2), kann das Potential verborgen werden. Dazu wurde eine Abdeckhaube gebaut, die über das Potential gestülpt werden kann ohne den Verlauf der Kugel zu behindern.

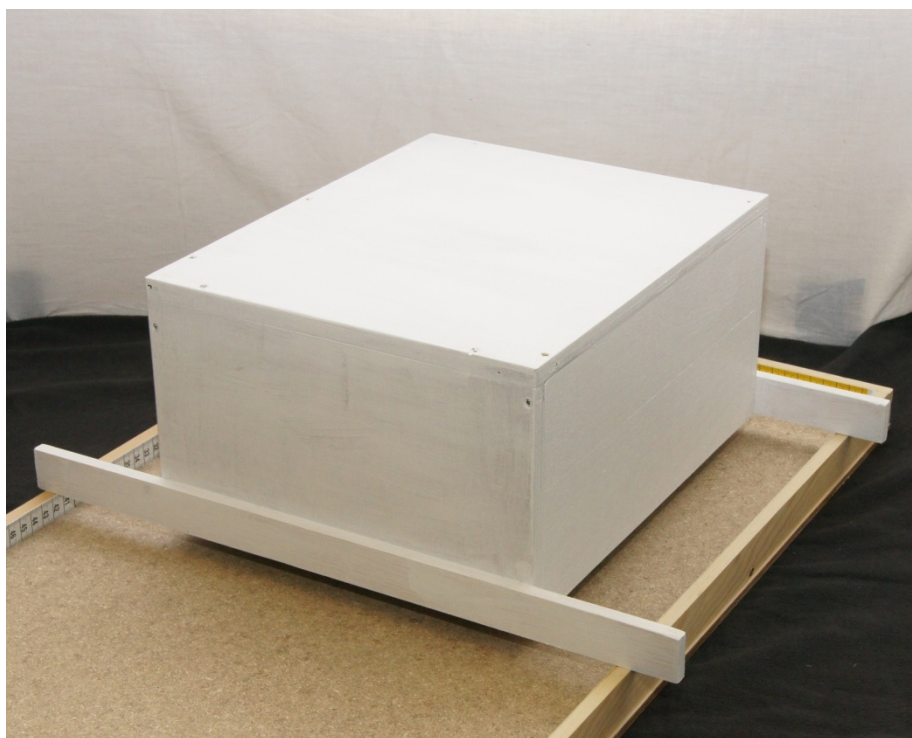


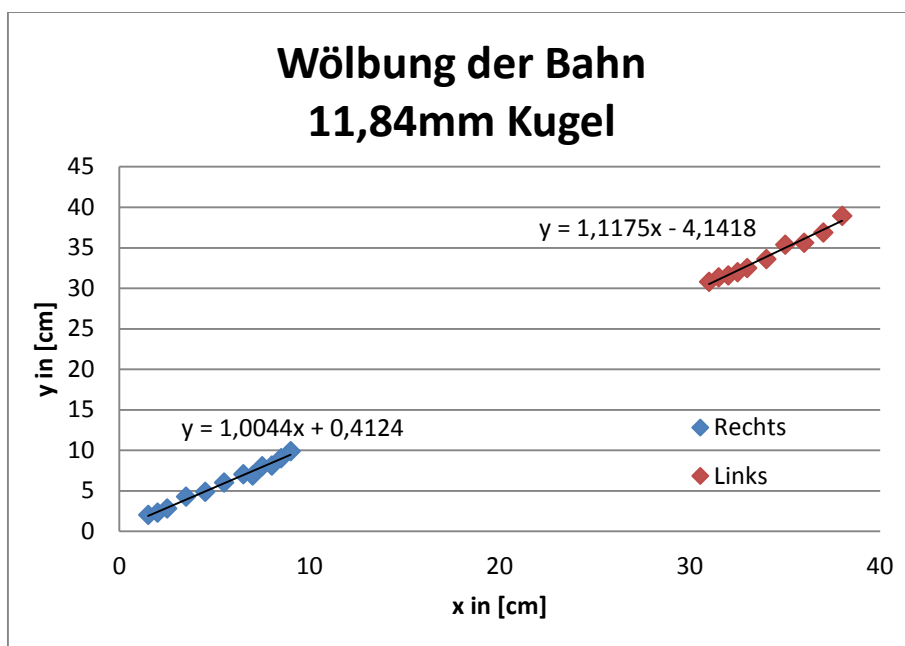
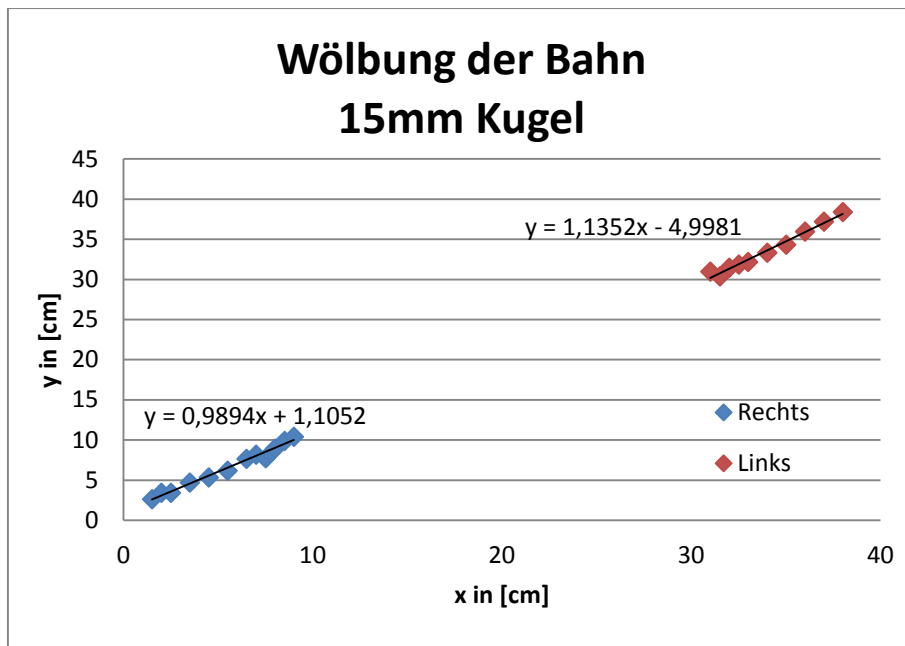
Abbildung 15: Abdeckhaube, über das Potential des Versuchsaufbaus gestülpt.

#### 4.6 Wölbung der Bahn

Ein Problem, wie es bei Naturprodukten wie Holz immer auftritt, sind die Unebenheiten der Bahn, die durch Dehnung, Feuchtigkeit, Stöße und Verarbeitung entstehen können.

Daher wurde die Bahn an der rechten und linken Seite (um das Potential herum) vermessen. Dazu wurde die Rampe auf eine  $x$ -Position eingestellt und die  $y$ -Position der ankommenden Kugel gemessen. Jede Rampeneinstellung wurde zehn Mal vermessen und daraus der Mittelwert gebildet. Bei einer optimalen Bahn, würde man keine Ablenkungen, also  $x = y$ , erwarten.

Die Ergebnisse sind:



Die Bahn ist also nicht ideal. Sie scheint gewölbt zu sein. Wie an den Formeln der Trendlinie zu sehen, scheint die rechte Seite eher nach links zu lenken (eher kleine Steigung, positiver y-Achsendurchgang) und die linke Seite eher nach rechts (eher große Steigung, negativer y-Achsendurchgang). Die Kugeln werden also immer ein wenig in die Mitte gelenkt. Je näher die Rampe auf die Mitte zu gerichtet ist, desto geringer sind die zu erwartenden, auf die Wölbung zurückzuführenden Ablenkungen.

## 4.7 Reibung der Bahn

Es treten auch Reibungsverluste auf, die die Kugelbahn beeinflussen. Diese wurden bei einer Aufnahme mit einer Hochgeschwindigkeitskamera gemessen.

Reibung ist wie folgt definiert:<sup>37</sup>

$$F_R = c_R F_N.$$

Hierbei ist  $c_R$  der Reibungskoeffizient. Mit den Definitionen der Kraft im Allgemeinen und der Normalkraft  $F_N$  im Besonderen, lässt sich der Reibungskoeffizient bestimmen:

$$\begin{aligned} F &= ma \\ F_N &= mg \\ \Rightarrow c_R &= \frac{F_R}{F_N} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}. \end{aligned}$$

Somit muss man nur die (negative) Beschleunigung  $a$  der Kugel messen, um im Verhältnis mit der Erdbeschleunigung  $g$  den Wert für die Reibung zu bestimmen.

Mit einer Hochgeschwindigkeitskamera wurde der gesamte Verlauf der Kugel bis hin zum Potential gefilmt und mit dem Programm Viana.Net<sup>38</sup> vermessen. Es bietet die Möglichkeit, einen farblich von der Umgebung unterschiedenen Gegenstand zu verfolgen. Leider war der Kontrast zwischen Kugel und Umgebung nicht groß genug, so dass der Verlauf per Hand nachgemessen werden musste. Das ist eine recht ungenaue Methode (die roten Kreise in Abbildung 16 geben die Markierungen der letzten Bilder an). Die so gesammelten Daten werden in einer Excel-Tabelle ausgegeben.

---

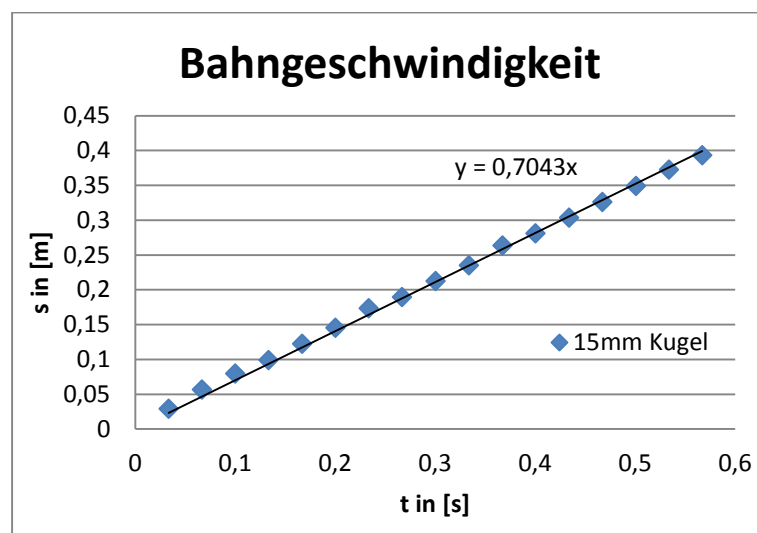
<sup>37</sup> Vgl. Kuchling, 2007, p. 104.

<sup>38</sup> Siehe <http://www.viananet.de/>; Zugriff am 21.12.2012.



Abbildung 16: Screenshot von Viana.NET mit dem verwendeten Video.

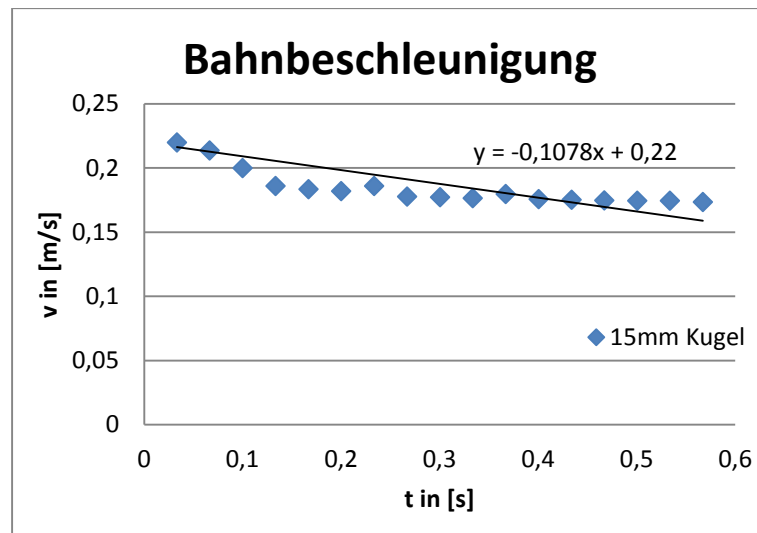
Da das Programm Viana.NET die erhöhte Bildanzahl pro Sekunde nicht erkannte, mussten die Zeiten vervierfacht werden (die Abstände zwischen den Bildern nahm Viana.Net mit 0,0333s an, bei 120 Bildern/s müssten sie 0,00833 betragen. Vermutlich arbeitet das Programm standardmäßig mit 30 Bildern/s). Da die Messmethode recht ungenau ist, wurden die zurückgelegte Strecke und die vergangene (angepasste) Zeit für einige Messwerte aufgetragen:



Aus der Steigung der Trendlinie sieht man, dass die Durchschnittsgeschwindigkeit 0,704m/s beträgt.



Für die Beschleunigung wurde die Geschwindigkeit für Intervalle von 0,0333 Sekunden gemittelt (was in Viana.Net 0,133s entspricht). Diese Geschwindigkeiten wurden dann über die Zeit aufgetragen, wobei der Schnittpunkt mit der y-Achse auf die Höhe des ersten Werts (0,22m/s) festgelegt wurde.



Man kann sehen, dass die Geschwindigkeit zwischen 0,05 und 0,15s einen Sprung macht. Wahrscheinlich wirkt zu Beginn teilweise noch Gleitreibung und geht dann in Rollreibung über. Als Beschleunigung kann man  $-0,108\text{m/s}^2$  ablesen. Eingesetzt in die Formel für den Reibungskoeffizienten ergibt das:

$$c_R = 0,011.$$

Diese Reibung bremst die Kugel auf der Strecke bis zum Potential.

## 5. Erwartungswerte für den Demonstrationsversuch

Um die Messwerte mit einer Erwartung vergleichen zu können, habe ich die idealen Ablenkungen errechnet. Da bei der Messung  $b$  eingestellt und  $\vartheta$  gemessen wird, stellen wir die Ablenkformel um:

$$b = \sqrt{\frac{7}{20} \frac{mgk}{E \tan \frac{\vartheta}{2}}}$$
$$\Rightarrow \tan \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{7}{20} \frac{mgk}{bE}}$$
$$\Rightarrow \vartheta = 2 \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{7}{20} \frac{mgk}{bE}} \right).$$

Von den einzusetzenden Werten muss die Energie errechnet werden, mit der die Kugel auf das Potential trifft. Das ist die Höhenenergie der Rampe, die sich in kinetische Energie wandelt und durch Reibung reduziert wird:<sup>39</sup>

$$E_{kin} = E_{h\_Rampe} = E_R.$$

Die Höhenenergie ist

$$E_{h\_Rampe} = mgh_{Schwerpunkt},$$

Die Energie, die durch Reibung verloren geht, ist

$$E_R = s c_R F_N = s c_R mg.$$

Hier ist  $s$  die Strecke, die die Kugel von der Rampe bis zum Potential mindestens zurücklegt. Da das Potential rund ist und somit die Kugel für jedes  $b$  eine andere Strecke zurücklegt, habe ich den kürzesten Weg angenommen, der bei  $b = 20\text{cm}$  liegt und  $s = 39,8\text{cm}$  lang ist.<sup>40</sup>

Hier noch einmal die Übersicht der einzusetzenden Werte:

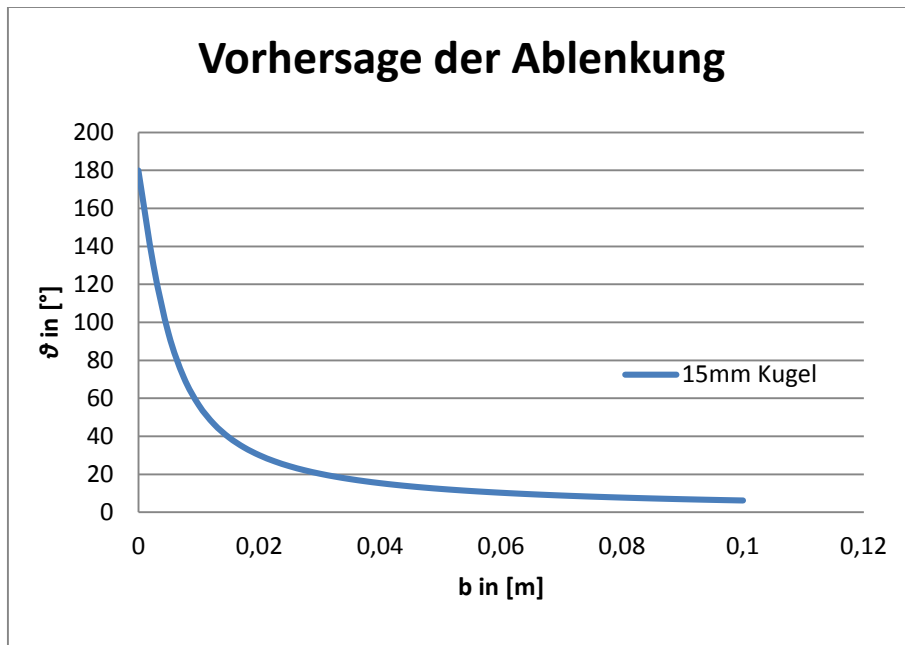
---

<sup>39</sup> Es wirken auch andere Verluste, die nicht ermittelt werden konnten. So z.B. die Reibung zwischen Kugel und Potential und die Kante zwischen Holz und Potential. Diese Fehler werden in Kapitel 6.1.3 diskutiert.

<sup>40</sup> Zwei Anmerkungen: 1. Die Reibungsenergie wird also für alle  $b \neq 0$  geringfügig größer sein. 2. Eigentlich gilt das ermittelte  $c_R$  nur für die 15mm Kugel, da der Reibungskoeffizient für diese bestimmt wurde. Doch da uns ein alternativer Wert fehlt, verwende ich ihn auch für die 11,84mm Kugel.

Kugel	$E_{h\_Rampe}$	$E_R$	$E_{kin}$	$m$	$k$	$g$
15mm	0,00849J	0,00058J	0,0079J	0,0135kg	0,00054m <sup>2</sup>	9,81m/s <sup>2</sup>
11,84mm	0,00438J	0,0003J	0,0041J	0,0069kg		

Trägt man die Kurve auf, so ergibt das folgenden Verlauf:



Für die 11,84mm Kugel ergibt sich ein sehr ähnlicher Verlauf. Das liegt an dem nur schwach abweichenden Verhältnis Masse/Energie. Faktisch ist der Verlauf so ähnlich, dass sich die Kurven überlagern, wenn sie in einer solchen Größe in einem Graphen dargestellt würden. Daher wurde auf eine gesonderte Darstellung verzichtet.

Da jedoch bei nicht-linearen Kurven ein aussagekräftiger Vergleich zwischen Vorhersage und Messung kaum möglich ist, habe ich eine der Achsen nach Kotangens normiert und dadurch einen linearen Verlauf erhalten:

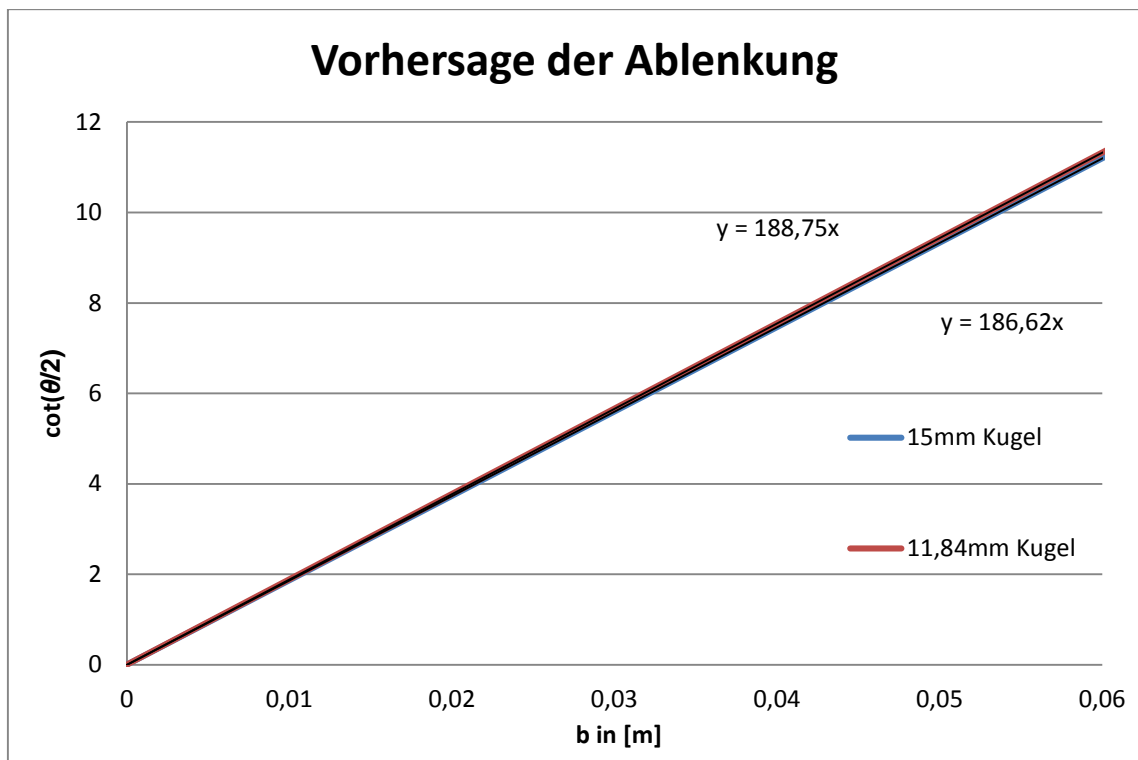
$$\tan \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{7}{20} \frac{mgk}{bE}}$$

$$\Rightarrow \cot \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{20}{7} \frac{E}{mgk}} b$$

$$\Rightarrow \cot \frac{\vartheta}{2} = Kb.$$

Alle Konstanten wurden als  $K$  zusammengefasst.

Das führt zu folgendem Graphen:



Für den Fall, dass die beiden Geraden nicht voneinander unterschieden werden können, sei gesagt, dass die 15mm-Kugel die geringere Steigung hat und die 11,84mm die höhere. Diese Geraden können mit denen der Messung verglichen werden. Die Steigungen entsprechen der Größe der Konstanten  $K$ .

## 6. Messung und Auswertung

Zwei Dinge können bei dem Demonstrationsversuch vermessen werden. Zum einen die Ablenkungsverteilung, auf die wir bisher hingearbeitet haben. Zum anderen kann auch überprüft werden, ob die Kugelbahn einer Hyperbel entspricht. Beides soll in diesem Kapitel geschehen.

### 6.1 Messen und auswerten der Streuung

Die Messung und Auswertung der Streuung war ein sehr umfangreiches Unterfangen, das nun beschrieben werden soll.

#### 6.1.1 Methodik

Nachdem der Versuchsaufbau auf einem Tisch gelagert und mit einer Wasserwaage eben gestellt wurde, wurden mit den zwei bereits erwähnten Kugeltypen zwei Messreihen aufgenommen. Dazu wurde die Rampe auf eine bestimmte Position (Stoßparameter) eingestellt und jeder Murmeltyp zehn Mal gemessen. Die Orte, an denen sie an die Bande stießen, wurden notiert

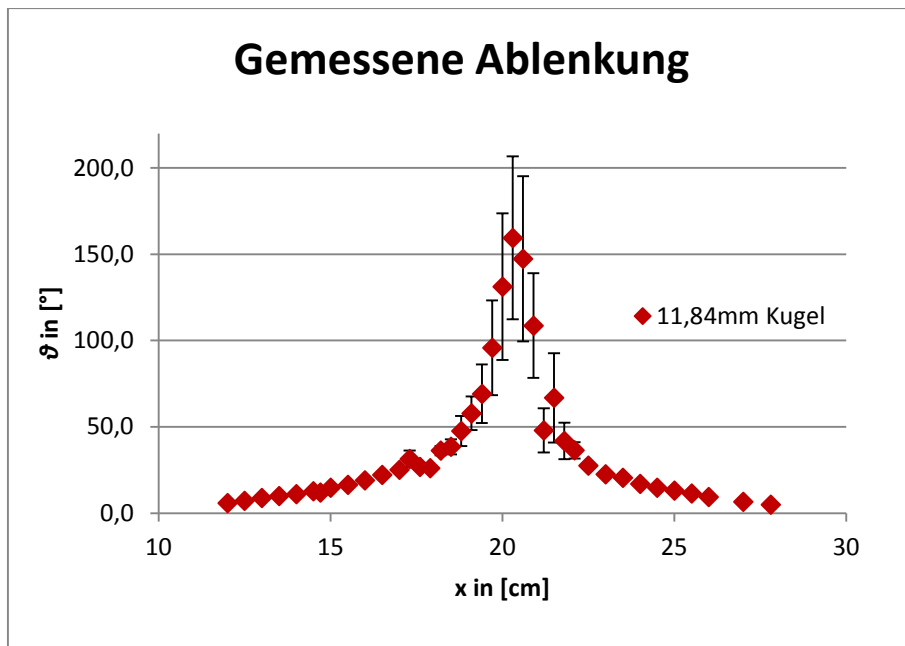
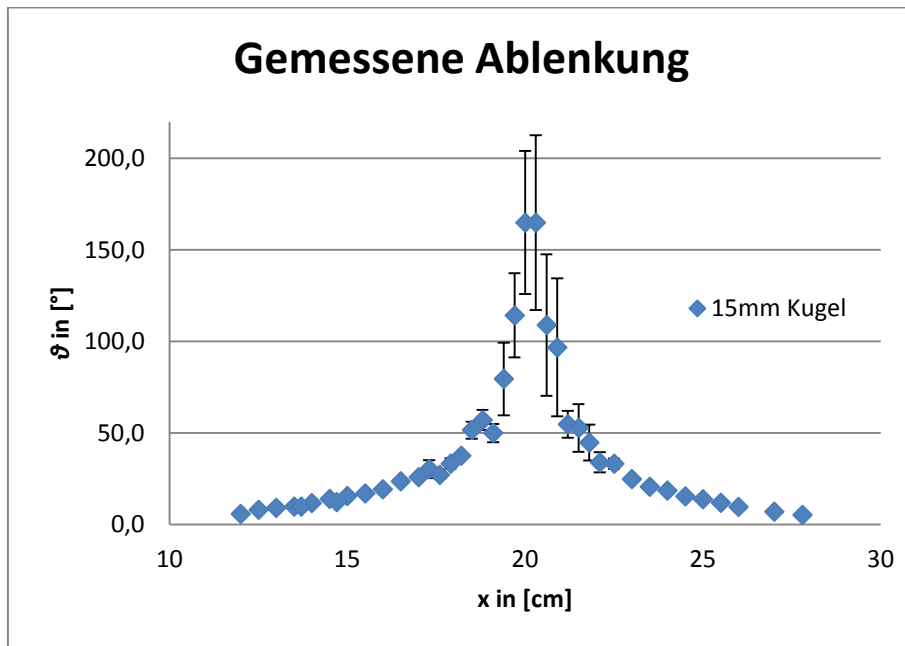
Diese Messorte wurden in Werte für  $\vartheta$  umgerechnet. Auf diese Weise waren für jede Rampenposition zehn Werte für den Ablenkwinkel vorhanden. Aus ihnen wurde der Mittelwert gebildet. Als Fehler nahm ich die durchschnittliche Abweichung vom Mittelwert an.<sup>41</sup> Eigentlich kann es keine Werte für  $\vartheta > 180^\circ$  geben. Doch bei sehr großen Ablenkungen (nahe  $b = 0$ ) kam es oft vor, dass die Kugel sowohl zur „rechten“ als auch zur „linken“ Seite des Potentials hin gestreut wurde. In diesen Fällen wies ich der Seite die  $180^\circ$ -Streuung zu, zu der zahlenmäßig häufiger gestreut wurde. Die Werte, die sich aus der Streuung zur anderen Seite hin ergaben, waren also  $>180^\circ$ . Doch der sich aus allen zehn Werten ergebene Durchschnittswert lag immer unter  $180^\circ$ .

#### 6.1.2 Ergebnisse der Messung

Zunächst trage ich die Werte unter  $x$ , der Verschiebung der Rampe vom rechten Rand, auf:

---

<sup>41</sup> Zur Aussagekraft der Fehlerbalken: Sie geben nur die Genauigkeit des Messwertes an. Aufgrund der kürzeren Verweildauer auf dem Potential bei großen  $b$  vergrößern sich auch die Abweichungen von der Vorhersage. Doch diese können nicht mit Sicherheit ermittelt werden.



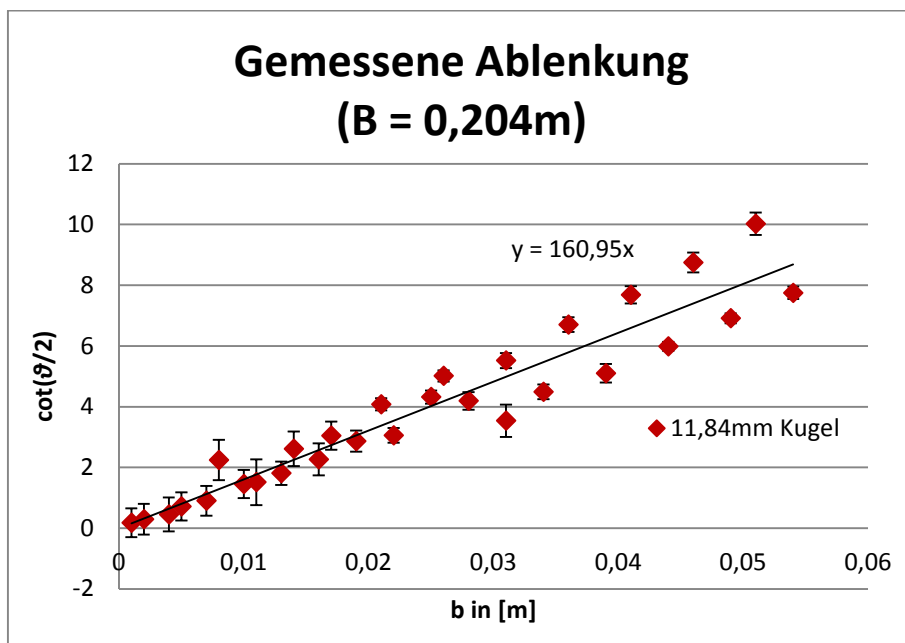
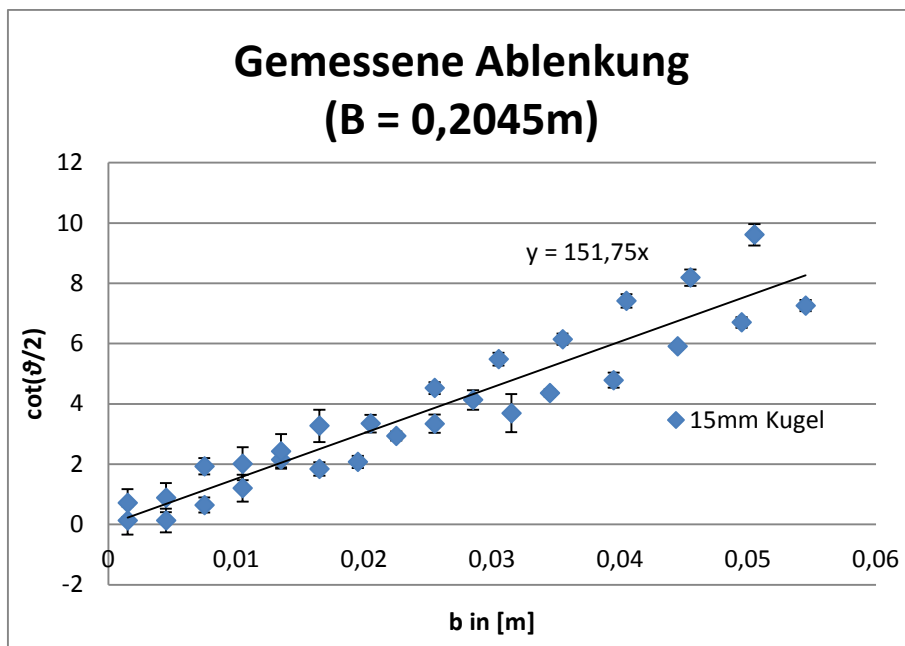
Wie zumindest bei der 15mm Kugel zu sehen, liegt der Maximalwert für  $\vartheta$  nicht zwangsläufig bei  $x = 20\text{cm}$  (bei der 11,84mm Kugel sind die Fehler auch so groß, um eine solche Annahme unterstützen zu können). Daher habe ich, um die Position von  $b = 0$  bestimmen zu können, einen Wert  $B$  festgelegt. Von  $B$  wurden dann die einzelnen Werte für  $x$  abgezogen, das ergab vorläufige  $b$ -Werte:

$$b = |B - x|.$$

Diese wurden dann in einem Graphen aufgetragen, dessen  $y$ -Achse  $\cot(\vartheta/2)$ -konfiguriert war. Indem ich  $B$  immer mehr veränderte, erhielt ich verschiedene Trendlinien. Ich wähl-

te jeweils das  $B$ , für das die Trendlinie möglichst nah am Achsenschnittpunkt verlief (der Durchgang war jeweils bei +0,0023 und wurde dann auf 0 gesetzt).

Auf diese Weise erhielt ich für die 15mm Kugel einen optimalen Wert von  $B = 20,45\text{cm}$  und für die 11,84mm Kugel  $B = 20,4\text{cm}$ . Es wurden nur Werte von maximal 5,5cm für  $b$  aufgetragen. Für größere  $b$  werden Abweichungen von den Erwartungswerten immer größer. Das liegt an der technischen Form des Potentials: Je weiter entfernt vom Zentrum die Kugel auf es trifft, desto „geringere Zeit“ verbringt es auf ihm – der Fehler steigt.



Hier ist sehr gut zu erkennen, dass die Abweichungen von der Regression ab ca. 3cm immer größer werden. Dennoch mussten diese Werte als „Stabilisatoren“ beibehalten

werden, da ansonsten das Bestimmtheitsmaß für die Trendlinien sehr klein werden würde.

### 6.1.3 Vergleich zur Vorhersage

Wie aus den Steigungen der Regressionsgeraden zu sehen, liegen die Werte für  $K$  deutlich unter den theoretischen Vorhersagen ( $K$  wird ohne Einheiten angegeben).

Kugel	$K$ gemessen	$K$ theoretisch	$K$ Differenz
15mm	151,75	186,62	34,87
11,84mm	160,95	188,75	27,8

Die Konstanten  $K$  sind also in den Messungen ca. 30 Einheiten kleiner. Das kann verschiedene Gründe haben. So wurden etwaige Reibungen etc. an dem Potential und auch der Rampe (wo die Stahlkugel auf Aluminium trifft) nicht ermittelt und konnten daher auch nicht in die theoretische Berechnung einfließen. Auch kann der Potentialsprung eine Rolle spielen. Rechnet man die durch Reibung verlorene Energie aus (vgl. Kap. 4.7), so erhält man eine entsprechende Höhe:

$$E = mgh$$

$$E_R = s c_R mg$$

$$h = \frac{E_R}{mg} = \frac{s c_R mg}{mg} = s c_R$$

und mit den in Kapitel 4.7 ermittelten Werten:

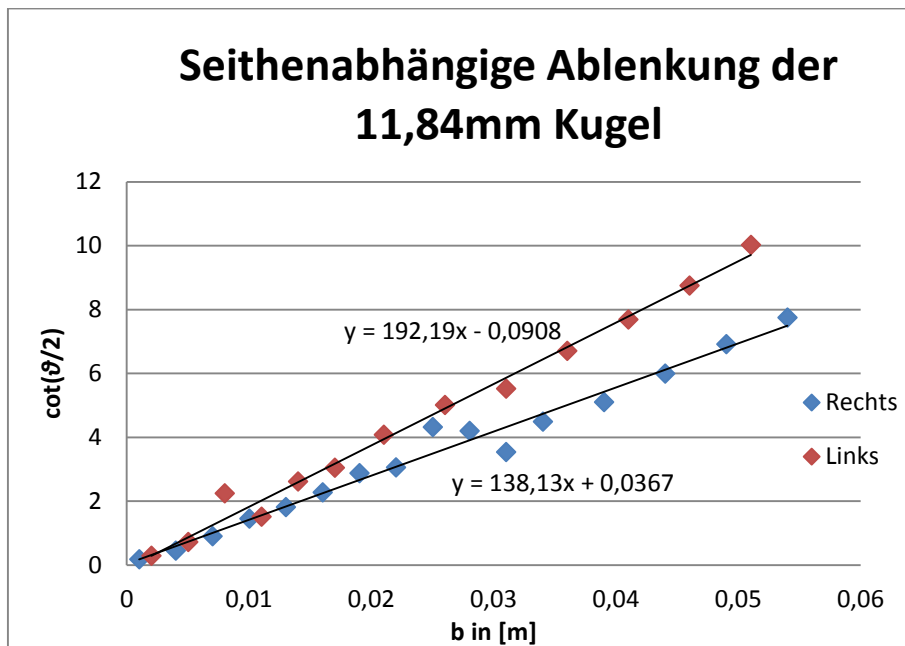
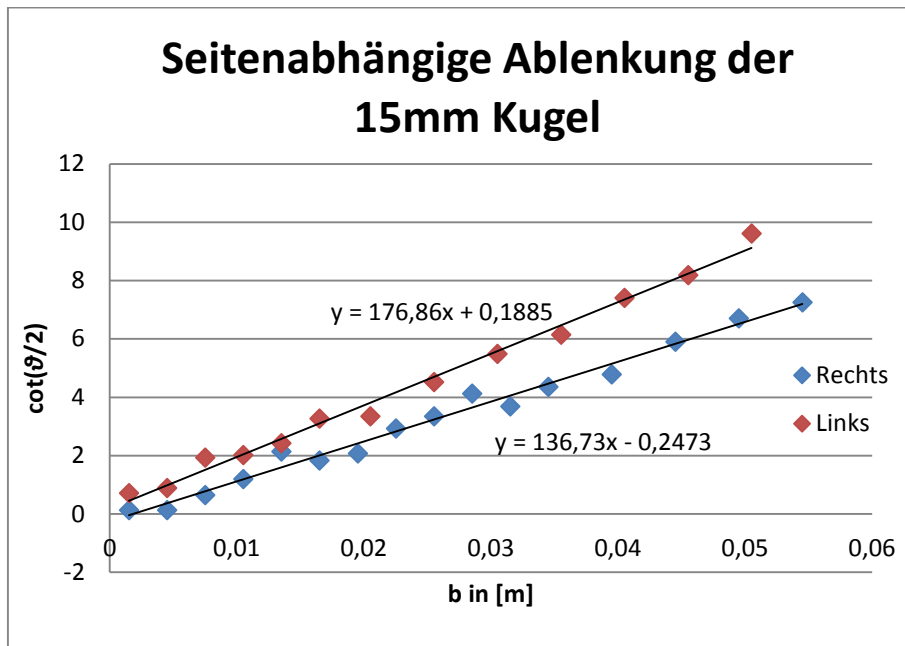
$$h = 4,38mm.$$

Der 5,43mm hohe Potentialsprung wird also nicht vollständig ausgeglichen, doch wird sein Einfluss reduziert.

An der gleichen Stelle ist die Holzbahn-Alupotential Kante, die die Kugel auch überwinden muss. Die Bahn ist hier nicht stetig – es kommt zu einer (wenngleich fürs Auge unmerklichen) „Kollision“. Hier kann Energie verloren gehen.

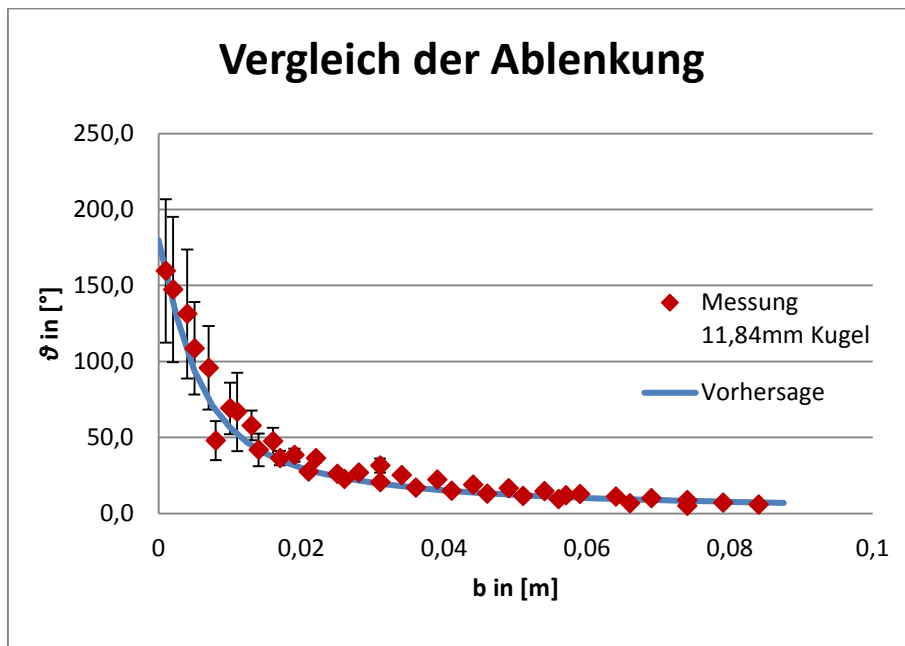
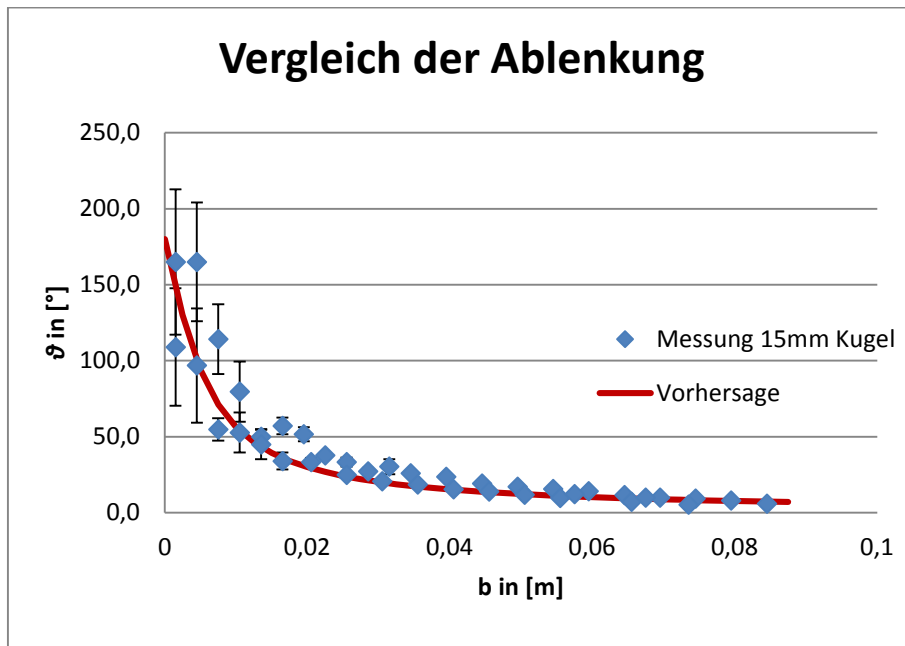
Jedoch können diese Fehlerquellen die Differenz anscheinend nicht voll erklären. Das merkt man, wenn man Regressionsgeraden für die rechte und linke Seite des Aufbaus getrennt angibt (Fehlerbalken wurden weggelassen):





Während die rechte Seite für beide Kugeltypen sehr stark abweicht, nähert sich die linke der Vorhersage an ( $K$  Differenz für 15mm nur noch rund -10 und für 11,84mm sogar knapp +3,5 Einheiten). Es scheint, dass ein großer Teil des Fehlers in der Wölbung der Bahn begründet liegt, wobei die rechte Seite das Resultat besonders verfälscht.

Trotzdem sieht man, wenn man die Werte ohne konfigurierte  $y$ -Achse aufträgt, dass der Verlauf dem der Vorhersage ähnlich ist:



## 6.2 Messen und auswerten der Hyperbelbahn

Im Rutherfordstreuversuch bewegt sich das  $\alpha$ -Teilchen auf einer Hyperbelbahn.<sup>42</sup> Die Kugel in unserem Streuversuch sollte sich (wenn man von oben drauf sieht) auch auf einer Hyperbelbahn bewegen.

<sup>42</sup> Vgl. Meschede, 2006, p. 702.

Eine Hyperbel ist, wenn sie sich an den Achsen spiegelt und sich das Hyperbelzentrum im Achsennullpunkt befindet (in Abbildung 17 ist das Hyperbelzentrum nicht im Nullpunkt), so definiert:

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1.$$

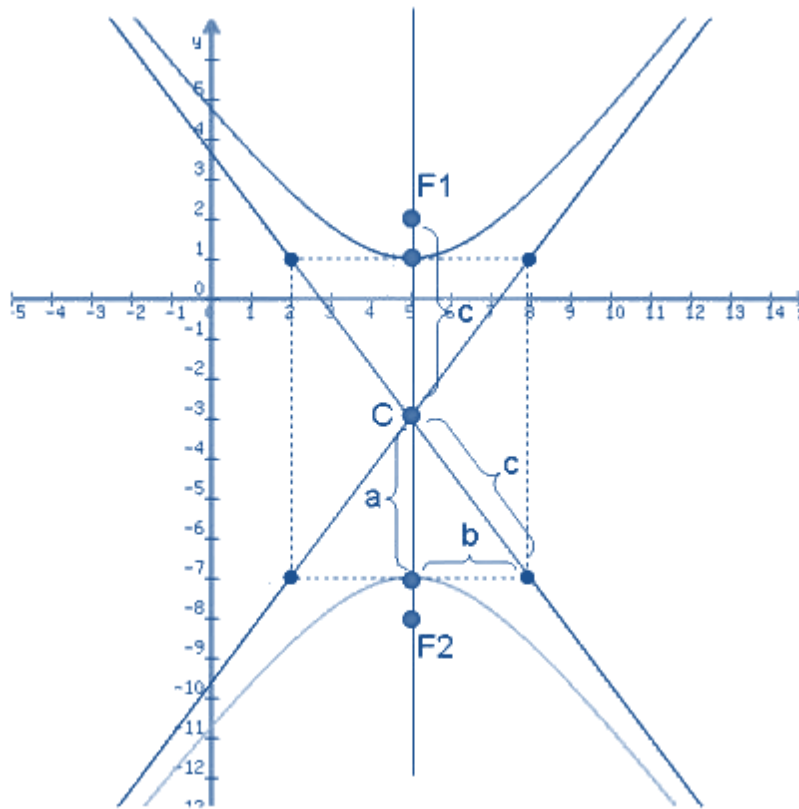


Abbildung 17<sup>43</sup>: Vom Nullpunkt verschobene Hyperbel – ihr Zentrum liegt in C. Die Asymptoten sind eingezeichnet.  $a$  ist der Abstand des Scheitelpunkts zum Nullpunkt und  $b$  (nicht zu verwechseln mit dem Stoßparameter) hängt von  $a$  wie folgt ab:

$$a \tan \alpha = b.$$

Dabei ist  $\alpha$  der Schnittwinkel zwischen den Asymptoten der Hyperbel und der y-Achse.

Ob der Verlauf der Kugel einer Hyperbel entspricht wird nun überprüft.

---

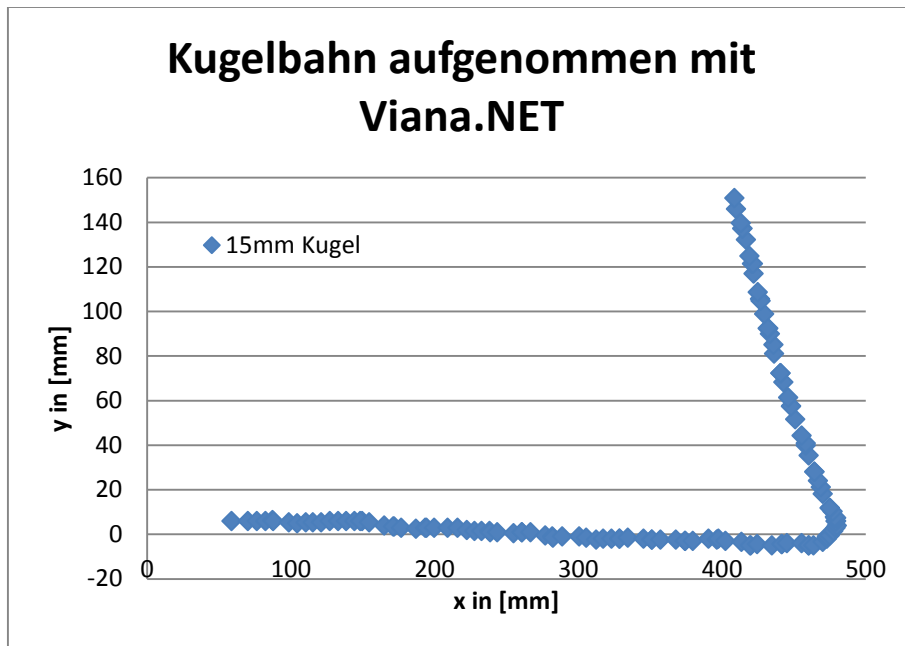
<sup>43</sup> Entnommen: <http://theo.x10hosting.com/examples/Hyperbola/Hyperbola3.jpg>; Zugriff am 29.01.2013; die Grafik wurde bearbeitet und angepasst.

### 6.2.1 Methodik

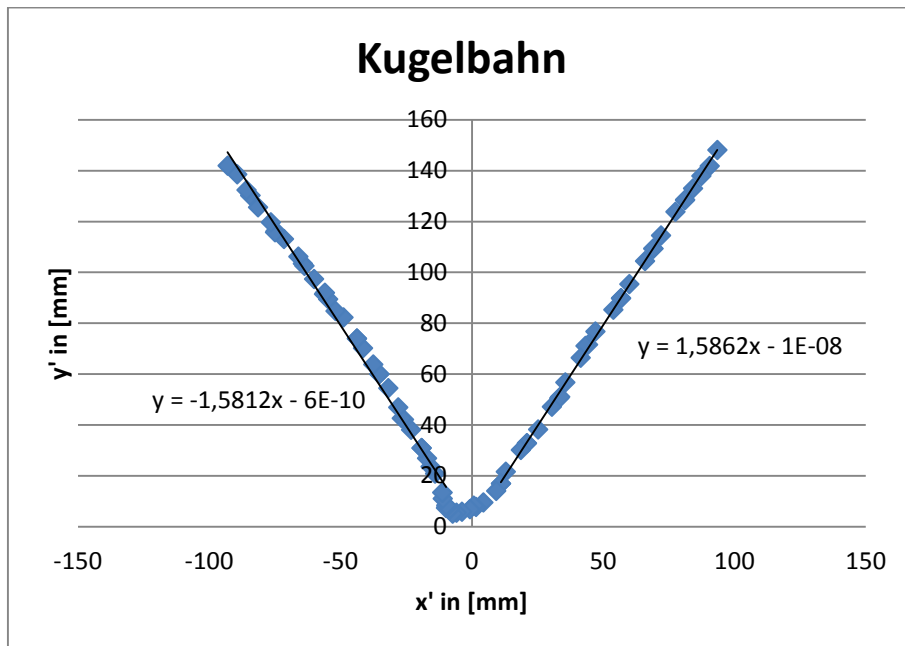
Der Verlauf einer Kugel wurde mit einer Hochgeschwindigkeitskamera, mit 120 Bildern pro Sekunde aufgenommen. Dieses Video wurde mit dem Programm Viana.NET (siehe Kapitel 4.7) ausgewertet.

### 6.2.2 Ergebnisse der Messung

In einem Graphen aufgetragen wurden folgende Daten gesammelt (Nullpunkt ist das Ende der Rampe):



Diese Daten wurden nun so gedreht und gespiegelt, dass sie möglichst symmetrisch um der  $y'$ -Achse liegen ( $x \rightarrow x'$ ,  $y \rightarrow y'$ ; die Werte der Kugelbahn, die vor dem Potential aufgenommen wurden, entsprechen nun den positiven  $x'$ -Werten, die die nach dem Potential aufgenommen wurden den negativen  $x'$ -Werten). Dabei wurden nur die Werte berücksichtigt, die zwischen  $x = 305\text{mm}$  und  $x = 480\text{mm}$  liegen.



Die Werte wurden so verschoben, dass die Asymptoten (hier durch Trendlinien dargestellt) möglichst nah durch den Nullpunkt des Graphen gehen. Wie man erkennen kann, sind die Steigungen vom Betrag her unterschiedlich, daher haben wir es nicht mit einer idealen Hyperbel zu tun. Doch um die gemessene Hyperbel mit einer idealen vergleichen zu können brauchen wir den Schnittwinkel  $\alpha$  und den Abstand zum Scheitelpunkt  $a$ .

Der Schnittwinkel lässt sich aus den Steigungen  $m$  der Trendlinien bestimmen.

Da folgendes gilt

$$m = \frac{\Delta y'}{\Delta x'}$$

und wir die Größe von  $m$  ablesen können, können wir den Wert für  $\Delta y'$  ersetzen:

$$\Delta y' = m \Delta x'.$$

Somit können wir auch den Winkel mit  $\Delta x'$  und  $\Delta y'$  berechnen, wobei  $\Delta y'$  die Ankathete ist:

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x'}{\Delta y'} = \frac{\Delta x'}{m \Delta x'} = \frac{1}{m}$$

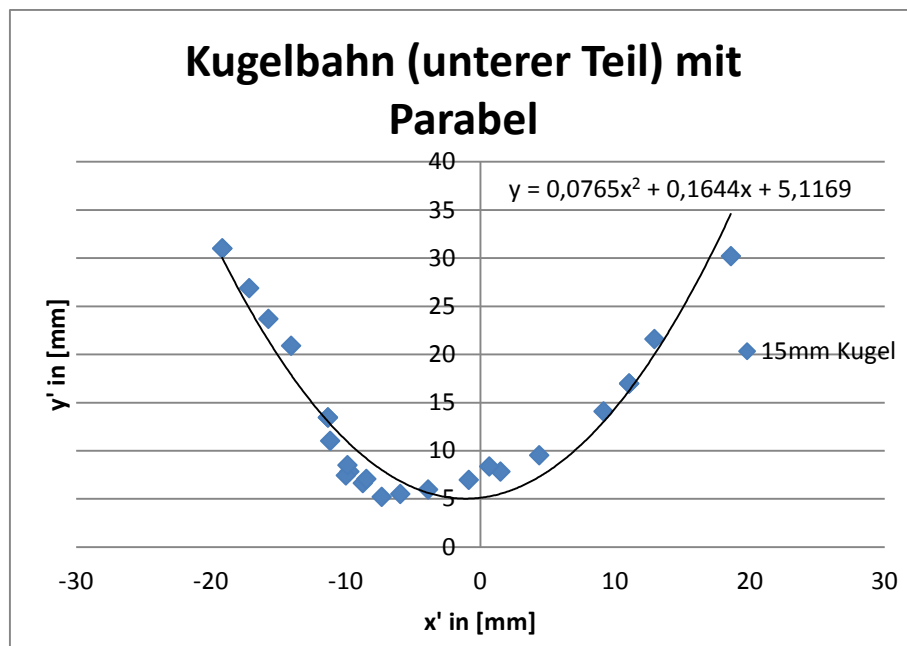
$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left| \frac{1}{m} \right|.$$

Der Betrag wurde eingeführt, da das Vorzeichen von  $m$  keine Rolle spielt. Da wir zwei unterschiedliche Steigungen haben, mitteln wir die Werte.

	$ m $	$\alpha$
Steigung 1	1,5812	32,310°
Steigung 2	1,5862	32,229°
Mittelwert	1,5837	32,270°

Wir nehmen also für das  $\alpha$  der idealen Hyperbel 32,27° an.

Es fehlt noch der Wert für den Scheitelpunkt. Dafür betrachten wir nur die unteren Datenpunkte und nähern sie durch eine Parabel an:



Diese Parabel schneidet die  $y'$ -Achse bei  $y' = 5,117\text{mm}$ .<sup>44</sup> Diesen Wert setzen wir mit  $a$  gleich. Auch wenn es tiefer liegende Messwerte gibt, so scheinen sie stark abzuweichen und sind wohl eher auf den Kontakt zwischen Stahlkugel und Alupotential zurückzuführen.

Damit können wir  $b$  bestimmen:

$$b = 3,231\text{mm}.$$

### 6.2.3 Vergleich mit einer idealen Hyperbel

Nun können wir die ideale Hyperbel darstellen. Nach  $y'$  umgestellt lautet die Hyperbelgleichung:

---

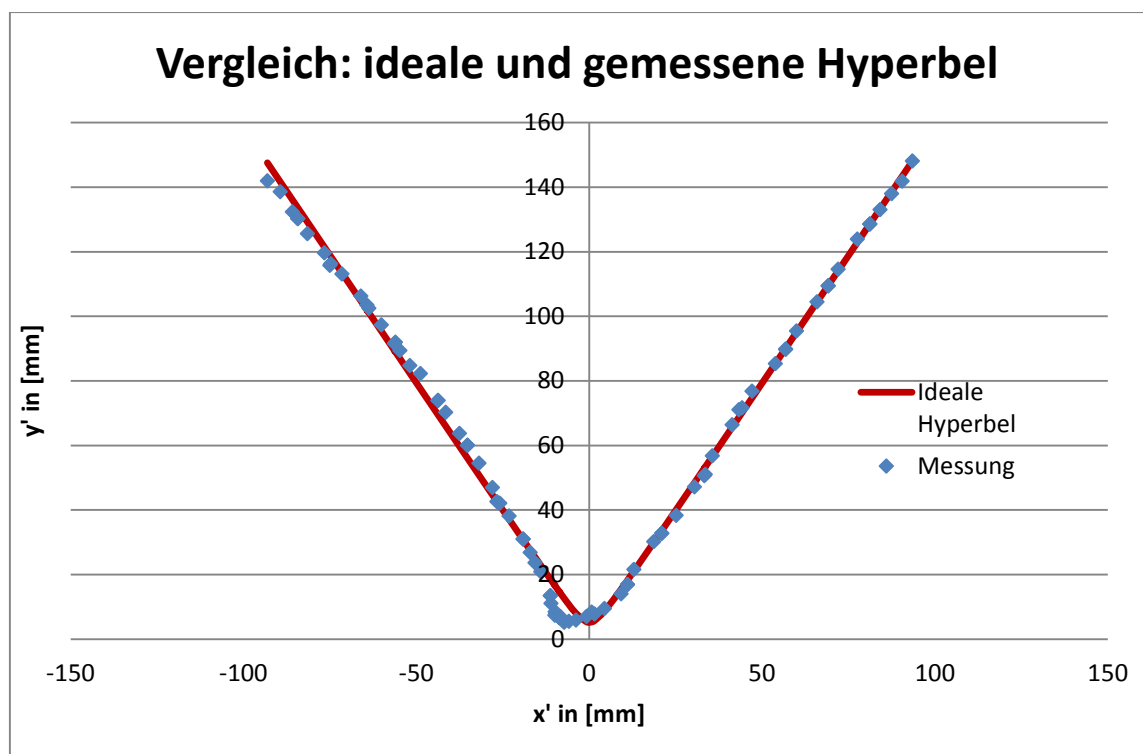
<sup>44</sup> Dies ist nicht der Minimalwert, doch der liegt bei  $x' = -2,149\text{mm}$  und ergibt ein  $y'$ , dass auf die gleiche Anzahl von Nachkommastellen gerundet gleich dem  $y'$ -Achsenübergang ist.

$$y' = \sqrt{\frac{a^2 x'^2}{b^2} + a^2}.$$

Noch einmal die Konstanten im Überblick:

	$a$	$b$	$\alpha$
Ideale Hyperbel	5,117mm	3,231mm	32,27°

Damit kann man nun die Abweichungen der gemessenen von der idealen Hyperbel sehen:



Hier kann man sehr gut erkennen, dass die Kugelbahn auf dem Weg zum Potential (positive  $x'$ -Werte) einer Asymptote sehr nahe kommt. Doch im Potential (kleine  $y'$ -Werte) gibt es erhebliche Abweichungen, die, wie bereits gesagt, wohl von den unterschiedlichen Materialien herrühren, aus denen Kugel und Potential gemacht sind. Und nachdem die Kugel das Potential hinter sich gelassen hat (negative  $x'$ -Werte), scheint sie durch eine Wölbung zu rollen – auch wenn man die Daten durchaus als Asymptote interpretieren kann, ist der Bogen zu erkennen.

### 6.3 Fazit zur Auswertung

Der Versuchsaufbau hat, als getreue Analogie des Rutherfordexperiments, erhebliche Mängel. Doch sind die wichtigsten Elemente, wie die Abhängigkeit zwischen Stoßparameter und Ablenkwinkel und die Hyperbelform der Kugelbahn, erkennbar. Auch wurden einige Parameter (wie der Potentialkoeffizient  $k$ ) viel genauer bestimmt, als in Anbetracht der Ungenauigkeiten des Aufbaus nötig gewesen wäre. Doch für eine zumindest qualitative Orientierung im Schulunterricht scheinen die Ergebnisse ausreichend zu sein.



## 7. Didaktische Anwendung

Ich beschränke mich hier auf Anregungen zu dem Einsatz des Demonstrationsversuchs in der Oberstufe.

### 7.1 Abhandlung der Rutherfordstreuung in Schulbüchern

Zunächst will ich einen kurzen Überblick darüber geben, welche Themen bezüglich der Rutherfordstreuung in Schulbüchern erwähnt werden:

Schulbuch	Experiment wird erklärt	Mechanisches Analogon wird erwähnt	Streuung wird interpretiert	Kerngröße wird mit Rechnung angenähert
Dorn/Bader <sup>45</sup>	x		x	x
Cornelsen <sup>46</sup>	x		x	
Kuhn <sup>47</sup>	x	x	x	x
Oldenburg <sup>48</sup>	x	(x)	x	

Eine Gemeinsamkeit zwischen den Lehrwerken ist die durchgängige Erklärung und Interpretation des Streuversuchs. Rutherfords Ergebnisse werden also für wichtig gehalten und sind eine Behandlung im Unterricht wert, wenn auch der Raum, den die Ausführungen zum Versuch einnehmen, von Buch zu Buch variiert.

Von den untersuchten Schulbüchern arbeiten nur der Dorn/Bader und der Kuhn mit den Ergebnissen<sup>49</sup> des Versuchs. Wobei letzterer die am besten zu dem Demonstrationsversuch passenden Ausführungen macht. Der Oldenburg bietet ausführliche Erläuterungen, ein elektrostatisches Analogon und vielfältige Aufgaben, doch berechnet er den Kernradius nicht anhand der Ergebnisse des Rutherfordexperiments. Der Cornelsen gibt nur einen knappen Überblick über das Rutherford'sche Atommodell.

Die Rechnung, die Dorn/Bader und Kuhn angeben, gibt eine obere Schranke für die Kerngröße bei 180°-Streuung an. An dieser Stelle muss die kinetische Energie des  $\alpha$ -Teilchens gleich der Coulombenergie des Goldatoms sein:

---

<sup>45</sup> Vgl. Dorn, 2010, pp. 388-389.

<sup>46</sup> Vgl. Diehl, et al., 2008, pp. 330-331.

<sup>47</sup> Vgl. Kuhn, 2000, pp. 352-353.

<sup>48</sup> Vgl. Hammer, et al., 2002, pp. 30-34.

<sup>49</sup> Mit Ergebnissen meine ich, dass nach dem Rutherfordstreuexperiment klar ist, dass ein Atom über einen Kern verfügt, der ein Coulombpotential besitzt. Damit wird erst 180°-Streuung möglich.

$$E_{kin} = E_C.$$

Durch Einsetzen der Formel für die Coulombenergie schreibt man

$$E_{kin} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_A q_B}{r}$$

und löst nach  $r$  auf:

$$r = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_A q_B}{E_{kin}}.$$

Auch wenn bei den im Experiment üblichen kinetischen Energien des Projektils die Annäherung an den Kern immer noch deutlich größer ist als der Kernradius selbst, so macht diese Rechnung dennoch die kleinen Dimensionen des Kerns klar.

## 7.2 Einsatz des Demonstrationsversuchs im Unterricht

Nachdem im Unterricht einleitend verschiedene frühe Atommodelle (zumindest das Thomson'sche, denn sonst verliert das Rutherford'sche seinen revolutionären Charakter) besprochen wurden, kann der Demonstrationsversuch zum Einsatz kommen. Ich schlage folgende Vorgehensweise vor.

Der Demonstrationsversuch wird mit verdecktem Potential aufgebaut (siehe Abbildung 15). Die Schüler können nun für verschiedene Rampeneinstellungen die Ablenkwinkel messen. Dabei muss natürlich auf die fehlende Genauigkeit des Versuchs hingewiesen werden. Doch werden die Schüler wohl von alleine merken, dass die Ablenkungen zum Potential hin immer größer werden, und die kleinen Ablenkungen an den Seiten des Demonstrationsversuchs unerheblich sind.

Nun kann eine Klassendiskussion folgen, was sich unter der Abdeckhaube verbirgt. Auch wenn die genaue Form des Potentials natürlich nicht erarbeitet werden kann, so lässt sich doch hoffen, dass die Schüler und Schülerinnen das Potential qualitativ beschreiben (im Sinne von kreisförmig, zur Mitte hin stärker werdend, usw.). Ansonsten muss die Lehrperson mit Hinweisen die Diskussion lenken.

Ob das Potential offenbart werden soll oder nicht, ist der Lehrperson überlassen. Doch kann nun die Brücke zum Rutherfordstreuversuch geschlagen werden. Man erklärt das Experiment und stellt die Ergebnisse vor.

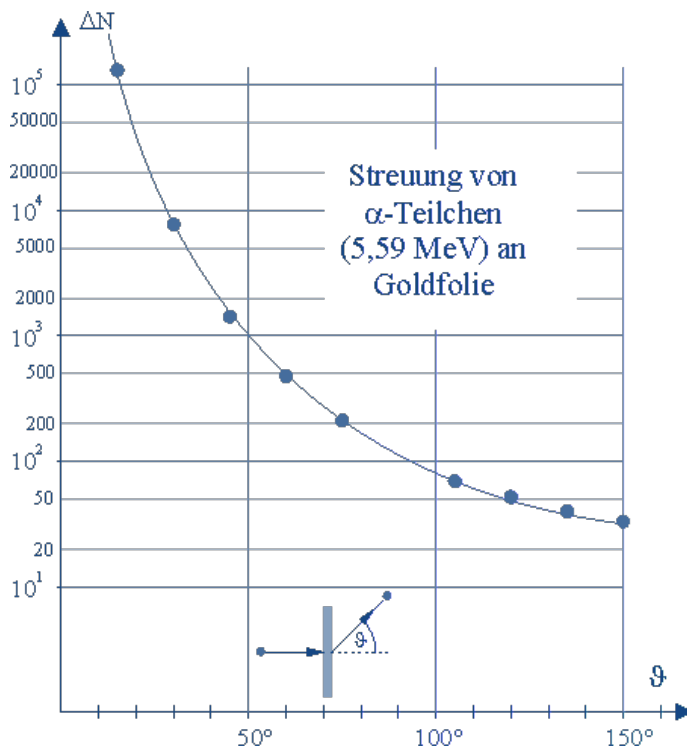


Abbildung 18<sup>50</sup>: Relative Anzahl der Teilchen, die in bestimmte Winkel gestreut werden.

Die Ergebnisse weisen zunächst darauf hin, dass es viele geringfügige Ablenkungen und einige wenige starke Ablenkungen gibt, was Thomsons Atommodell widerspricht. Nun müssen die Gründe hierfür erarbeitet werden. Die Vorgehensweise dabei kann den Lehrwerken folgen. Das Höhenpotential des Demonstrationsversuchs kann als Veranschaulichung des Coulombpotentials dienen.

Bei der Diskussion der Experimentergebnisse muss die Lehrperson darauf hinweisen, dass Rutherford, anders als beim Demonstrationsversuch, nicht den Stoßparameter  $b$  einstellen konnte. Das kann eine Schwierigkeit in der Übertragung des Demonstrationsversuchs auf das Experiment darstellen (der Demonstrationsversuch liefert eine  $b - \vartheta$  Verteilung, der Rutherfordversuch eine  $N - \vartheta$  Verteilung). Doch können Abbildungen, wie die folgende, verdeutlichen, dass das Problem auf ein einzelnes Targetatom bezogen das gleiche ist:

<sup>50</sup> Entnommen: [http://www.leifiphysik.de/web\\_ph09\\_g8/versuche/06rutherford/n-teta.gif](http://www.leifiphysik.de/web_ph09_g8/versuche/06rutherford/n-teta.gif); Zugriff am 26.01.2013; die Grafik wurde farblich angepasst.

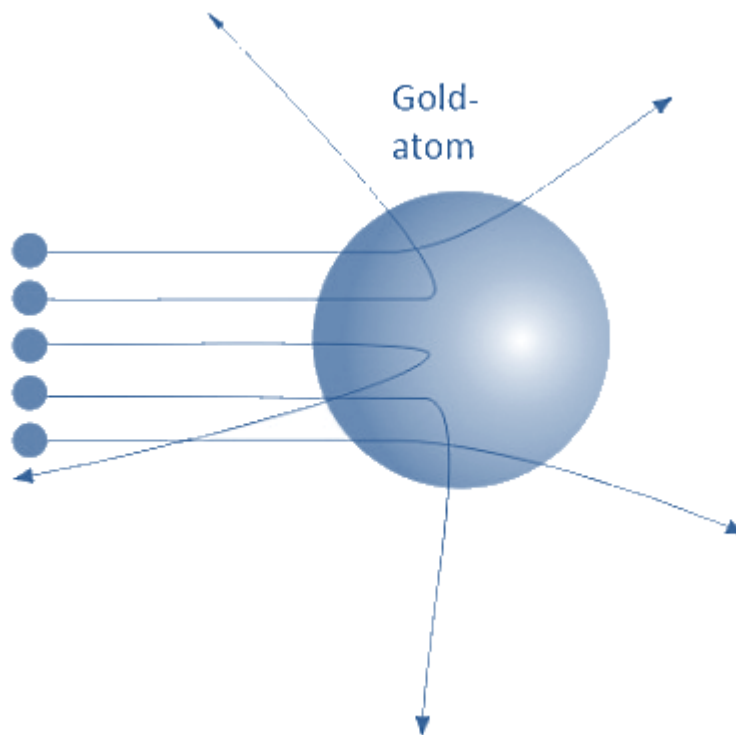


Abbildung 19<sup>51</sup>: Ablenkung an einem Goldatom. Die Ablenkungen werden größer, je näher die Projektile dem Zentrum kommen.

Auch die Berechnung der oberen Schranke für den Kernradius kann anhand des Demonstrationsversuchs motiviert werden. Dazu lässt man die Schüler, natürlich ohne Haube auf dem Demonstrationsversuch, überlegen, wann die Kugel der Rotationsachse des Potentials am nächsten kommt. Das ist der Fall, wenn die Kugel das Potential möglichst hoch erklettert. Und das tut sie, wenn sie frontal darauf zuläuft und um 180° gestreut wird. Auch wenn viel Glück dazu gehört, diesen Fall am Demonstrationsversuch zu beobachten, sollten doch die Stellen hoher Ablenkungen darauf verweisen. Nun sollte die Energieerhaltung angesprochen werden, besonders der Umstand, dass sich die kinetische Energie bei 180°-Streuung vollständig in potentielle Energie gewandelt hat (oder in diesem Fall, die Höhenenergie der Rampe sich, nach Reibungsverlusten etc., in Höhenenergie des Potential gewandelt hat):

$$E_{Rampe} - E_R = E_{kin}$$

$$\Rightarrow E_{kin} = V_{Pot}$$

Wir verwenden für die kinetische Energie den Wert aus Kapitel 4.1 für die 15mm Kugel. Daher setzen wir nur die Formel für  $V_{Pot}$  ein:

---

<sup>51</sup> Entnommen: [http://www.leifiphysik.de/web\\_ph09\\_g8/grundwissen/06streuexp/alpha\\_kern.jpg](http://www.leifiphysik.de/web_ph09_g8/grundwissen/06streuexp/alpha_kern.jpg); Zugriff: 26.01.2013; die Grafik wurde bearbeitet und angepasst.

$$E_{kin} = \frac{mgk}{r}.$$

Die Werte auf der rechten Seite der Gleichung sollte man den Schülern und Schülerinnen vorgeben. Ob  $E_{kin}$  mit der Reibung etc. errechnet werden muss oder stattdessen die Höhenenergie der Rampe reicht, sei dahingestellt. Jedenfalls wird die Gleichung analog zu Kapitel 7.1 nach  $r$  umgestellt.

Kugel	$E_{kin}$	$m$	$k$	$g$
15mm	0,0079J	0,0135kg	0,00054m <sup>2</sup>	9,81m/s <sup>2</sup>

Man erhält das Ergebnis:

$$r = \frac{mgk}{E_{kin}} = 0,009\text{m}.$$

Dieses Ergebnis kann auch durch Abschätzen der maximal erreichten Höhe am Potential und Nachmessen des Durchmessers an dieser Stelle (z. B. mit einem Messschieber) überprüft werden.

Analog zu diesen Überlegungen kann dann die obere Schranke eines Atomkerns mit dem Coulombpotential errechnet werden.

### 7.3 Fazit zur schulischen Anwendung

Die didaktischen Ausführungen wurden bewusst kurz gehalten, da im Rahmen dieser Arbeit keine Möglichkeit zu einer schulischen Überprüfung bestand. Insgesamt vermute ich, dass Rutherfords Streuversuch durch die Veranschaulichung mit dem Demonstrationsversuch, trotz seiner Mängel, verständlicher wird. Die rein theoretische Abhandlung ist, so empfand ich es selbst in der Universitätsvorlesung zur Kernphysik, schwierig nachzuvollziehen und das Drama der von Rutherford gewonnenen Erkenntnisse geht größtenteils verloren. Aus diesem Grund hoffe ich, in meiner eigenen Laufbahn als Lehrer, diesen Demonstrationsversuch nutzen zu können.

## Literaturverzeichnis

- Bethge, K., G. Gruber und T. Stöhlker. *Physik der Atome und Moleküle - Eine Einführung*. 2. Auflage. Weinheim: WILEY-VCH, 2004.
- Bransden, B. H. und C. J. Joachain. *Physics of Atoms and Molecules*. 2nd Edition. Essex, UK: Pearson, 2003.
- Cottingham, W. N. und D. A. Greenwood. *An Introduction to Nuclear Physics*. 2nd Edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2001.
- Demtröder, W. *Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper*. 4. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010.
- Diehl, B., R. Erb und u.a. *Physik - Oberstufe*. Berlin: Cornelsen, 2008.
- Dorn, F. *Physik - Gymnasium SEK II*. Braunschweig: Schroedel, 2010.
- Giancoli, D. *Physik*. 3. Auflage. München: Pearson, 2006.
- Griffiths, D. *Introduction to Elementary Particles*. 2nd Edition. Weinheim: WILEY-VCH, 2008.
- . *Introduction to Quantum Mechanics*. 2nd Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2005.
- Hammer, Knauth und Kühnel. *Physik 13*. 3. korrigierte und verbesserte Auflage. München: Oldenbourg Schulbuchverlag, 2002.
- Hodgson, P. E., E. Gadioli und E. Gadioli Erba. *Introductory Nuclear Physics*. Corrected Version. Oxford, UK: Oxford University Press, 2000.
- Kuchling, H. *Taschenbuch der Physik*. 19. Auflage. München: Fachbuchverlag Leipzig, 2007.
- Kuhn, W. *Lehrbuch der Physik - Band 2*. Braunschweig: Westermann, 2000.
- Mayer-Kuckuk, T. *Kernphysik - Eine Einführung*. 7. Auflage. Stuttgart: Teubner, 2002.
- Meschede, D. *Gerthsen Physik*. 23. Auflage. Berlin und Heidelberg: Springer, 2006.
- White, H. *Modern College Physics*. 6th Edition. New York, NY: Van Nostrand, 1972.

## **Dank**

Besonders danken möchte ich vor allem meiner Frau, die mit mir zusammen, über mehrere Abende verteilt, beinahe 2000-mal Kugeln die Rampe herunterrollen lassen hat und jedes Mal deren Auftreffpunkt mit mir ausdiskutiert musste. Auch meiner kleinen Tochter möchte ich danken, die durch ihr begeistertes an-den-Tischbeinen-wackeln zu den Messfehlern beigetragen hat. Zuletzt möchte ich meinen Eltern danken, die durch ihre Unterstützung erst ermöglicht haben, dass mein Studium nun einen Abschluss findet.

## **Authentizitätsbestätigung**

Hiermit bestätige ich, dass ich diese Arbeit selbstständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln verfasst habe.