

Universität Bielefeld
Fakultät für Physik
Wintersemester 2008 / 2009
Prof. Dr. Bärbel Fromme

**Möglichkeiten zur Modellierung und Untersuchung
von Rotationsbewegungen und deren Überlagerungen
in populären Fahrgeschäften**

Masterarbeit im Fachbereich Physik und ihre Didaktik

vorgelegt von:

Jan Paul Klinke

Matrikelnummer: 1782935

E-Mail: JPKlinke@web.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Physikalische Grundlagen	5
2.1	Krummlinige Koordinatensysteme	5
2.2	Die gleichförmige Kreisbewegung am Beispiel eines einfachst möglichen Karussells	10
2.3	Verallgemeinerung auf ein Karussell mit beliebiger Bewegung	12
2.4	Welche Kräfte 'spürt' ein Fahrgast?	12
3	Technische Grundlagen	15
3.1	Vorstellung der verwendeten Beschleunigungssensoren	15
3.2	Ermittlung von Kenngrößen konkreter Fahrgeschäfte	16
4	Vorgehen bei der Untersuchung von Karussellbewegungen	20
5	Round Up - die klassische Zentrifuge	22
5.1	Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung	22
5.2	Ermittlung der Kenngrößen des Karussells	26
5.3	Auswertung der Messdaten	27
5.4	Zusammenfassung	30
6	Das Kettenkarussell	31
6.1	Einfaches Kettenkarussell	31
6.1.1	Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung	31
6.1.2	Das einfache Kettenkarussell als Lego-Modell	35
6.2	Der <i>Wellenflug</i>	38
6.2.1	Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung	38
6.2.2	Ermittlung der Kenngrößen des Karussells	44
6.2.3	Auswertung der Messung	44
6.3	Zusammenfassung	47
7	Die Schiffschaukel	48
7.1	Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung	48
7.2	Die Schiffschaukel als <i>Lego</i> -Modell	52
7.3	Ermittlung der Kenngrößen des Karussells	56
7.4	Auswertung der Messung	59
7.5	Zusammenfassung	61
8	Das <i>Breakdance</i>	62
8.1	Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung	62
8.2	Messung am <i>Piratenkarussell</i>	65

8.2.1	Ermittlung der Kenngrößen des Karussells	65
8.2.2	Auswertung der Messung	66
8.3	Messung am <i>Breakdance No. 1</i>	67
8.3.1	Ermittlung der Kenngrößen des Karussells	67
8.3.2	Auswertung der Messung	69
8.4	Zusammenfassung	71
9	Fazit	72
	Literatur	74
A	CD-ROM mit Messdaten und weiteren Materialien	75

1 Einleitung

Die Welt der Jahrmärkte und Vergnügungsparks übt mit ihren verschiedenen Fahrgeschäften seit Jahrzehnten gerade auf junge Menschen eine große Attraktivität aus. Aus diesem Grund erscheint es nahe liegend, populäre Fahrgeschäfte auch im Physikunterricht zu thematisieren. Da die meisten Karussellbewegungen aus einer oder mehreren Rotationsbewegungen bestehen, bietet sich dazu besonders die Jahrgangsstufe 11 der gymnasialen Oberstufe an, wo die Analyse von Karussellbewegungen im Anschluss an die Behandlung einer einfachen Kreisbewegung im Rahmen der klassischen Mechanik thematisch eingegliedert werden könnte.

In dieser Hinsicht versprechen Beschleunigungssensoren in Verbindung mit einem Besuch auf der Kirmes oder in einem Freizeitpark die Möglichkeit, direkt am eigenen 'Erleben' anzusetzen und dass, was ein Fahrgast in einem Karussell 'spürt' - nämlich die auf ihn wirkenden Kräfte bzw. Beschleunigungen - auch quantitativ zu erfassen. Im Rahmen dieser Arbeit sollen physikalische Modelle zur Beschreibung der Bewegungen verschiedener Fahrgeschäfte entwickelt werden, um mit solchen Sensoren in realen Fahrgeschäften gemessene Beschleunigungen sinnvoll auszuwerten und einschätzen zu können.

Da die hier aufgestellten Modelle das Ziel verfolgen, die Bewegungen der einzelnen Karussells so genau zu beschreiben, wie es mit vertretbarem Aufwand möglich ist, sind diese für die Schule deutlich zu anspruchsvoll. Somit ist diese Arbeit in erster Linie als eine 'vorbereitende Untersuchung' zu verstehen, die zunächst das Ziel hat, zu überprüfen, in wie fern sich Beschleunigungssensoren überhaupt für den Einsatz in den jeweiligen Fahrgeschäften eignen. Zur Behandlung im Unterricht müssten die entwickelten Modelle sinnvoll vereinfacht werden, was jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit sein soll.

Mit Blick darauf, dass (im Schulalltag wie in anderen Situationen) nicht immer die Möglichkeit bestehen wird, für Messungen an realen Fahrgeschäften eine Kirmes oder einen Freizeitpark aufzusuchen, wurden für zwei der betrachteten Karussells zusätzlich funktionsfähige *Legó*-Modelle erstellt, an denen ebenfalls Beschleunigungsmessungen vorgenommen wurden.

Neben den Beschleunigungssensoren kommen als weitere technische Hilfsmittel Videokamera und Computer zum Einsatz, um verschiedene 'Kenngrößen' der einzelnen Karussells, wie z.B. die Radien und Umlaufzeiten von Drehbewegungen, zu bestimmen. Die dazu verwendeten Verfahren werden zuvor ausführlich erläutert.

Mein herzlicher Dank gilt dem Freizeitpark *Fort Fun*, der mich bei dieser Arbeit sehr entgegenkommend unterstützte und mir nicht nur gestattete, Messungen an den dort vorhandenen Fahrgeschäften vorzunehmen sondern mir darüber hinaus zahlreiche technische Daten zu diesen zur Verfügung stellte.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Krummlinige Koordinatensysteme

Bei der physikalischen Beschreibung von den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Fahrgeschäften wird generell davon ausgegangen, dass der Erdboden der x - y -Ebene entspricht und dass 'oben' in Richtung der positiven z -Achse des kartesischen Koordinatensystems liegt. Die Analyse der von diesen Fahrgeschäften ausgeführten (Rotations-) Bewegungen kann jedoch erheblich erleichtert werden, wenn statt dieser 'starrer' Koordinaten ein 'mit dem Fahrgast mitfahrendes' Koordinatensystem verwendet wird. Dieses Verfahren hat zudem den Vorteil, dass so Prognosen über die zu erwartenden Messwerte der verwendeten Sensoren, welche Beschleunigungen in Richtung dreier zueinander orthogonalen Achsen messen, einfacher aufgestellt werden können. Da sich ein Beschleunigungssensor während der Messung selbst im Karussell befindet, sind seine Achsen in der Regel ständigen Veränderungen ausgesetzt. Durch Verwendung eines krummlinigen, sich mitbewegenden Koordinatensystems können dessen Achsen so gewählt werden, dass sie mit den Achsen des verwendeten Sensors übereinstimmen.

Ziel ist es also, abhängig von den Anforderungen, die sich aus der Bewegung des betrachteten Karussells ergeben, ein möglichst günstig gewähltes, mitbewegtes Koordinatensystem zu finden bzw. zu entwerfen. Dieses basiert in der Regel auf drei¹ Koordinaten y_1 , y_2 und y_3 sowie einem entsprechenden Satz von orthonormalen Basisvektoren \vec{e}_{y_1} , \vec{e}_{y_2} und \vec{e}_{y_3} . Die Forderung nach Orthonormiertheit lässt sich mathematisch formulieren als

$$\vec{e}_{y_i} \cdot \vec{e}_{y_j} = \delta_{ij} \text{ mit } i, j = 1, 2, 3$$

Das Skalarprodukt zweier *unterschiedlicher* Basisvektoren muss 0 sein, da diese zueinander senkrecht stehen sollen. Das Skalarprodukt eines Basisvektors *mit sich selbst* entspricht dem Quadrat seines Betrages ($|\vec{e}_{y_i}| := \sqrt{\vec{e}_{y_i} \cdot \vec{e}_{y_i}}$ für $i = 1, 2, 3$) und muss 1 sein, da Vektoren der Länge 1 gefordert werden.

Aufgrund der Orthogonalität folgt sofort, dass solche Basisvektoren linear unabhängig sind und damit auch mathematisch tatsächlich eine Basis des \mathbb{R}^3 bilden. Ein beliebiger Ortsvektor \vec{r} lässt sich also stets als Linearkombination dieser Basisvektoren darstellen:

$$\vec{r} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \vec{e}_{y_i}$$

Die Koeffizienten α_j ergeben sich dabei aus dem Skalarprodukt von \vec{r} mit dem entsprechenden Basisvektor \vec{e}_{y_j} :

$$\vec{r} \cdot \vec{e}_{y_j} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \underbrace{\vec{e}_{y_i} \cdot \vec{e}_{y_j}}_{=\delta_{ij}} = \alpha_j$$

¹Falls es sich um Bewegungen in nur zwei Dimensionen handelt, genügen zwei

Bevor gezeigt wird, wie sich solche Basisvektoren zu einem allgemeinen Satz von Koordinaten y_1, y_2, y_3 bestimmen lassen, soll das entsprechende Verfahren am Beispiel der ebenen Polarkoordinaten veranschaulicht werden.

Ebene Polarkoordinaten

Das wohl bekannteste und einfachste Beispiel eines krummlinigen Koordinatensystems stellt das System der *ebenen Polarkoordinaten* dar, welches sich z.B. hervorragend zur Beschreibung einer einfachen Kreisbewegung eignet.

Befindet sich ein Punkt auf einem Kreis mit dem Radius R , so ist seine Position \vec{r} in Abhängigkeit des - von der positiven x-Achse aus gemessenen - Winkels φ durch

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} R \cdot \cos \varphi \\ R \cdot \sin \varphi \end{pmatrix}$$

gegeben (siehe Abb. 1).

Dargestellt mit Hilfe der kartesischen Einheitsvektoren $\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ließe sich \vec{r} also schreiben als

$$\vec{r} = R \cos \varphi \cdot \vec{e}_x + R \sin \varphi \cdot \vec{e}_y,$$

was zwar möglich, aber nicht immer praktisch ist. Bei ebenen Polarkoordinaten werden stattdessen Koordinaten verwendet, welche auf den Größen basieren, die zur Beschreibung des bewegten Punktes direkt benötigt werden - Radius R und Drehwinkel φ .

Um die zugehörigen Einheitsvektoren \vec{e}_R und \vec{e}_φ zu erhalten, erzeugt man zunächst Vektoren, welche tangential zu den Koordinatenlinien der Größen R und φ liegen und normiert diese anschließend auf die Länge 1.

Als *Koordinatenlinien* werden dabei solche Linien verstanden, die entstehen, wenn man alle Koordinaten bis auf eine (im zweidimensionalen Fall: eine Koordinate) auf bestimmten Werten konstant hält und die übrige Koordinate variiert. Im Fall von kartesischen Koordinaten ergeben die x - und y -Linie das typische Koordinatengitter (Abb. 2), während bei ebenen Polarkoordinaten die R -Linien aus verschiedenen Geraden durch den Kreismittelpunkt und die φ -Linien aus konzentrischen Kreisen um diesen bestehen (Abb. 3). Hier stehen die Koordinatenlinien zwar an jedem Schnittpunkt senkrecht aufeinander, verlaufen aber nicht generell senkrecht bzw. „gerade“ weshalb von einem *krummlinigen* Koordinatensystem gesprochen wird.

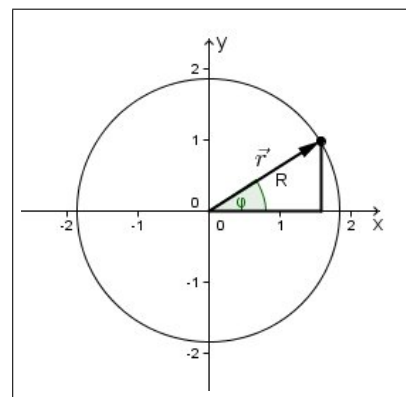


Abb. 1. Darstellung eines Punkte \vec{r} in ebenen Polarkoordinaten.

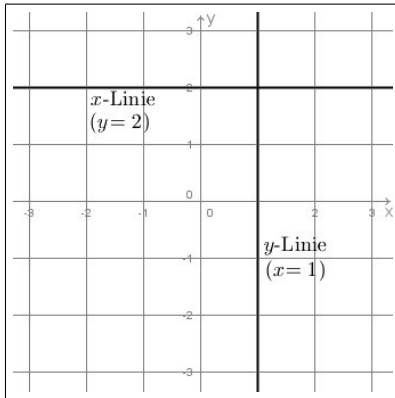


Abb. 2. Koordinatenlinien in einem kartesischen Koordinatensystem.

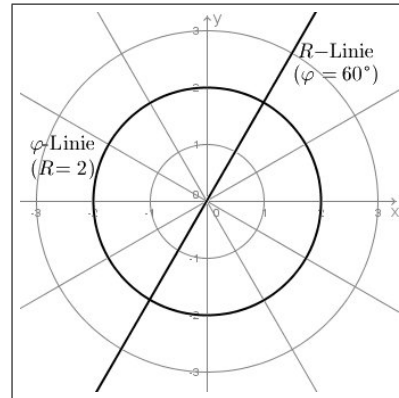


Abb. 3. Koordinatenlinien bei ebenen Polarkoordinaten.

Da die neuen Einheitsvektoren \vec{e}_R und \vec{e}_φ somit die Richtung einer Positionsänderung aufgrund einer „kleinen“ (differenziellen) Änderung von R oder φ angeben sollen, bildet man für den Einheitsvektor in R -Richtung zunächst

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial R} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}$$

und berechnet anschließend den Betrag des erhaltenen Vektors:

$$\left| \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \right| = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1.$$

In diesem Fall hat der Vektor also bereits den Betrag 1, eine Normierung ist daher nicht nötig. Es ist also

$$\vec{e}_R = \frac{\partial \vec{r}}{\partial R} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}.$$

Für den Vektor \vec{e}_φ geht man entsprechend vor:

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} -R \cdot \sin \varphi \\ R \cdot \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad \left| \begin{pmatrix} -R \cdot \sin \varphi \\ R \cdot \cos \varphi \end{pmatrix} \right| = \sqrt{R^2 \cdot \sin^2 \varphi + R^2 \cdot \cos^2 \varphi} = R$$

Hier ist also eine Normierung um den Faktor $\frac{1}{R}$ notwendig.

$$\vec{e}_\varphi = \frac{1}{R} \cdot \begin{pmatrix} -R \cdot \sin \varphi \\ R \cdot \cos \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}$$

Somit ergibt sich schließlich auch ein Betrag von 1:

$$\left| \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} \right| = \sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi} = 1$$

Die so erhaltenen Vektoren sind abhängig von φ , stehen jedoch für beliebige Winkel stets senkrecht aufeinander:

$$\vec{e}_R \cdot \vec{e}_\varphi = -\cos \varphi \sin \varphi + \cos \varphi \sin \varphi = 0$$

Das 'neue' Koordinatensystem, das durch diese Basisvektoren beschrieben wird, bewegt sich also auf einem Kreisbogen und besitzt zwei orthogonale Achsen, deren absolute Ausrichtung sich allerdings abhängig vom Winkel φ ändert (vgl. NOLTING 2003, S. 82-86).

Die Position des auf der Kreisbahn liegenden Punktes \vec{r} lässt sich nun besonders einfach darstellen:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} R \cdot \cos \varphi \\ R \cdot \sin \varphi \end{pmatrix} = R \cdot \vec{e}_R.$$

Entsprechend der Vorgabe, dass die neuen Einheitsvektoren tangential zu den jeweiligen Koordinatenlinien ausgerichtet sein sollen, entspricht die Richtung von \vec{e}_R der Verbindungslinie von Kreismittelpunkt und \vec{r} , während \vec{e}_φ tangential zum Kreisbogen liegt (siehe Abb. 4).

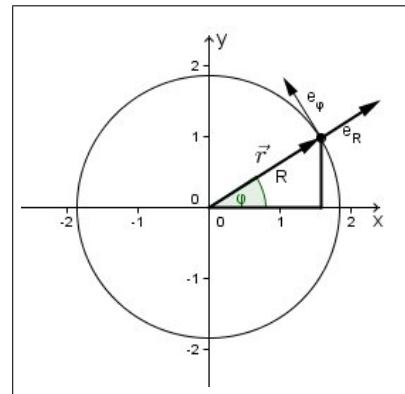


Abb. 4. Einheitsvektoren \vec{e}_R und \vec{e}_φ bei ebenen Polarkoordinaten.

Allgemeines Verfahren zur Bestimmung der Einheitsvektoren

Das hier für den Fall der ebenen Polarkoordinaten beschriebene Verfahren lässt sich analog für den Fall eines beliebigen, selbst gewählten Koordinatensystems übertragen. Hängt die Position des zu beschreibenden Objektes von den Koordinaten y_1 , y_2 und y_3 ab, so erhält man die zugehörigen Basisvektoren \vec{e}_{y_1} , \vec{e}_{y_2} und \vec{e}_{y_3} , in dem man Vektoren erzeugt, die tangential zu den einzelnen Koordinatenlinien liegen und diese auf die Länge 1 normiert.

Für \vec{e}_{y_i} erhält man einen Vektor der gewünschten Richtung durch Ableiten von $\vec{r}(y_1, y_2, y_3)$ nach der Koordinaten y_i :

$$\frac{\partial \vec{r}(y_1, y_2, y_3)}{\partial y_i}$$

Zur Normierung berechnet man anschließend den Betrag b_{y_i} dieses Vektors

$$b_{y_i} = \left| \frac{\partial \vec{r}(y_1, y_2, y_3)}{\partial y_i} \right|$$

und nutzt diesen als Normierungsfaktor

$$\vec{e}_{y_i} = \frac{1}{b_{y_i}} \cdot \frac{\partial \vec{r}(y_1, y_2, y_3)}{\partial y_i}$$

Dieser Vektor hat stets die Länge 1:

$$|\vec{e}_{y_i}| = \frac{1}{b_{y_i}} \cdot \left| \frac{\partial \vec{r}(y_1, y_2, y_3)}{\partial y_i} \right| = \frac{1}{b_{y_i}} \cdot b_{y_i} = 1$$

Abschließend bleibt zu prüfen, ob die so erhaltenen Einheitsvektoren tatsächlich senkrecht aufeinander stehen, ob also die geforderte Bedingung $\vec{e}_{y_i} \cdot \vec{e}_{y_j} = 0$ für $i \neq j$ erfüllt ist (vgl. NOLTING 2003, S. 85-86).

Umgang mit verschiedenen Koordinatensystemen

Bei der Analyse von Fahrgeschäften kann es vorkommen, dass es nicht ausreicht, nur mit *einem* Koordinatensystem zu arbeiten. So lassen sich z.B. die Beschleunigungen, die aus der von einem Karussell verursachten Bewegung resultieren, am einfachsten mit Hilfe eines 'mitfahrenden' Koordinatensystems (y_1, y_2, y_3) beschreiben, während die Erdbeschleunigung entlang der z -Achse der kartesischen Koordinaten wirkt.

Um nun eine sinnvolle Prognose über die zu erwartenden Messwerte eines sich im Karussell befindlichen Beschleunigungssensors zu machen, muss auch der Einfluss der Erdbeschleunigung berücksichtigt werden. Dazu ist es hilfreich, den Einheitsvektor \vec{e}_z des kartesischen Koordinatensystems in seine Anteile in Richtung der Achsen des 'mitfahrenden' Koordinatensystems zu zerlegen. Dies wird rechnerisch umgesetzt, indem der Vektor \vec{e}_z in der Basis \vec{e}_{y_1} , \vec{e}_{y_2} und \vec{e}_{y_3} dargestellt wird, d.h. es ist

$$\vec{e}_z = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \vec{e}_{y_i}$$

mit $\alpha_i = \vec{e}_z \cdot \vec{e}_{y_i}$ (siehe S. 5). Somit kann der Einfluss der in z -Richtung wirkenden Erdbeschleunigung anteilig in Beschleunigungen in y_1 -, y_2 - und y_3 -Richtung 'aufgeteilt' werden.

Entsprechend lässt sich auch allgemein bei zwei Koordinatensystemen y_1, y_2, y_3 und y'_1, y'_2, y'_3 ein Basisvektor \vec{e}_{y_j} in seine Komponenten in y'_1 -, y'_2 - und y'_3 -Richtung zerlegen:

$$\vec{e}_{y_j} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \vec{e}_{y_i}' \quad \text{mit} \quad \alpha_i = \vec{e}_{y_j} \cdot \vec{e}_{y_i}'$$

2.2 Die gleichförmige Kreisbewegung am Beispiel eines einfachst möglichen Karussells

Im einfachsten Fall besteht die Bewegung eines Karussells darin, dass der Fahrgast mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einer Kreisbahn mit festem Radius R rotiert - wie etwa bei einem einfachen Kinderkarussell (Abb. 5). Eine solche Bewegung wird auch als *gleichförmige Kreisbewegung* bezeichnet.



Abb. 5. Ein typisches Kinderkarussell²

Zur Beschreibung der Bahnkurve einer gleichförmigen Kreisbewegung ist es hilfreich, auf ebene Polarkoordinaten (siehe Kapitel 2.1) zurückzugreifen. Der Drehwinkel φ zur Zeit t ergibt sich im Fall einer Drehung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit aus $\varphi = \omega \cdot t$, sodass man die Einheitsvektoren

$$\vec{e}_R = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin(\omega t) \\ \cos(\omega t) \end{pmatrix}$$

erhält. Die Bahnkurve dieser Bewegung lässt sich also darstellen als

$$\vec{r}(t) = R \cdot \vec{e}_R.$$

Beschleunigung aus Sicht eines Beobachters außerhalb des Karussells

Nach den Newton'schen Axiomen verharret ein Körper, auf den keine Kräfte wirken, aufgrund seiner Trägheit im Zustand einer gleichförmigen Bewegung, also einer Bewegung mit einer Geschwindigkeit \vec{v} von konstantem Betrag und konstanter Richtung.

Damit ein Körper (mit konstanter Winkelgeschwindigkeit) einer Kreisbahn folgen kann, muss sich jedoch die Richtung seiner Geschwindigkeit permanent ändern, andernfalls würde er sich tangential am Kreis vorbeibewegen. Es muss also eine zum Kreismittelpunkt gerichtete Kraft wirken, welche ihn in diese Richtung beschleunigt, also die Richtung seiner Geschwindigkeit permanent an die Form der Kreisbahn „anpasst“ und so den Körper auf der Kreisbahn hält (Abb. 6). Diese Kraft wird als *Zentripetalkraft* \vec{F}_{ZP} , die zugehörige Beschleunigung als *Zentripetalbeschleunigung* \vec{a}_{ZP} bezeichnet (vgl. z.B. MESCHÉDE 2004, S. 17).

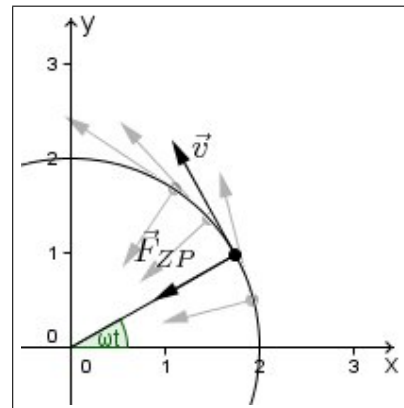


Abb. 6. Einfluss der Zentripetalkraft auf die Richtung der Geschwindigkeit.

Diese qualitativen Überlegungen lassen sich rechnerisch aus der oben aufgestellten Bahnkurve ableiten. Ermittelt man die (Bahn-)Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ eines auf der Kreisbahn rotierenden

²Quelle: <http://www.rogge-veranstaltungen.de/images/spiel-fun/karussell/karussell-5.jpg>

Punktes zur Zeit t , so erhält man:

$$\vec{v}(t) = \frac{\partial \vec{r}(t)}{\partial t} = R \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{e}_R = R \cdot \begin{pmatrix} -\omega \cdot \sin(\omega t) \\ \omega \cdot \cos(\omega t) \end{pmatrix} = \omega \cdot R \cdot \vec{e}_\varphi$$

Der Geschwindigkeitsvektor hat also stets denselben Betrag ωR , ist immer tangential zum Kreisbogen ausgerichtet, d.h. seine absolute Richtung ist abhängig vom aktuellen Drehwinkel ωt . Die für diese Geschwindigkeitsänderung verantwortliche (Zentripetal-)Beschleunigung \vec{a}_{ZP} ergibt sich wiederum als Zeitableitung der Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$:

$$\vec{a}_{ZP}(t) = \frac{\partial \vec{v}(t)}{\partial t} = \omega \cdot R \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{e}_\varphi = \omega \cdot R \cdot \begin{pmatrix} -\omega \cdot \cos(\omega t) \\ -\omega \cdot \sin(\omega t) \end{pmatrix} = -\omega^2 \cdot R \cdot \vec{e}_R$$

Die Zentripetalbeschleunigung ist also tatsächlich zum Kreismittelpunkt hin gerichtet und hat den konstanten Betrag $\omega^2 \cdot R$. Nach dem Newton'schen Axiom $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ gilt also für die auf einen Fahrgast der Masse m wirkende Zentripetalkraft

$$\vec{F}_{ZP}(t) = -m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \vec{e}_R.$$

In einem Karussell wird diese Kraft in der Regel durch die Haftreibung des Bodens bzw. der Sitzfläche oder durch die äußere Begrenzung (z.B. Seitenwände) des Karussells bzw. der Gondel, in der sich der Fahrgast befindet, ausgeübt.

Beschleunigung aus Sicht eines Fahrgastes

Eine im Karussell mitfahrende Person befindet sich in einem *beschleunigten Bezugssystem*. Sie selbst empfindet sich allerdings als 'in Ruhe' - schließlich ändert sich weder ihr Abstand zur Drehachse noch der zu den anderen Fahrgästen bzw. deren Sitzen, die sich ebenfalls mit dem Karussell 'mitdrehen'.

Trotzdem 'spürt' die betrachtete Person die Zentripetalkraft, die z.B. durch die Haftreibung der Sitzfläche ausgeübt wird. Da sie jedoch gleichzeitig beobachtet, dass sie sich - in ihrem Bezugssystem - 'nicht bewegt', lässt dies für sie nur den Schluss zu, dass noch eine zweite, der Zentripetalkraft entgegen gerichtete und betragsmäßig gleich große Kraft auf sie wirkt, welche den Einfluss der Zentripetalkraft kompensiert. Diese wird als *Zentrifugalkraft* \vec{F}_{ZF} bezeichnet (Abb. 7). Es gilt also

$$\vec{F}_{ZF}(t) = -\vec{F}_{ZP}(t) = m\omega^2 R \cdot \vec{e}_R.$$

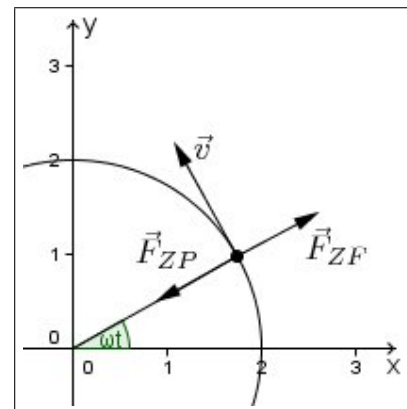


Abb. 7. Zentripetal- und Zentrifugalkraft.

Entsprechend ergibt sich für die von der Zentrifugalkraft verursachte *Zentrifugalbeschleunigung*:

$$\vec{a}_{ZF}(t) = -\vec{a}_{ZP}(t) = \omega^2 R \cdot \vec{e}_R.$$

Da die Zentrifugalkraft nur für mitrotierende Beobachter (im beschleunigten Bezugssystem), nicht jedoch für einen Beobachter von außen existiert, wird diese auch als *Trägheitskraft* bzw. *Scheinkraft* bezeichnet (vgl. TIPLER 2006, S. 125-127).

2.3 Verallgemeinerung auf ein Karussell mit beliebiger Bewegung

Die von den meisten realen Fahrgeschäften ausgeführten Bewegungen sind komplizierter als eine gleichförmige Kreisbewegung. Daher sollen die oben angestellten Überlegungen zu Trägheitskräften an dieser Stelle kurz auf beliebige Karussellbewegungen verallgemeinert werden.

Unabhängig von der konkreten Form seiner Bewegung muss das Karussell aufgrund der Massenträgheit des Fahrgastes eine Kraft $\vec{F}_K(t)$ auf diesen ausüben, um ihn 'in der Bahn zu halten'. Diese Kraft kann sich z.B. aus einer Überlagerung von Zentripetalkräften aus verschiedenen Rotationsbewegungen ergeben und wird wiederum durch Haftreibung an Boden oder Sitzfläche und / oder durch die Karussell- bzw. Gondelwände aufgebracht. Ein Fahrgast der Masse m erfährt mit $\vec{F}_K(t) = m \cdot \vec{a}_K(t)$ aufgrund der Karussellbewegung also eine Beschleunigung $\vec{a}_K(t)$ und befindet sich somit in einem beschleunigten Bezugssystem.

Der Fahrgast als mitfahrender Beobachter empfindet sich selbst wiederum als 'in Ruhe' und schließt auf eine Trägheitskraft $\vec{F}_{Tr,K}(t)$, welche der vom Karussell ausgeübten Kraft $\vec{F}_K(t)$ entgegengerichtet und betragsmäßig gleich groß ist.

$$\vec{F}_{Tr,K}(t) = -\vec{F}_K(t) = -m \cdot \vec{a}_K(t)$$

Entsprechend existiert für ihn auch eine zweite Beschleunigung $\vec{a}_{Tr,K}(t) = -\vec{a}_K(t)$.

Auch wenn diese Trägheitskraft für den Fahrgast nur aus dem Grund beobachtet werden kann, dass er sich in einem beschleunigten Bezugssystem befindet, ist sie für ihn vollkommen real (vgl. TIPLER 2006, S. 125).

2.4 Welche Kräfte 'spürt' ein Fahrgast?

Ausgehend von der Tatsache, dass ein Fahrgast in einem Karussell neben der auf ihn aufgrund der Karussellbewegung ausgeübten Kraft stets eine zweite, diese kompensierende Trägheitskraft beobachtet, könnte man vermuten, dass dieser (abgesehen vom Fahrtwind) eigentlich nichts von seiner Bewegung 'spüren' dürfte - schließlich befinden sich alle auf ihn wirkenden Kräfte im Gleichgewicht. Dass dies nicht der Realität entspricht, kann jeder bestätigen der selbst einmal in einem Karussell mitgefahren und darin z.B. 'an die Wand gedrückt' worden ist. Es stellt sich also die Frage, *was* es eigentlich ist, das man während einer Karussellfahrt 'spürt'.

Auch in einem viel einfacheren Fall könnte man eine ähnliche Frage stellen: Betrachtet man eine Person der Masse m , die auf dem Fussboden steht, so wirkt auf diese - wie auf alle Objekte an der Erdoberfläche auch - die Erdbeschleunigung und sie erfährt die Gewichtskraft $\vec{F}_G = -m \cdot g \cdot \vec{e}_z$. Da sich die Person nicht bewegt, muss der Boden gleichzeitig die Kraft $\vec{F}_B = -\vec{F}_G$ ausüben, d.h. auch in dieser Situation liegt ein Kräftegleichgewicht vor. Dennoch 'spürt' jeder von uns beim Stehen sein eigenes Gewicht - aber was genau 'spüren' wir da?

Das Konzept von Mohazzabi

Eine Antwort auf diese Fragen liefert PIROOZ MOHAZZABI von der University of Wisconsin-Parkside in seinem Artikel „Why Do We Feel Wightless in Free Fall“.

Um die 'fühlbaren' Einflüsse von Kräften auf den menschlichen Körper zu untersuchen, betrachtet MOHAZZABI als Modell eine Lineare Kette bestehend aus n identischen Massen m , welche über $n - 1$ identische Federn verbunden sind und auf einem reibungsfreien Tisch ruhen (Abb. 8). Mit Bezug auf die Fragestellung könnten diese Massen verschiedene Teile des menschliche Körper darstellen, die durch Gewebe oder ähnliches Material elastisch verbunden sind. Wirkt nun eine äußere Kraft \vec{F} auf dieses System ein, so kann das auf zwei unterschiedliche Weisen geschehen:

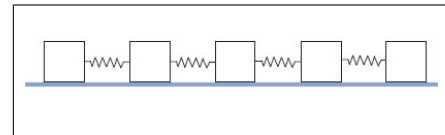


Abb. 8. Das verwendete Modell: n identische Massen, verbunden durch identische Federn.

Fall 1: Greift die Kraft an einer der beiden äußeren Massen an, so werden die einzelnen Federn gestreckt oder gestaucht (Abb. 9). Die Kraft \vec{F} 'verteilt' sich dabei gleichmäßig auf die einzelnen Massen, jede Masse erfährt also die Beschleunigung $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{n \cdot m}$.

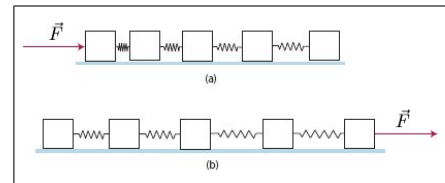


Abb. 9. Greift die gesamte Kraft an einer der äußeren Massen an, so wird das System deformiert.

Fall 2: Betrachtet man statt dessen eine Situation, in der die gleiche Kraft von vornherein auf die Massen 'verteilt' wird, in der also an *jeder einzelnen* Masse die Kraft $\frac{1}{n} \vec{F}$ angreift, so wirkt auf jede Masse die gleiche Beschleunigung $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{n \cdot m}$, jedoch verbleiben alle Federn im entspannten Zustand (Abb. 10).

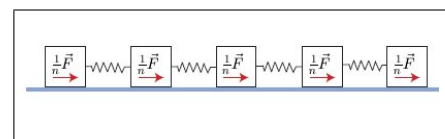


Abb. 10. Wird die gleiche Kraft dagegen direkt gleichmäßig auf alle Massen 'verteilt', bleibt die Deformation aus³.

Nach MOHAZZABI können wir eine auf unseren Körper einwirkende Kraft nur dadurch 'spüren', dass Teile des Körpers aneinandergedrückt oder auseinandergezogen werden, was im oberen Modell dem Fall 1 entspricht. Zu solchen 'spürbaren' Kräften zählen also all jene, welche durch direkten Kontakt an einem bestimmten Punkt des Körpers angreifen („Kontaktkräfte“ bzw. „contact forces“). Kräfte, welche an jedem Punkt des Körpers gleichermaßen angreifen, können nach diesem Modell dagegen nicht 'gespürt' werden, da sie - wie im Fall 2 - kein Zusammendrücken oder

³Abbildungen 8 bis 10 aus MOHAZZABI 2006, leicht abgewandelt.

Auseinanderziehen einzelne Körperregionen zur Folge haben. Dies ist z.B. bei allen Formen von Kräften der Fall, die aufgrund von Feldern wirken („Feldkräfte“ bzw. „field forces“) - unter der Voraussetzung, dass die Ausdehnung des Körpers in so fern zu vernachlässigen ist, als dass die Kraft an jedem Punkt des Körpers näherungsweise gleich stark ist.

Bezogen auf die oben formulierten Fragen bedeuten die Aussagen von MOHAZZABI, dass eine auf dem Boden stehende Person als 'ihr Gewicht' die Kraft $\vec{F}_B = -\vec{F}_G$ 'spürt', welche der Boden durch direkten Kontakt mit ihren Füßen auf sie ausübt. Die Gewichtskraft selbst dagegen stellt ein Beispiel für eine Feldkraft dar und kann somit nicht direkt wahrgenommen werden. Aus diesem Grund fühlt sich nach MOHAZZABI eine Person im freien Fall 'schwerelos', da hier nur die nicht 'spürbare' Gewichtskraft, nicht jedoch die diese kompensierende Kraft eines Bodens auf sie wirkt (vgl. MOHAZZABI 2006).

Ein Fahrgast in dem Kinderkarussell aus Kapitel 2.2 - also in einem Karussell mit gleichförmiger Kreisbewegung - 'spürt' darüber hinaus nur die Zentripetalkraft, welche z.B. von der Karussellwand auf ihn ausgeübt wird. Die Zentrifugalkraft wiederum greift nicht an einem bestimmten Punkt seines Körpers an und kann daher nicht 'gefühl't werden. Für die insgesamt von ihm 'gespürte' Kraft \vec{F}_{gesp} gilt also:

$$\vec{F}_{gesp}(t) = \vec{F}_{ZP}(t) + \vec{F}_B = -m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \vec{e}_R + m \cdot g \cdot \vec{e}_z$$

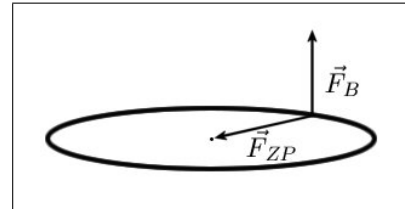


Abb. 11. 'Gespürte' Kräfte in einem Karussell mit gleichförmiger Kreisbewegung.

'Gespürte' Kräfte in einem Karussell mit beliebiger Bewegung

Ein Fahrgast des in Kapitel 2.3 betrachteten allgemeinen Karussells (siehe S. 12), welches aufgrund seiner Bewegung die Kraft $\vec{F}_K(t) = m \cdot \vec{a}_K(t)$ auf den Fahrgast ausüben muss, um ihn 'in der Bahn zu halten', 'spürt' demnach diese - auch für einen Beobachter außerhalb des Karussells existierende - Kraft $\vec{F}_K(t)$, nicht jedoch die entsprechende Trägheitskraft $\vec{F}_{Tr,K}(t)$. Darüber hinaus 'spürt' er zwar nicht die auf ihn wirkende Gewichtskraft \vec{F}_G , wohl aber die von Boden oder Sitzfläche ausgeübte Kraft $\vec{F}_B = -\vec{F}_G$, welche diese kompensiert.

Als allgemeinen Ansatz zur Beschreibung der von einem Fahrgast der Masse m 'gespürten' Kraft ergibt sich also:

$$\vec{F}_{gesp}(t) = m \cdot \vec{a}_K(t) + m \cdot g \cdot \vec{e}_z$$

Entsprechend gilt für die zugehörige 'gespürte' Beschleunigung:

$$\vec{a}_{gesp}(t) = \vec{a}_K(t) + g \cdot \vec{e}_z$$

3 Technische Grundlagen

3.1 Vorstellung der verwendeten Beschleunigungssensoren

Im Rahmen dieser Arbeit kamen zwei verschiedene Beschleunigungssensoren der Firma *Vernier* zum Einsatz. Beide Sensoren sind in der Lage, Beschleunigungen in Richtung von drei orthogonalen Achsen zu bestimmen, wobei sie intern aus jeweils drei einzelnen Sensoren bestehen, welche den jeweiligen Achsen entsprechen.

Die von den Sensoren ausgegebenen Messwerte entsprechen dem in Kapitel 2.4 vorgestellten Ansatz von MOHAZZABI zu 'spürbaren' Kräften, d.h. es werden nur Beschleunigungen erfasst, welche als Resultat von Kontaktkräften auftreten. Ein auf einem Tisch liegender Sensor sollte also in Richtung der senkrecht zum Tisch stehenden, nach *oben* gerichteten Achse einen Wert von etwa $9,81 \frac{m}{s^2}$ anzeigen, während ein Sensor im freien Fall keine Beschleunigung registrieren sollte (vgl. VERNIER 2006, S. 18-19).

Wireless Dynamics Sensor System

Das *Wireless Dynamics Sensor System* (kurz *WDSS*) kommuniziert über eine Bluetooth-Schnittstelle kabellos mit einem Computer und kann von dort aus mit Hilfe der Software *Logger Pro* gesteuert werden. Es besteht sowohl die Möglichkeit, Werte in Echtzeit einzulesen, als auch das *WDSS* so zu programmieren, dass es unabhängig vom Computer auf Knopfdruck mit der Messung beginnt und die Messwerte in seinem internen Speicher ablegt. Auf diese Weise können auch mehrere Messungen (gleicher Art) nacheinander durchgeführt werden, ohne dass zwischendurch ein Datenaustausch mit dem Computer stattfinden muss. Der Speicher des *WDSS* kann bis zu 240.000 Messpunkte aufnehmen (vgl. VERNIER 2006, S. 9), was bei einer Beschleunigungsmessung in Richtung aller drei Achsen selbst bei einer Messfrequenz von 100 Messpunkten pro Sekunde noch einer Messzeit von mehr als 13 Minuten entspricht.



Abb. 12. Das *WDSS*.

Aufgrund seiner hohen Speicherkapazität und der Tatsache, dass das *WDSS* durch einen integrierten Akku unabhängig von einer externen Stromversorgung ist, eignet es sich besonders für den Einsatz auf der Kirmes oder in Freizeitparks. Mit einer Ausnahme wurde das *WDSS* bei allen für diese Arbeit in Fahrgeschäften durchgeführten Messungen verwendet.

Neben dem 3-Achsen-Beschleunigungssensor verfügt das *WDSS* noch über einen Kraft- und einen Hözensensor, für die sich im Rahmen dieser Arbeit jedoch keine sinnvollen Einsatzmöglichkeiten ergaben. Der anhand von Luftdruckdifferenzen arbeitende Hözensensor konnte leider nicht zur Bestimmung von Höhen bzw. Höhenunterschieden in den Fahrgeschäften genutzt werden, da

er für die Messung von größeren Höhendifferenzen (ab ± 5 m) ausgelegt ist und kleinere nicht unbedingt registriert (vgl. VERNIER 2006, S. 23).

Einfacher 3-Achsen-Beschleunigungssensor

Der einfache 3-Achsen-Beschleunigungssensor der Firma *Vernier* kann nur in Verbindung mit einem passenden Interface eingesetzt werden, da er weder über eine eigene Stromversorgung verfügt, noch in der Lage ist, die erhaltenen Messwerte in irgendeiner Form zu speichern. Für diese Arbeit wurde ein Interface vom Typ *CBL 2* der Firma *Texas Instruments* verwendet, welches eine Verbindung zwischen dem Sensor und einem grafischen Taschenrechner desselben Herstellers (*TI Voyage 200*) ermöglicht.



Abb. 13. Der 3-Achsen-Beschleunigungssensor.

Jede Messung muss zunächst mit Hilfe des grafischen Taschenrechners programmiert werden, was - verglichen mit der computergestützten Steuerung des *WDSS* - eher unkomfortabel ist. Für Messungen in Fahrgeschäften ist dieser Sensor zudem etwas 'unhandlicher' als das *WDSS*, da das *CBL 2*-Interface bei jeder Messung mitgeführt werden muss. Das größte Problem, das bei diesem Sensor im Hinblick auf die Verwendung bei einem Kirmes- oder Freizeitparkbesuch auftritt, ist die begrenzte Speicherkapazität des Taschenrechners. So konnten in der Regel nur ca. 600-700 Messpunkte aufgezeichnet werden, d.h. selbst wenn lediglich die Beschleunigungen in Richtung von zwei der drei Achsen gemessen wurden, reichte der Speicherplatz bei einer Messfrequenz von 50 Messpunkten pro Sekunde für nur ca. 6 Sekunden.

Da der einfache 3-Achsen-Beschleunigungssensor jedoch deutlich kleiner und leichter als das *WDSS* ist, wurde er im Rahmen dieser Arbeit mehrfach für Messungen in *Lego*-Modellen der betrachteten Fahrgeschäfte eingesetzt. Auch wenn gerade in diesem Zusammenhang eine 'kabellose' Messung wünschenswert gewesen wäre, erwies sich das *WDSS* als deutlich zu schwer, um in einem von einem einfachen *Lego*-Motor angetriebenen Modellkarussell sinnvoll genutzt werden zu können. Aus diesem Grund mussten praktische Probleme, die durch Aufwickeln des Kabels entstanden, bei diesen Messungen in Kauf genommen werden.

3.2 Ermittlung von Kenngrößen konkreter Fahrgeschäfte

Zur physikalischen Beschreibung der Bewegung eines realen Fahrgeschäfts genügt es nicht, nur ein mathematisches Modell aufzustellen, mit dem sich z.B. Formeln für die Bahnkurve oder die zu erwartenden Beschleunigungen ableiten lassen. Bevor sich konkrete Berechnungen anstellen lassen, müssen zunächst realistische Werte für die in den hergeleiteten Formeln auftretenden Kenngrößen des Karussells (z.B. Bahnradien und Umlaufzeiten) ermittelt werden.

Besteht eine Kooperation mit dem Karussellbetreiber (wie im Fall dieser Arbeit mit dem *Fort Fun*), so können diese Größen ggf. dort direkt erfragt werden. Auch das Internet kann hier weiterhelfen, existieren doch einige Seiten von Kirmesfans oder Schaustellern, die entsprechende Informationen (z.B. in Form von Grundrissen) zur Verfügung stellen.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der gesuchten Kenngrößen besteht in der Analyse von digitalen Bildern und / oder Videos. Diese können je nach Gelegenheit selbst aufgenommen oder aus dem Internet heruntergeladen werden. Gut nutzbare Quellen sind hier private Websites von Kirmesfans⁴ oder Videoportale wie *YouTube*⁵.

Findet man nichts zu dem konkret besuchten Karussell, so ist zu bedenken, dass oft viele baugleiche Fahrgeschäfte existieren, die unter den unterschiedlichsten Namen von verschiedenen Schaustellern oder Freizeitparks betrieben werden. Es können also möglicherweise auch die Daten eines anderen Vertreters desselben Karusselltyps verwendet werden⁶.

Analyse von digitalen Bildern

Ein digitales Bild besteht aus einem Raster von Bildpunkten (Pixeln), denen jeweils ein bestimmter Farbwert zugeordnet ist. Jeder Bildpunkt wird über seine Koordinaten identifiziert, welche - entgegen der in der Mathematik und Physik gängigen Konvention - von der *oberen linken Ecke* des Bildes aus gemessen werden.

Mit Hilfe eines einfachen Bildbearbeitungsprogramms können die Koordinaten bestimmter Bildpunkte ermittelt werden, so dass sich die Abstände zweier Punkte sowie der Winkel ihrer Verbindungslinie mit einer der Koordinatenachsen berechnen lassen.

In Abb. 14 können die Längen der Strecken a und b direkt aus den Differenzen der x - oder y Koordinaten der entsprechenden Punkte berechnet werden:

$$a = y_C - y_B = 129 \text{ Pixel}$$

$$b = x_A - x_C = 110 \text{ Pixel}$$

Die Länge der Strecke c ergibt sich nun nach Pythagoras aus a und b bzw. aus denn Differenzen der Koordinaten von A und B :

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \approx 169,53 \text{ Pixel}$$

Um die so erhaltenen Längen von der Einheit „Pixel“ z.B. in „Meter“ umzurechnen, muss im Bild ein Maßstab definiert werden. Das könnte z.B. über den Abstand von Knie und Fuß der

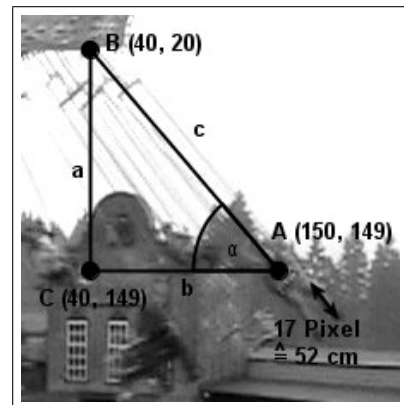


Abb. 14. Messen von Längen und Winkeln auf einem digitalen Foto.

⁴z.B. <http://www.kirmes-power.de> oder <http://www.breaker-page.de/>.

⁵<http://www.youtube.com>

⁶Ob zwei konkrete Karussells baugleich sind, kann z.B. auf <http://www.ride-index.de/> nachgeschlagen werden.

mitfahrenden Person (mir selbst) geschehen, der auf dem Bild etwa 17 Pixel groß ist. Da diese Länge in der Realität etwa 52 cm beträgt, ergibt sich, dass ein Meter auf dem Bild einer Länge von $\frac{17}{0,52} = 32,69$ Pixeln entspricht. Somit hätte die Strecke c in der Realität eine Länge von ca. $169,53 \text{ Pixel} : 32,69 \frac{\text{Pixel}}{\text{m}} \approx 5,18 \text{ m}$.

Ohne Maßstab kommt die Vermessung von Winkeln in digitalen Bildern aus: So ergibt sich in Abb. 14 für den eingezeichneten Winkel α etwa

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{y_C - y_B}{x_A - x_C} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \approx 1,17 \quad \Rightarrow \alpha \approx 49,54^\circ.$$

Bei der Analyse von Fotos ist generell zu beachten, dass ein Foto eine zweidimensionale Abbildung eines eigentlich dreidimensionalen Objektes (z.B. des Karussells) ist und dieses somit teilweise etwas 'verzerrt' darstellt. Die hier vorgestellten Verfahren können nur dann zu sinnvollen Ergebnissen führen, wenn sich die auf dem Foto vermessenen Entfernungen und Winkel sowie die als Maßstab verwendete Länge auch in der Realität in etwa in einer Ebene befunden haben.

Solche Probleme treten nicht auf, wenn statt Fotos Grundrisse des betreffenden Karussells verwendet werden, die ebenfalls in digitaler Form vorliegen. Zudem ist es auf Grundrissen besonders einfach, einen Maßstab festzulegen, da meistens gleich mehrere Strecken mit ihrer realen Länge gekennzeichnet sind. Nicht beschriftete Strecken und Winkel lassen sich anschließend mit dem hier gezeigten Verfahren bestimmen.

Eine große Erleichterung bei der Analyse von digitalen Bildern stellt das kostenlose Bildbearbeitungsprogramm *GIMP* dar⁷, welches über ein eigenes Werkzeug zur Vermessung von Längen und Winkeln verfügt. Durch Manipulation der 'Auflösung' eines Bildes, welche eigentlich dazu gedacht ist, das Verhältnis von Pixel- und Druckmaßen eines digitalen Bildes zu speichern, kann zudem der gewählte Maßstab direkt festgelegt werden. Dadurch können alle Größen bequem mit der Maus ermittelt werden, während sämtliche Berechnungen von der Software ausgeführt werden.

Analyse von digitalen Videos

Ein Video besteht aus einer Reihe von Einzelbildern, die - schnell aufeinanderfolgend abgespielt - für uns den Eindruck eines 'bewegten Bildes' erwecken. In Deutschland bzw. Europa enthalten Videos typischerweise 25 Bilder pro Sekunde, was bedeutet, dass die Einzelbilder einen zeitlichen Abstand von 40 ms haben. Jedem Einzelbild ist somit ein *eindeutiger Zeitpunkt* (in der Regel gemessen ab Beginn des Videos) zuzuordnen (Abb. 15).

⁷„GNU Image Manipulation Program“, erhältlich unter <http://www.gimp.org/>.

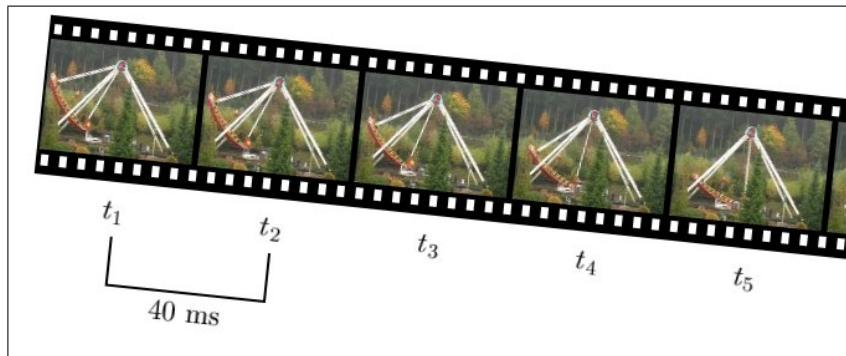


Abb. 15. Einzelbilder eines digitalen Videos.

Digitale Videos lassen sich somit zur Zeitmessung nutzen, z.B. um die Periodendauer einer wiederkehrenden Karussellbewegung zu bestimmen.

Dazu genügt ein einfaches Tool wie z.B. *VirtualDub*⁸, welches Videos Einzelbild für Einzelbild anzeigen kann. Nun lässt sich die Nummer des Einzelbildes bestimmen, auf dem sich das Karussell in einer bestimmten Position befindet (Abb. 16). Ermittelt man auf gleiche Weise die Nummer des Bildes, auf dem diese Position das nächste Mal erreicht wird, so lässt sich berechnen, wie viele Einzelbilder eine solche Periode 'gedauert' hat. Diese Bildzahl kann anschließend in eine Zeitspanne umgerechnet werden: Ist z.B. die Schiffschaukel aus Abb. 16 in den Einzelbildern 39 und 223 voll ausgeleckt, so entspricht dies einer Periodendauer von 7,36 s.

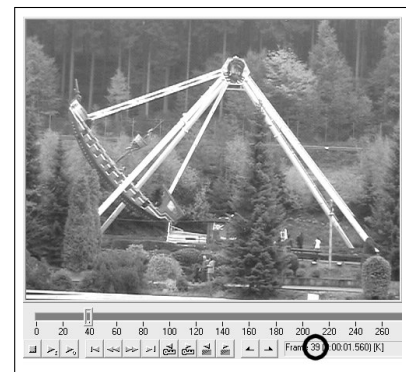


Abb. 16. Zeitmessung in digitalen Videos mit *VirtualDub*.

Da reale Karussells meist im Laufe einer 'Fahrt' ihre Geschwindigkeit verändern, empfiehlt es sich, mehrere solche Messungen durchzuführen, um nicht versehentlich eine Brems- oder Beschleunigungsphase als Grundlage für die weitere Analyse zu verwenden.

Videos können darüber hinaus in so fern eine Hilfe bei der Untersuchung von Karussellbewegungen sein, als dass jedes Einzelbild für sich als digitales Foto des Fahrgeschäfts betrachtet und nach dem oben beschriebenen Verfahren zur Längen- bzw. Winkelmessung genutzt werden kann. Dies ist insbesondere dann von Vorteil, wenn es z.B. aufgrund einer schnellen Bewegung nicht ohne Weiteres möglich ist, das Karussell in der gewünschten Position zu fotografieren.

⁸kostenlos erhältlich unter <http://www.virtualdub.org/>

4 Vorgehen bei der Untersuchung von Karussellbewegungen

Bevor in den folgenden Kapiteln physikalische Modelle zur Beschreibung der Bewegungen verschiedener Fahrgeschäfte abgeleitet und anhand von Messungen mit einem Beschleunigungssensor überprüft werden, soll hier aufbauend auf die Kapitel 2 und 3 kurz das generelle Vorgehen bei der Untersuchung von Karussellbewegungen im Rahmen dieser Arbeit vorgestellt werden.

Bei der Analyse der Fahrgeschäfte werden stets nur solche Kräfte berücksichtigt, die von einem Fahrgast auch wirklich 'gespürt' werden können, die also als Kontaktkräfte vom Karussell auf ihn ausgeübt werden. Um unabhängig von der Masse des Fahrgastes zu sein und eine bessere Vergleichbarkeit mit den Messergebnissen der Sensoren zu erzielen, wird dabei oft stärker auf die 'gespürten' Beschleunigungen Bezug genommen, die ein Fahrgast aufgrund dieser Kräfte erfährt, und weniger auf die entsprechenden Kräfte selbst.

Im Einzelnen läuft die Untersuchung eines Karussells in den folgenden Schritten ab:

1. Aufbau eines physikalischen Modells zur Beschreibung der Karussellbewegung

Zunächst wird versucht, ein mit dem Fahrgast 'mitfahrendes' Koordinatensystem und entsprechende Einheitsvektoren zu finden, mit deren Hilfe sich die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ der Karussellbewegung möglichst einfach darstellen lässt (siehe Kapitel 2.1).

Ausgehend von der Bahnkurve wird durch zweifaches Ableiten nach der Zeit die aus der Karussellbewegung resultierende Beschleunigung $\vec{a}_K(t)$ berechnet, welche den Fahrgast 'auf der Bahn' hält. Zusätzlich 'spürt' dieser die Beschleunigung $\vec{a}_B = g \cdot \vec{e}_z$, welche aus der vom Karussellboden oder -sitz auf ihn ausgeübten Kraft \vec{F}_B resultiert, die seine Gewichtskraft kompensiert (siehe Kapitel 2.4).

Um eine Prognose über die zu erwartenden Messwerte des Beschleunigungssensors anstellen zu können, muss auch die Beschleunigung \vec{a}_B im 'mitfahrenden' Koordinatensystem betrachtet werden, was erfordert, dass der Einheitsvektor \vec{e}_z durch die Einheitsvektoren dieses Systems dargestellt wird.

Somit ergibt sich ein Ausdruck für die insgesamt 'gespürte' Beschleunigung $\vec{a}_{gesp}(t)$, an dem die Anteile dieser Beschleunigung in Richtung der einzelnen Koordinatenachsen des 'mitfahrenden' Systems direkt abgelesen werden können.

2. Ermittlung der Kenngrößen des Karussells

Sofern die zur Berechnung konkreter Werte erforderlichen Größen - z.B. Bahnradien und sonstige Karussellmaße oder Umlaufzeiten - nicht vorliegen, müssen diese anhand der im jeweiligen Fall zur Verfügung stehenden Quellen, wie etwa Grundrissen, Fotos oder Videoaufnahmen mit denen in Kapitel 3.2 vorgestellten Verfahren ermittelt werden.

Auf der Basis dieser Werte werden dann in der Regel bereits erste quantitative Überlegungen zu den erwarteten Beschleunigungen angestellt.

3. Auswertung der Messdaten

Ausgehend von dem aufgestellten Modell wird eine Prognose für die zeitliche Entwicklung der in Richtung der einzelnen Achsen des Sensors (bzw. des 'mitfahrenden Koordinatensystems') auftretenden Beschleunigungen erstellt. Diese wird anschließend mit den tatsächlich gemessenen Werten verglichen.

Dies geschieht technisch mit Hilfe des Programms *Microsoft Excel*. In speziell angelegten Arbeitsmappen werden die Messwerte gespeichert und den entsprechenden Achsen zugeordnet. Für einen frei wählbaren zeitlichen Ausschnitt der Messung lassen sich zudem theoretische Werte für die entsprechenden Beschleunigungen berechnen, welche den Messdaten automatisch in verschiedenen Diagrammen gegenübergestellt werden.

Für das Kettenkarussell und die Schiffschaukel wurden zusätzlich funktionsfähige Modelle aus *Lego* angefertigt, welche mit denselben Methoden analysiert wurden.

Alle zur Untersuchung der einzelnen Karussells verwendeten Daten, wie z.B. Videoaufnahmen oder *Excel*-Arbeitsmappen mit Messwerten und Rechnungen befinden sich auf der beiliegenden CD-ROM.

5 Round Up - die klassische Zentrifuge

Das als *Round Up* oder *Affenkäfig* bekannte Karussell besteht aus einem großen runden Käfig, in dem die Fahrgäste in kleinen Kabinen an der Wand Platz nehmen können. Nach Fahrtbeginn wird der Käfig zunächst in Rotation versetzt und anschließend schräg gestellt (Abb. 17). Dabei ist die Drehfrequenz so hoch, dass die Fahrgäste auch bei größerer Schräglage des Karussells nicht Gefahr laufen, aus ihrem Platz 'herauszufallen'.



Abb. 17. Ein *Round Up*.⁹

5.1 Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung

Die Bewegung eines *Round Up* entspricht einer gleichförmigen Kreisbewegung, die jedoch nicht in der x - y -Ebene stattfindet, sondern in einer schräg dazu stehenden Ebene. Zur Beschreibung dieser Bewegung bietet es sich an, zunächst wieder auf die ebenen Polarkoordinaten und deren Einheitsvektoren \vec{e}_R und \vec{e}_φ sowie auf den nach oben gerichteten Einheitsvektor \vec{e}_z mit

$$\vec{e}_R = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

zurückzugreifen. Dabei entspricht der Winkel $\varphi = \omega t$ wie zuvor dem Drehwinkel des Karussells zur Zeit t , welcher von der x -Achse ausgehend gemessen wird.

Zur Berücksichtigung der Schräglage des Käfigs müssen diese Einheitsvektoren nun um einen Winkel α z.B. um die y -Achse gedreht werden, sodass ein neuer Satz von drei orthogonalen Einheitsvektoren \vec{e}_R' , \vec{e}_φ' und \vec{e}_z' entsteht. Diese erhält man durch Multiplikation der ursprünglichen Einheitsvektoren mit der Drehmatrix

$$D_y = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

Somit ergibt sich für 'neuen' Einheitsvektoren:

$$\begin{aligned} \vec{e}_R' &= D_y \cdot \vec{e}_R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cdot \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ -\sin \alpha \cdot \cos \varphi \end{pmatrix} \\ \vec{e}_\varphi' &= D_y \cdot \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha \cdot \sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \sin \alpha \cdot \sin \varphi \end{pmatrix} \end{aligned}$$

⁹Quelle: http://www.huvipuisto.net/huvipuis/tykki/big_roundup.jpg

$$\vec{e}_z' = D_y \cdot \vec{e}_z = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ 0 \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Die Lage dieser Einheitsvektoren wird in Abb. 18 dargestellt. Hier befindet sich der Fahrgast (und mit ihm 'sein' Koordinatensystem) am höchsten Punkt der Drehung, welcher bei einem Drehwinkel von $\varphi = 180^\circ$ angenommen wird. Ein \odot stellt einen aus der Zeichenebene hinaus zeigenden Pfeil dar, während ein \otimes einen in diese hinein zeigenden Pfeil symbolisiert.

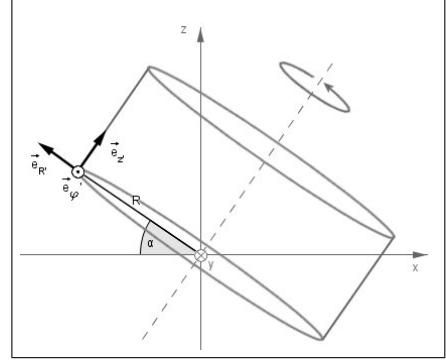


Abb. 18. Einheitsvektoren des im *Round Up* 'mitfahrenden' Koordinatensystems.

Die Bahnkurve des *Round Up* lässt sich nun - analog zur gleichförmigen Kreisbewegung - schreiben als

$$\vec{r}(t) = R \cdot \vec{e}_R'$$

wobei R der Radius des Käfigs ist. Entsprechend ergibt sich für die aus der Karussellbewegung resultierende Beschleunigung

$$\vec{a}_K(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{r}(t) = -\omega^2 \cdot R \cdot \vec{e}_R'$$

Darüber hinaus wirkt auf einen Fahrgast noch die Beschleunigung $\vec{a}_B = g \cdot \vec{e}_z$, die sich aus der von Käfigboden oder -wand auf ihn ausgeübten Kraft \vec{F}_B ergibt, welche seine Gewichtskraft kompensiert (siehe Kapitel 2.4). Um diese ebenfalls im 'mitfahrenden' Koordinatensystem zu betrachten, muss der Einheitsvektor \vec{e}_z durch die 'mitfahrenden' Einheitsvektoren dargestellt werden:

$$\vec{e}_z = \alpha_R' \cdot \vec{e}_R' + \alpha_\varphi' \cdot \vec{e}_\varphi' + \alpha_z' \cdot \vec{e}_z'$$

Die Koeffizienten ergeben sich dabei aus den Skalarprodukten von \vec{e}_z und den 'mitfahrenden' Einheitsvektoren:

$$\begin{aligned} \alpha_R' &= \vec{e}_z \cdot \vec{e}_R' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \cdot \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ -\sin \alpha \cdot \cos \varphi \end{pmatrix} = -\sin \alpha \cdot \cos \varphi \\ \alpha_\varphi' &= \vec{e}_z \cdot \vec{e}_\varphi' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\cos \alpha \cdot \sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \sin \alpha \cdot \sin \varphi \end{pmatrix} = \sin \alpha \cdot \sin \varphi \\ \alpha_z' &= \vec{e}_z \cdot \vec{e}_z' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ 0 \\ \cos \alpha \end{pmatrix} = \cos \alpha \end{aligned}$$

Es ist also

$$\vec{e}_z = -\sin \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \vec{e}_R' + \sin \alpha \cdot \sin \varphi \cdot \vec{e}_\varphi' + \cos \alpha \cdot \vec{e}_z'$$

Die insgesamt 'gespürte' Beschleunigung $\vec{a}_{gesp} = -\omega^2 \cdot R \cdot \vec{e}_R' + g \cdot \vec{e}_z$ lässt sich mit Hilfe dieser Beziehung ausdrücken als

$$\vec{a}_{gesp} = (-\omega^2 \cdot R - g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{e}_R' + g \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi \cdot \vec{e}_\varphi' + g \cdot \cos \alpha \cdot \vec{e}_z'$$

Ein Fahrgast der Masse m 'spürt' im *Round Up* also die Kraft

$$\vec{F}_{gesp} = m \cdot (-\omega^2 \cdot R - g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{e}_R' + m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi \cdot \vec{e}_\varphi' + m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \vec{e}_z'$$

Der Anteil dieser Kraft in \vec{e}_R' -Richtung ist das Resultat von zwei überlagerten Kräften - der Zentripetalkraft $\vec{F}_{ZP} = -m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \vec{e}_R'$ und dem entsprechenden Anteil der Kraft $\vec{F}_B = m \cdot g \cdot \vec{e}_z$, welche der Gewichtskraft des Fahrgastes entgegen wirkt.

Im tiefsten Punkt der schräg liegenden Kreisbahn ($\varphi = 0$) beträgt die 'gespürte' Kraft in \vec{e}_R' -Richtung

$$\vec{F}_{gesp, \vec{e}_R'} = -m \cdot \omega^2 \cdot R - m \cdot g \cdot \sin \alpha,$$

d.h. die beiden Teilkräfte wirken in *gleicher* Richtung, nämlich zur Käfigmitte hin. Dementsprechend fühlt sich ein Fahrgast in dieser Position 'schwerer' als normal, da die von der Käfigwand hinter bzw. unter ihm auf ihn ausgeübte Kräfte nicht nur seine Gewichtskraft (bzw. einen großen Teil davon) kompensiert, sondern auch die Zentripetalkraft aufbringt, welche ihn auf der Kreisbahn hält.

Im höchsten Punkt der Kreisbahn ($\varphi = 180^\circ$) wirkt die Zentripetalkraft immer noch zur Käfigmitte hin, während der \vec{e}_R' -Anteil der Kraft \vec{F}_B nun nach außen gerichtet ist:

$$\vec{F}_{gesp, \vec{e}_R'} = -m \cdot \omega^2 \cdot R + m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

Auf den ersten Blick könnte hier die Frage aufkommen, *wodurch* denn überhaupt dieser nach außen gerichtete Anteil der Kraft \vec{F}_B aufgebracht werden kann - schließlich befindet sich die Käfigwand hinter dem Fahrgast (und damit weiter außen), während vor ihm kein nennenswertes bauliches Element des Karussells existiert, welches eine entsprechende Kraft auf ihn ausüben könnte.

Dieses Problem lässt sich beheben, wenn man bedenkt, dass auch von der - eigentlich nicht 'spürbaren' Gewichtskraft $\vec{F}_G = -m \cdot g \cdot \vec{e}_z$ ein Anteil

$$\vec{F}_{G, \vec{e}_R'} = -m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

entlang der \vec{e}_R -Achse wirkt - und zwar zum Käfigmittelpunkt hin. Dieser Anteil der Gewichtskraft bringt allerdings einen Teil der Zentripetalkraft auf, die benötigt wird, um den Fahrgast auf der Kreisbahn zu halten, sodass die Käfigwand dadurch gewissermaßen 'entlastet' wird. Die von der Käfigwand ausgehend nach innen wirkende, 'spürbare' Kraft, ergibt sich nun aus der Differenz aus der benötigten Zentripetalkraft und dem Anteil daran, der bereits von der \vec{e}_R -Komponente der Gewichtskraft geleistet wird:

$$\vec{F}_{gesp, \vec{e}_R} = \vec{F}_{ZP} - \vec{F}_{G, \vec{e}_R} = -m \cdot \omega^2 \cdot R - (-m \cdot g \cdot \sin \alpha) = -m \cdot \omega^2 \cdot R + m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

Das entspricht genau dem oben betrachteten Ausdruck.

Ist $m \cdot \omega^2 \cdot R \geq m \cdot g \cdot \sin \alpha$, so wird der \vec{e}_R -Anteil der Gewichtskraft vollständig als Zentripetalkraft 'genutzt' und braucht daher nicht mehr durch eine weitere Kraft kompensiert zu werden. Da die Käfigwand nur noch den 'Rest' der Zentripetalkraft aufbringen muss, wird diese 'spürbare' Kraft entsprechend schwächer. Wird fast die gesamte Zentripetalkraft von der Gewichtskraft aufgebracht, fühlt sich ein Fahrgast dementsprechend nahezu 'schwereelos', da keine 'spürbaren' Kräfte auf ihn wirken.

Tritt dagegen der Fall ein, dass $m \cdot \omega^2 \cdot R < m \cdot g \cdot \sin \alpha$ ist, wird die benötigte Zentripetalkraft komplett von der \vec{e}_R -Komponente der Gewichtskraft abgedeckt. Allerdings wird dieser Anteil der Gewichtskraft dabei nicht vollständig 'genutzt', sodass auf den Fahrgast immer noch eine gewisse Kraft in Richtung des Käfigmittelpunktes wirkt. Da diese aufgrund der baulichen Beschaffenheit des Käfigs jedoch nicht von einer entsprechenden nach außen gerichteten Kraft kompensiert werden kann, würde der Fahrgast in diesem Fall in Richtung Käfigmitte 'fallen'¹⁰, was genau der Situation entspräche, dass sich der Käfig schlichtweg 'zu langsam' dreht.

Somit lässt sich ein Ausdruck für die Winkelgeschwindigkeit aufstellen, die zum erfolgreichen Betrieb eines *Round Up* mit dem Radius R mindestens erforderlich ist:

$$m \cdot \omega^2 \cdot R \geq m \cdot g \cdot \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad \omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{R} \cdot \sin \alpha}$$

Diese Überlegungen sind ein Beispiel dafür, dass das hier angewandte Verfahren, bei der Berechnung der 'gespürten' Beschleunigung in einem Karussell zu der aus seiner Bewegung resultierenden Beschleunigung $\vec{a}_K(t)$ 'pauschal' die Beschleunigung $\vec{a}_B = g \cdot \vec{e}_z$ zu addieren, zwar rechnerisch recht 'bequem' ist, die anschauliche Bedeutung der entsprechenden Kraft \vec{F}_B jedoch nicht immer auf den ersten Blick ersichtlich wird.

¹⁰In einem realen Karussell befinden sich natürlich entsprechende Sicherheitsbügel, die dies im Notfall verhindern.

5.2 Ermittlung der Kenngrößen des Karussells

Die Messung in einem realen *Round Up* fand im Freizeitpark *Fort Fun* statt. Die dortige Variante des Karussells trägt den Namen *Dark Raver* und ist in einem fensterlosen Gebäude untergebracht (Abb. 19), was es ermöglicht, die Fahrt mit verschiedenen Licht- und Soundeffekten zu untermalen. Da sich Hal-lendecke und -Wände optisch kaum unterscheiden, ist für einen Fahrgast nicht unbedingt ersichtlich, wo 'oben' und wo 'unten' ist, sodass die sich während der 'Fahrt' einstellende Schräglage des Käfigs nicht unbedingt als solche erkannt wird.

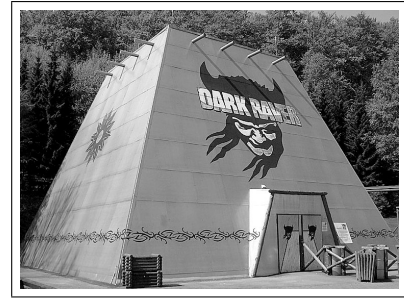


Abb. 19. Außenansicht des *Dark Raver* im *Fort Fun*¹¹.

Aus den freundlicherweise vom *Fort Fun* zur Verfügung gestellten Daten konnte entnommen werden, dass der Innendurchmesser des Käfigs beim *Dark Raver* von 6,70 m beträgt. Da der Sensor während der Messung nicht direkt an der Innenwand der Käfigs, sondern an einer Stange befestigt wurde, welche sich im Abstand von ca. 30 cm zu dieser Wand befand, ergibt sich somit ein effektiver Radius von $R = 3,05$ m.

Ebenfalls ausgehend von diesen Informationen beträgt der Winkel α , den das Karussell bei maximaler Schräglage mit dem Erdboden einschließt, 68° . Die angegebene maximale Drehzahl von 19 Umdrehungen pro Minute entspricht einer minimalen Umlaufzeit von $T_{min} \approx 3,11$ s.

Zur Kontrolle wurde die Umlaufzeit des Karussells zusätzlich anhand einer Videoaufnahme ermittelt. Zwar durften aus Sicherheitsgründen keine eigenen Aufnahmen im *Dark Raver* angefertigt werden, es konnte jedoch beim Internetportal *YouTube* ein entsprechendes Video gefunden werden¹². Mit dem in Kapitel 3.2 beschriebenen Verfahren konnte hier eine Umlaufzeit von $T \approx 3,51$ s ermittelt werden (siehe *Dark Raver.xls*).

Es wurde angenommen, dass sich der *Dark Raver* ggf. nicht mit der laut den technischen Daten maximal möglichen Geschwindigkeit dreht, sodass der Wert von $T \approx 3,51$ s für die weitere Analyse verwendet wurde. Die zugehörige Winkelgeschwindigkeit erhält man aus $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Insgesamt ergeben sich also die folgenden Kenngrößen:

$$R \approx 3,05 \text{ m}$$

$$\alpha = 68^\circ$$

$$T \approx 3,51 \text{ s}$$

$$\omega \approx 1,79 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

¹¹Quelle: http://www.kirmes-und-parks.de/Forum/uploadordner/p1110561_192.jpg.

¹²Quelle: Video „Dark Raver (Fort Fun)“ von MABIAR auf <http://de.youtube.com/watch?v=y4htNgaSzNE>.

Der sich rechnerisch aus den Werten für R und α ergebende Mindestwert für die Winkelgeschwindigkeit beträgt

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{R} \cdot \sin \alpha} \approx 1,73 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

was einer maximalen Umlaufzeit von $T_{max} \approx 3,64$ s entspricht. Somit dreht sich der *Dark Raver* rechnerisch tatsächlich nur gerade eben schnell genug, sodass die Passagiere noch an der Käfigwand gehalten werden. In der Praxis trägt z.B. auch die Haftreibung ihrer Füße am Käfigboden dazu bei, die Fahrgäste auf ihrer Position zu halten, sodass die Drehzahl des Karussells nicht ganz so 'knapp' kalkuliert ist, wie es aufgrund dieser Werte auf den ersten Blick erscheint.

Ausgehend von den ermittelten Kenngrößen kann anhand des Ausdrucks

$$\vec{a}_{gesp} = (-\omega^2 \cdot R - g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{e}_R' + g \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi \cdot \vec{e}_\varphi' + g \cdot \cos \alpha \cdot \vec{e}_z',$$

bereits eine Abschätzung für die zu erwartende 'gespürte' Beschleunigung vorgenommen werden. Mit den Werten

$$\omega^2 \cdot R \approx 9,77 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad g \cdot \sin \alpha \approx 9,10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{und} \quad g \cdot \cos \alpha \approx 3,67 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

wird deutlich, dass diese hauptsächlich in \vec{e}_R' - und \vec{e}_φ' -Richtung wirkt. Während die 'gespürte' Beschleunigung entlang der \vec{e}_φ' -Achse aufgrund des Terms $\sin \varphi$ mit einer Amplitude von etwa $9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ oszillieren dürfte, sollten sich für den ebenfalls periodisch verlaufenden Anteil in \vec{e}_R' -Richtung Werte zwischen etwa $-0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $-18,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ergeben. Die Beschleunigung entlang der \vec{e}_z' -Achse ist nicht vom aktuellen Drehwinkel (und damit nicht von der Zeit) abhängig und müsste daher konstant bleiben.

Ein Fahrgast im *Dark Raver* sollte sich also im tiefsten Punkt ($\varphi = 0^\circ$) fast doppelt so 'schwer' wie normal, am höchsten Punkt ($\varphi = 180^\circ$) nahezu 'schwereelos' fühlen.

5.3 Auswertung der Messdaten

Die Messung im *Dark Raver* wurde mit Hilfe des *WDSS* durchgeführt, die zugehörigen Messdaten finden sich in der Datei *Dark Raver.xls*. Da sich der Käfig des Karussells im Uhrzeigersinn (also in mathematisch *negativer* Richtung) dreht, muss die für die Berechnung der theoretischen Werte benötigte Winkelgeschwindigkeit ω in diesem Fall ein negatives Vorzeichen erhalten.

Es wird exemplarisch ein Zeitraum von 15 s (ca. 5 Perioden) betrachtet, in dem sich das Karussell in 'voller Fahrt' befand, sodass von einer maximalen Schräglage ausgegangen werden kann. In den Diagrammen 1 bis 3 werden in diesem Zeitraum in Richtung der einzelnen Achsen gemessenen Beschleunigungen den berechneten Idealwerten gegenübergestellt.

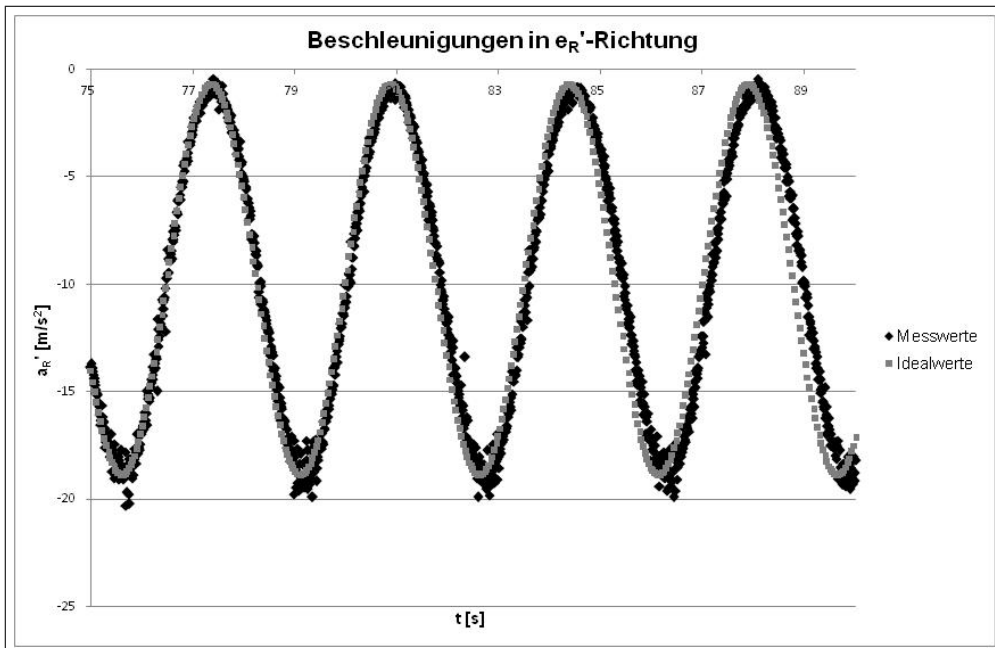


Diagramm 1. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_R' -Richtung.

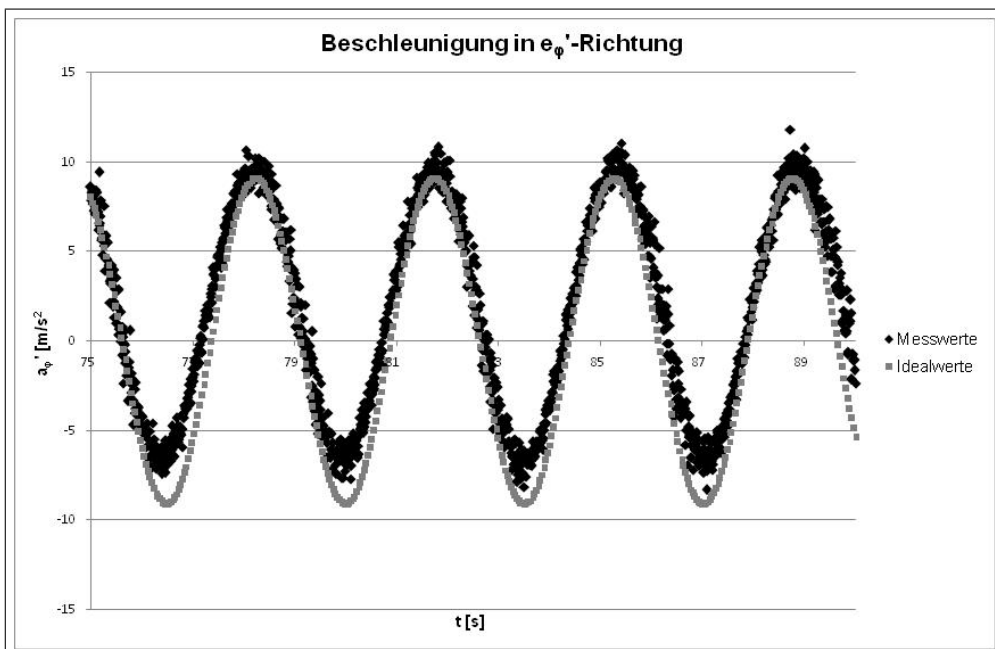


Diagramm 2. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_ϕ' -Richtung.

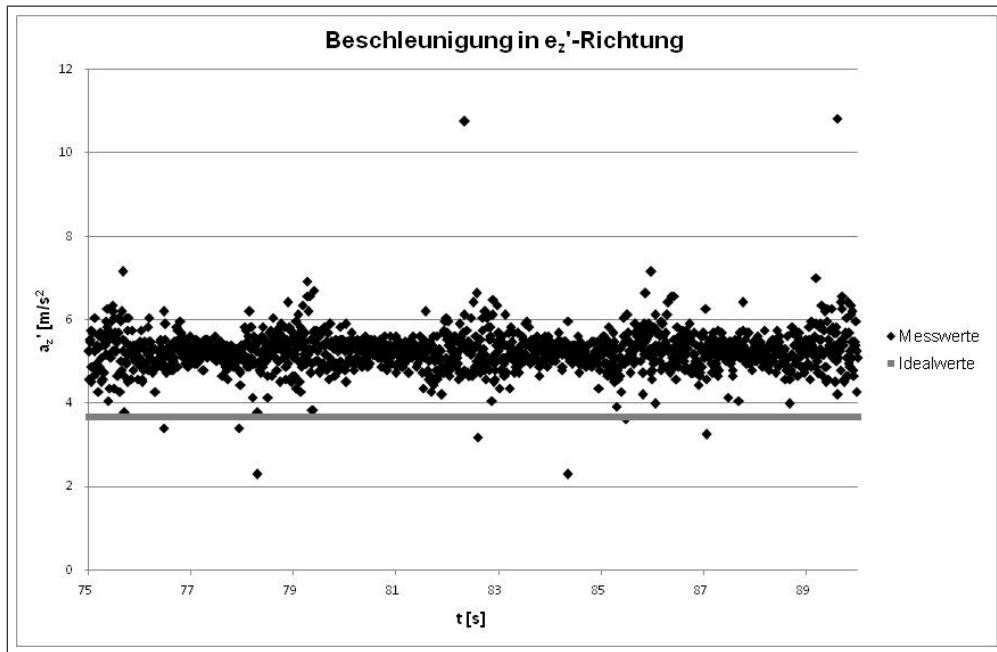


Diagramm 3. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_z' -Richtung.

Die Beschleunigungen in \vec{e}_R' -Richtung und \vec{e}_φ' -Richtung entsprechen erstaunlich gut den theoretischen Erwartungen. Es ist zu erkennen, dass die anhand des Videos berechnete Winkelgeschwindigkeit von $\omega \approx 1,79 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ offensichtlich ziemlich genau die tatsächliche Winkelgeschwindigkeit des Karussells während der Messung wiedergibt. Ferner bewegen sich die Werte der Beschleunigungen entlang dieser beiden Achsen tatsächlich in etwa im Rahmen der oben abgeschätzten Grenzen. Somit konnten auch die vermutete 'gefühlte Schwerelosigkeit' bzw. das 'gefühlte doppelte Gewicht' im höchsten bzw. tiefsten Punkt der Kreisbahn bestätigt werden.

Bei der Beschleunigung in \vec{e}_z' -Richtung sind kleinere Abweichungen zu verzeichnen. Die gemessene Beschleunigung verläuft zwar wie vermutet in etwa konstant, jedoch auf einem um ca. $1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ höheren Niveau als die theoretischen Werte. Dies könnte z.B. darauf hindeuten, dass die als \vec{e}_z' -Achse des Sensors nicht genau senkrecht auf dem Käfigboden stand. Bei einem Winkel von $\alpha = 68^\circ$ haben kleinere Abweichungen von diesem Wert auf den Term $\cos \alpha$ größere Auswirkungen als auf den Term $\sin \alpha$, sodass ein solcher Fehler am stärksten die Messung in \vec{e}_z' -Richtung beeinflussen sollte. Ferner sind die Beschleunigungen in dieser Richtung insgesamt deutlich kleiner als in den anderen Richtungen, sodass vergleichbare Abweichungen hier stärker ins Gewicht fallen. Die kleineren 'Ausreißer', die vereinzelt auftreten, sind wahrscheinlich auf eine nicht ganz gleichmäßige Bewegung des Karussells (z.B. leichte Erschütterungen) oder auf ein 'Ruckeln' am Sensor zurückzuführen.

Betrachtet man statt dessen z.B. den Zeitraum, in dem der Käfig des *Dark Ravers* aus seiner 'Ruheposition' in die Schräglage versetzt wird, so lässt sich der Einfluss des Schrägstellwinkels α auf die Beschleunigung beobachten. In Diagramm 4 wird dazu exemplarisch die Beschleunigung

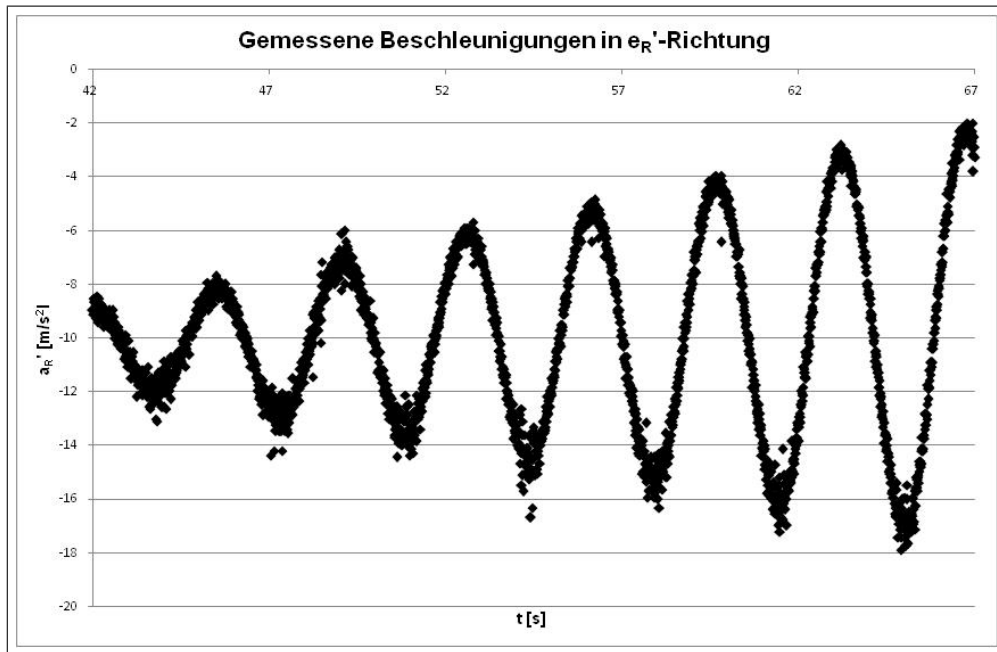


Diagramm 4. Gemessen Beschleunigung in \vec{e}_R' -Richtung beim 'Anheben' des Käfigs.

in \vec{e}_R' -Richtung dargestellt. Es ist eine deutliche Zunahme der Amplitude zu erkennen, mit der diese Beschleunigung um einen Wert von ca. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ oszilliert. Dies entspricht wiederum ziemlich genau den theoretischen Erwartungen von

$$\vec{a}_{gesp, \vec{e}_R'} = -\omega^2 \cdot R + g \cdot \sin \alpha \quad \text{mit} \quad \omega^2 \cdot R \approx 9,77 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

bei einer Zunahme des Winkel α .

5.4 Zusammenfassung

Die Messergebnisse zeigen, dass das aufgestellte Modell die aufgrund der Bewegung des *Dark Raver* auftretenden Beschleunigungen recht zuverlässig beschreibt, wobei davon ausgegangen werden kann, dass dies auch allgemein für Karussells dieser Art der Fall sein sollte.

Karussells diesen Typs eignen sich daher offenbar recht gut zur Untersuchung mit Hilfe von Beschleunigungssensoren. Ein Grund dafür ist sicherlich, dass diese eine vergleichsweise 'einfache' Bewegung ausführen, welche mit einem überschaubaren physikalischen Modell beschrieben werden kann, ohne große Vereinfachungen vornehmen zu müssen.

6 Das Kettenkarussell

Das Kettenkarussell ist ein absoluter Klassiker unter den Fahrgeschäften und erfreut sich seit Jahrzehnten großer Beliebtheit. Das Prinzip ist denkbar einfach: Am rotierenden Dach des Karussells sind an langen Ketten einzelne Gondeln aufgehängt, welche während der Fahrt aufgrund der Rotationsbewegung ein Stück weit nach außen ausgelenkt werden.



Abb. 20. Ein Kettenkarussell¹³.

6.1 Einfaches Kettenkarussell

Zunächst soll eine vereinfachte Version des Kettenkarussells betrachtet werden, bei der sich die Lage seiner Drehachse nicht verändert, sodass das rotierende Dach, an der die Gondeln aufgehängt sind, stets parallel zum Erdboden ausgerichtet ist. Dies ist zwar bei den meisten realen Kettenkarussells nicht der Fall, vereinfacht die Beschreibung der Karussellbewegung aber erheblich. Eine üblichere Variante des Kettenkarussells wird am Beispiel des *Wellenflugs* in Kapitel 6.2 diskutiert.

6.1.1 Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung

Auch ein Kettenkarussell vollführt im Prinzip eine gleichförmige Kreisbewegung - nur dass der zugehörige Radius vom seitlichen Auslenkwinkel θ der Gondeln abhängt und somit erst noch ermittelt werden muss. Da bereits aus Kapitel 2.2 bekannt ist, dass bei einer solchen Bewegung keinerlei Kräfte tangential zur Bewegungsrichtung wirken, können die wichtigsten Überlegungen zur Beschreibung des Kettenkarussells anhand einer 'zweidimensionalen Momentaufnahme' erfolgen.

Entwicklung des Koordinatensystems

In Abb. 21 sind die zur Beschreibung des Kettenkarussells verwendeten Einheitsvektoren dargestellt. Der bereits bei der gleichförmigen Kreisbewegung eingeführte Satz der Einheitsvektoren \vec{e}_R , \vec{e}_φ und \vec{e}_z wird zunächst analog übernommen. Bei Betrachtung einer 'Momentaufnahme' der Bewegung wird der (wie immer von der x -Achse aus gemessene) Drehwinkel $\varphi = \omega \cdot t$ mit $\varphi = 0$ fest gewählt, sodass die Einheitsvektoren \vec{e}_R und \vec{e}_x zusammenfallen. Der Vektor \vec{e}_φ der - analog zur gleichförmigen Kreisbewegung - immer tangential zur Bewegungsrichtung liegt, ist in dieser Situation in die Zeichenebene hinein gerichtet.

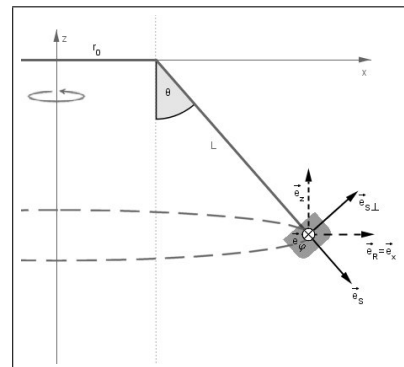


Abb. 21. Einheitsvektoren beim einfachen Kettenkarussell.

Im Hinblick auf eine spätere Messung ist es zudem sinnvoll, die Einheitsvektoren \vec{e}_S und $\vec{e}_{S\perp}$ einzuführen, welche parallel bzw. senkrecht zur Kette ausgerichtet sind, an der sich die betrach-

¹³Quelle: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/8/8b/Wellenflug_01.jpg.

tete Gondel befindet - schließlich wird es in der Praxis kaum möglich sein, einen Sensor stets parallel zum Erdboden auszurichten, wohingegen es sich anbietet, den Sensor an der Kette zu fixieren. Bei einer Messung werden die Achsen des Sensors also genau den Einheitsvektoren \vec{e}_S , $\vec{e}_{S\perp}$ und \vec{e}_φ entsprechen.

Es wird sich zeigen, dass bei der Analyse des Kettenkarussells von dem sonst in dieser Arbeit angewandten Verfahren (Berechnung der Beschleunigungen durch zweifaches Ableiten der Bahnkurve, siehe Kapitel 4) abgewichen werden muss. Daher werden die Einheitsvektoren \vec{e}_S , $\vec{e}_{S\perp}$ und \vec{e}_φ eher als *Bezeichnung* für die betreffenden Richtungen genutzt, als dass tatsächliche Berechnungen mit ihnen durchgeführt werden, sodass auf eine exakte Ableitung ihrer mathematischen Darstellung verzichtet werden kann.

Bahnkurve und Beschleunigungen

Die Bahnkurve des Kettenkarussells entspricht einer Kreisbahn parallel zur x - y Ebene. Hängen die Gondel an Ketten der Länge L , so setzt sich Radius R dieser Kreisbahn aus dem Radius r_0 des rotierenden Daches und der Strecke $L \cdot \sin \theta$ zusammen, um welche eine Gondel, parallel zur x -Achse aus ihrer Ruhelage ausgelenkt wird (Abb. 22). Wie ebenfalls an der Grafik zu sehen ist, liegt die Kreisbahn im Abstand $L \cdot \cos \theta$ unterhalb der x - y -Ebene, sodass sich für die Bahnkurve des Kettenkarussells der Ausdruck

$$\vec{r}(t) = (r_0 + L \cdot \sin \theta) \cdot \vec{e}_R - L \cdot \cos \theta \cdot \vec{e}_z$$

mit $\vec{e}_R = \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$ ergibt. Hier wird bereits deutlich, dass der Auslenkwinkel θ bei der Beschreibung des Kettenkarussells von zentraler Bedeutung ist.

Um nun diesen Winkel zu bestimmen, müssen die im Karussell wirkenden Kräfte untersucht werden, was wiederum anhand einer 'Momentaufnahme' geschehen kann (Abb. 22). Dabei wird vereinfachend angenommen, dass die Massen von Gondel und Kette im Vergleich zur Masse m des Passagiers zu vernachlässigen sind, auch Reibungseffekte werden in diesem Modell nicht berücksichtigt. Damit die Gondel (abgesehen von der Rotationsbewegung) in einer festen Position verbleibt, muss die Kette sowohl die Gewichtskraft des Passagiers kompensieren, als auch die notwendige Zentripetalkraft aufbringen, um den Passagier in seiner Gondel 'in der Bahn' zu halten. Die auf das Seil wirkende Kraft \vec{F}_S lässt sich also darstellen als

$$\vec{F}_S = \vec{F}_{ZP} + \vec{F}_B.$$

Die Beträge der Kräfte lassen sich dabei anhand von geometrischen Überlegungen bestimmen:

$$\left| \vec{F}_S \right| = \left| \vec{F}_B \right| \cdot \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{und} \quad \left| \vec{F}_{ZP} \right| = \left| \vec{F}_B \right| \cdot \tan \theta.$$

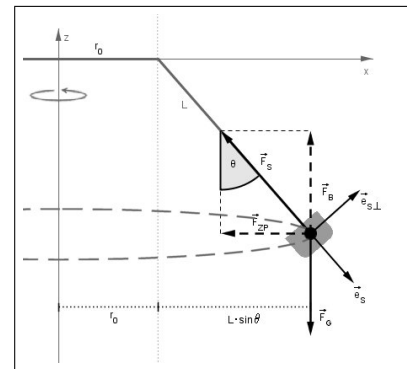


Abb. 22. Kräfte beim einfachen Kettenkarussell.

Da \vec{F}_S in negative \vec{e}_S -Richtung wirken muss, ergibt sich mit $\vec{F}_B = -\vec{F}_G = m \cdot g \cdot \vec{e}_z$ also

$$\vec{F}_S = -m \cdot g \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \vec{e}_S.$$

Als resultierende Kraft der beiden (einzigen) 'spürbaren' Kräfte \vec{F}_{ZP} und \vec{F}_B kann \vec{F}_S also auch als *die* vom Passagier 'gespürte' Kraft angesehen werden. Entsprechend gilt für die insgesamt 'gespürte' Beschleunigung

$$\vec{a}_{gesp} = -g \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \vec{e}_S.$$

Für eine spätere Messung ist also theoretisch zu erwarten, dass ausschließlich in \vec{e}_S -Richtung eine Beschleunigung registriert wird.

Die Zentripetalkraft \vec{F}_{ZP} hängt vom Drehradius $R = r_0 + L \cdot \sin \theta$ und damit ebenfalls vom Winkel θ ab:

$$\vec{F}_{ZP} = -m \cdot \omega^2 \cdot (r_0 + L \cdot \sin \theta) \cdot \vec{e}_x = -m \cdot g \cdot \tan \theta \cdot \vec{e}_x$$

Nutzt man diese Beziehung aus, so lässt sich eine Gleichung für den Auslenkwinkel θ ableiten:

$$\begin{aligned} m \cdot \omega^2 \cdot (r_0 + L \cdot \sin \theta) &\stackrel{!}{=} m \cdot g \cdot \tan \theta \\ \Rightarrow \quad r_0 + L \cdot \sin \theta - \frac{g}{\omega^2} \cdot \tan \theta &\stackrel{!}{=} 0 \end{aligned}$$

Es ist zu erkennen, dass θ nur von der baulichen Beschaffenheit des Kettenkarussells (Dachradius und Kettenlänge) und von dessen Winkelgeschwindigkeit abhängig ist, nicht jedoch von der Masse des Passagiers¹⁴.

Leider lässt sich obige Gleichung jedoch nicht ohne Weiteres mit algebraischen Methoden nach θ auflösen, sodass keine allgemeinen Ausdrücke für den Drehradius, die Bahnkurve oder die zu erwartende Beschleunigung abgeleitet werden können. Mit Hilfe von *numerischen* Methoden kann der Winkel θ aber zumindest für feste Werte der anderen Parameter bestimmt und als Grundlage für weitere Untersuchungen genutzt werden.

Das Bisektionsverfahren zur Nullstellenbestimmung

Eine sehr einfache Möglichkeit zur numerischen Berechnung von Nullstellen einer Funktion $f(x)$ stellt das *Bisektionsverfahren* dar. Dieses Verfahren identifiziert eine Nullstelle anhand des dort stattfindenden Vorzeichenwechsels der betreffenden Funktion, d.h. es können nur solche Nullstellen gefunden werden, bei denen die x -Achse 'geschnitten' und nicht nur 'berührt' wird.

Voraussetzung für die Anwendung des Bisektionsverfahrens ist, dass bereits bekannt ist, dass *genau eine* Nullstelle der Funktion im Intervall $[x_L, x_R]$ liegt und dass an dieser der einzige Vorzeichenwechsel in diesem Intervall stattfindet. Zunächst wird mit $x_M = \frac{x_L + x_R}{2}$ der Mittelpunkt

¹⁴Das ist gut so, da Kettenkarussells oft über mehrere Gondeln nebeneinander verfügen und unterschiedliche schwere Fahrgäste sonst Gefahr laufen würden, zusammenzustößen.

des Intervalls bestimmt und anschließend durch Berechnen von $f(x_L) \cdot f(x_M)$ überprüft, in welcher Intervallhälfte die Nullstelle liegen muss. Dabei ergeben sich zwei Möglichkeiten:

- Ist $f(x_L) \cdot f(x_M) < 0$, so haben $f(x_L)$ und $f(x_M)$ unterschiedliche Vorzeichen, d.h. der Vorzeichenwechsel und die zugehörige Nullstelle müssen sich im Intervall $[x_L, x_M]$ befinden.
- Ist dagegen $f(x_L) \cdot f(x_M) > 0$, so haben $f(x_L)$ und $f(x_M)$ das gleiche Vorzeichen, d.h. es findet kein Vorzeichenwechsel im Intervall $[x_L, x_M]$ statt. Somit müssen der im Ausgangsintervall vorhandene Vorzeichenwechsel und damit die Nullstelle im Intervall $[x_M, x_R]$ liegen.

In beiden Fällen erhält man ein Intervall, das halb so groß ist wie das Ausgangsintervall $[x_L, x_R]$ und in dem auf jeden Fall die gesuchte Nullstelle liegt. Ausgehend von diesem Intervall lässt sich das Verfahren beliebig wiederholen, wobei sich die Intervallgröße in jedem Schritt halbiert. Auf diese Weise kann die Position der Nullstelle zwar nicht 'exakt', aber zumindest bis zu einer gewählten Genauigkeit bestimmt werden (vgl. PRESS 1986, S. 246).

Soll nun das Bisektionsverfahren zur Berechnung des Auslenkwinkels θ beim Kettenkarussell angewendet werden, so wird zunächst ein geeignetes Ausgangsintervall benötigt. Aufgrund des Sachzusammenhangs ist klar, dass θ zwischen 0° und 90° liegen muss. Nun sind sowohl $\sin \theta$ als auch $\tan \theta$ für $0^\circ < \theta < 90^\circ$ stets größer als Null, während weiterhin $\sin 0 = \tan 0 = 0$, $\sin 90^\circ = 1$ und $\lim_{\theta \rightarrow 90^\circ} \tan \theta = +\infty$ gilt. Die betrachtete Funktion

$$f(\theta) = r_0 + L \cdot \sin \theta - \frac{g}{\omega^2} \cdot \tan \theta$$

hat daher im Intervall $[0^\circ, 90^\circ]$ genau eine Nullstelle, da sie bei $f(0^\circ) = r_0$ mit einem positiven Wert startet, aber durch die starke Zunahme des Tangenterms in der Nähe von $\theta = 90^\circ$ auf jeden Fall negativ wird. Da die Tangensfunktion jedoch an ihrer Polstelle bei $\theta = 90^\circ$ ebenfalls einen Vorzeichenwechsel durchläuft, empfiehlt es sich, das Ausgangsintervall geringfügig kleiner zu wählen, z.B. als $[0^\circ, 89^\circ]$.

Für die praktische Arbeit mit diesem Verfahren wurde den verwendeten *Excel*-Arbeitsmappen unter dem Namen `getWinkel()` eine entsprechende *VisualBasic*-Routine hinzugefügt, welche nach Eingabe der erforderlichen Parameter direkt einen Näherungswert für θ liefert.

6.1.2 Das einfache Kettenkarussell als Lego-Modell

Das Kettenkarussell wurde im Rahmen dieser Arbeit auch als *Lego*-Modell umgesetzt (Abb. 23). Um ein unkontrolliertes 'Wackeln' der Gondeln zu unterbinden, wurden diese mit festen Stangen so am oberen Teil der Karussells befestigt, dass sie nur nach 'innen' und 'außen' frei auslenkbar sind, sich in die anderen Richtungen jedoch nicht bewegen können. Der obere Teil des Karussells kann mit Hilfe eines batteriebetriebenen (*Lego*-) Motors in Rotation versetzt werden. Die an den Standfüßen fixierten Räder dienen dazu, beim Ausschalten des Motors ein trägheitsbedingtes 'Weiterrutschen' des Karussells zu verhindern. Da die *Lego*-Version des Kettenkarussells nicht über die Möglichkeit verfügt, ihre Drehachse zu verändern, lässt sich diese als 'einfaches' Kettenkarussell ansehen.

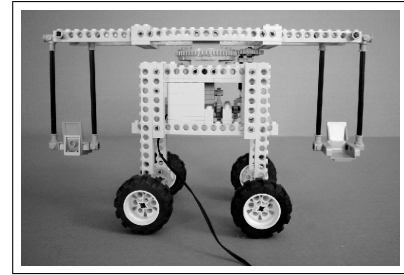


Abb. 23. *Lego*-Modell eines Kettenkarussells.

Bei dem verwendeten *Lego*-Modell sind die Gondeln im Abstand $r_0 = 12,8$ cm von der Drehachse an Stangen der Länge $L = 10,5$ cm aufgehängt. Da zwei Messungen durchgeführt wurden, mussten Umlaufzeit T und die zugehörige Winkelgeschwindigkeit ω für beide Messungen separat anhand eines Videos bestimmt werden. Alle Messwerte und Rechnungen finden sich in der *Excel*-Arbeitsmappe *Kettenkarussell Lego.xls*.

Messung mit Beschleunigungssensor

Für die erste Messung wurde einer der Gondelsitze durch den einfachen 3-Achsen-Beschleunigungssensor ersetzt, der mit Hilfe von Tesafilm und einem Plastikschlauch in der Aufhängung befestigt wurde (Abb. 24). Es wurden über einen Zeitraum von 7,5 s die auftretenden Beschleunigungen in allen drei Achsen des Sensors mit einem Messintervall von 0,03 s gemessen. Diese Zeitspanne wurde sowohl von der Speicherkapazität des Taschenrechners begrenzt, als auch davon, dass sich das Kabel des Beschleunigungssensors nach und nach aufwickelte, was nur wenige Umdrehungen des Karussells zuließ.

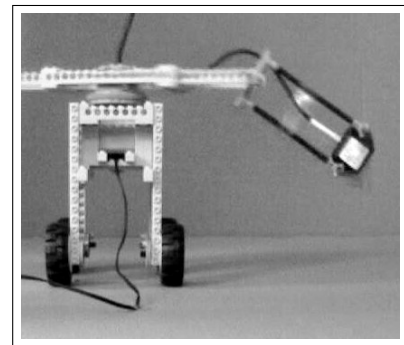


Abb. 24. Positionierung des Beschleunigungssensors im Karussell.

Die Messergebnisse des Sensors werden in Diagramm 5 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Beschleunigung in \vec{e}_S -Richtung nach einer kurzen 'Anlaufphase' auf ca. $-20 \frac{m}{s^2}$ 'ansteigt' und nach einer gewissen Zeit wieder etwas 'abfällt', was vermutlich damit erklärt werden kann, dass der verwendete Motor nicht leistungsstark genug ist, um bei zunehmendem Aufwickeln des Kabels die volle Drehgeschwindigkeit aufrechtzuerhalten.

Abweichend von den theoretischen Erwartungen werden auch Beschleunigungen in $\vec{e}_{S\perp}$ - und \vec{e}_φ -Richtung registriert, welche jedoch vergleichsweise klein bleiben. Es ist anzunehmen, dass diese

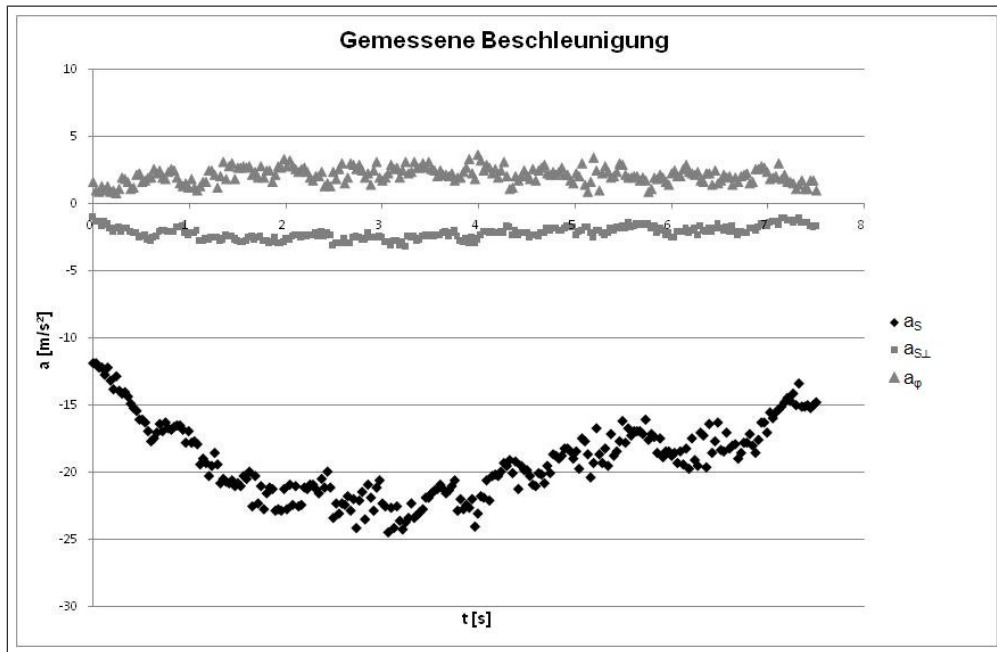


Diagramm 5. Gemessene Beschleunigungen in Richtung der angegebenen Achsen.

Werte auf kleiner 'Störungen', wie z.B. eine nicht exakt parallel zur den Stangen ausgerichtete Positionierung des Sensors zurückzuführen sind.

Die Umlaufzeit des Karussells wurde anhand des Videos *Kettenkarussell Lego mit Sensor.avi* ermittelt. In Tabelle 1 ist zu sehen, dass die Umlaufzeiten in dem Zeitraum von 1,8 s bis 5,1 s in etwa konstant bleiben. Dieser Bereich entspricht der Zeitspanne, in der auch die Beschleunigungen in \vec{e}_S -Richtung in etwa gleich groß waren und wurde daher als Grundlage für die weitere Untersuchung ausgewählt. Durch Mittelwertbildung über die entsprechenden Werte ergibt sich $T \approx 0,66$ s und $\omega \approx 9,46 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Bild 1	Bild 2	T [s]	Zeitpunkt Bild 1 [s]	Zeitpunkt Bild 2 [s]
27	45	0,72	1,1	1,8
45	62	0,68	1,8	2,5
62	78	0,64	2,5	3,1
78	94	0,64	3,1	3,8
94	111	0,68	3,8	4,4
111	128	0,68	4,4	5,1
128	147	0,76	5,1	5,9
147	165	0,72	5,9	6,6
165	184	0,76	6,6	7,4
184	206	0,88	7,4	8,2
206	228	0,88	8,2	9,1

Tabelle 1. Umlaufzeiten beim *Lego*-Modell des Kettenkarussells.

Aus diesen Werten lässt sich mit dem oben beschriebenen Näherungsverfahren der *rechnerische* Wert $\theta_r \approx 63,75^\circ$ ermitteln. Zusätzlich wurde der *tatsächlich* auftretende Auslenkwinkel in mehreren Einzelbildern des Videos gemessen. Durch Mittelwertbildung über die so bestimmten Winkel ergibt sich der *gemessene* Wert $\theta_m \approx 57,15^\circ$. Diese Abweichung dürfte dadurch bedingt sein, dass die Gondeln im *Lego*-Modell natürlich nicht 'reibungsfrei' ausgehängt werden können. Insbesondere ist zu vermuten, dass ein 'Sperrern' des Kabels des Beschleunigungssensors einer Auslenkung der Gondel um größere Winkel entgegenwirkt (siehe Abb. 24).

Zur genaueren Untersuchung der Beschleunigung in \vec{e}_S -Richtung wurden ausgehend von den Winkeln θ_r und θ_m nach

$$\vec{a}_{gesp} = -g \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \vec{e}_S$$

rechnerische Werte für \vec{a}_{gesp} bestimmt und ferner der Mittelwert der *gemessenen* Beschleunigungen in dem ausgewählten Zeitraum berechnet. Dabei ergeben sich diese Werte:

$$\begin{aligned} \text{rechnerisch aus Winkel } \theta_r: & \quad \vec{a}_{\theta_r} \approx -22,18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \vec{e}_S \\ \text{rechnerisch aus Winkel } \theta_m: & \quad \vec{a}_{\theta_m} \approx -18,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \vec{e}_S \\ \text{Mittelwert der Sensormessung:} & \quad \vec{a}_{Sensor} \approx -21,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \vec{e}_S. \end{aligned}$$

Es ist zu erkennen, dass der gemessene Wert \vec{a}_{Sensor} zwischen den anhand der Winkel berechneten Werten, jedoch näher an \vec{a}_{θ_r} liegt. Dies unterstützt die oben aufgestellte Vermutung, dass die Gondel aufgrund von Reibungseffekten nicht so weit ausgelenkt wurde, wie es anhand der theoretischen Überlegungen zu erwarten wäre. Zwar wird eine in einer 'reibungsfreien' Situation in etwa dem Auslenkwinkel $\theta_r \approx 63,75^\circ$ entsprechende Beschleunigung registriert, tatsächlich wird jedoch nur der Winkel $\theta_m \approx 57,15^\circ$ erreicht.

Messung ohne Sensor

Um zu untersuchen, in wie fern tatsächlich ein 'Sperrern' des Sensorkabels für die geringere Auslenkung der Gondel verantwortlich ist, wurde eine zweite Messung ohne Einsatz des Beschleunigungssensors durchgeführt. Anhand des Videos wurden Umlaufzeit und Winkelgeschwindigkeit als $T \approx 0,74$ s und $\omega \approx 8,45 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ermittelt, wobei in diesem Fall nahezu die gesamte Laufzeit des Videos genutzt werden konnte.

Der Auslenkwinkel wurde wiederum sowohl rechnerisch als auch anhand von Messungen an Einzelbildern des Videos und anschließender Mittelwertbildung bestimmt. Die so erhaltenen Werte $\theta_r \approx 57,95^\circ$ und $\theta_m \approx 54,55^\circ$ unterscheiden sich in diesem Fall nur noch etwa halb so stark wie bei der vorhergehenden Messung. Auch die daraus berechneten Beschleunigungen von $\vec{a}_{\theta_r} \approx -18,30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \vec{e}_S$ und $\vec{a}_{\theta_m} \approx -16,91 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \vec{e}_S$ unterscheiden sich hier nur noch geringfügig.

Es kann also davon ausgegangen werden, dass der Beschleunigungssensor (bzw. dessen Kabel) einen durchaus relevanten 'störenden' Einfluss auf den beobachtbaren Auslenkwinkel ausübt.

6.2 Der Wellenflug

Bei vielen realen Kettenkarussells - wie z.B. dem *Wellenflug* - wird die Fahrt durch eine sich ändernde Schrägstellung der Drehachse interessanter gestaltet. Dazu wird das Dach des Karussells, um welches die Aufhängungen der Gondeln mit einer Winkelgeschwindigkeit ω rotieren, so 'gekippt', dass die Drehachse der Gondelbewegung mit der z -Achse einen Winkel α_0 einschließt. Zusätzlich wird das Dach selbst mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{Dach} in entgegengesetzter Richtung gedreht (Abb. 25), sodass jede einzelne Gondel mit einer effektiven Winkelgeschwindigkeit von $\omega_{rel} = |\omega| + |\omega_{Dach}|$ um das schräg gestellte Dach rotiert.

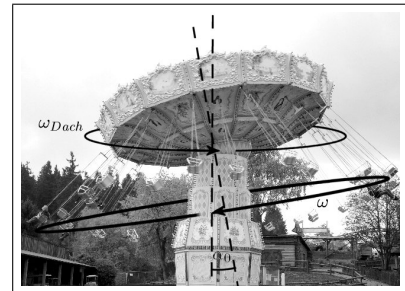


Abb. 25. Drehung des Daches beim *Wellenflug*.

6.2.1 Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung

Definition des Schrägstellwinkels

Zur weiteren Untersuchung des *Wellenflugs* wird der Schrägstellwinkel als der *von der z -Achse aus* gemessene Winkel zwischen dieser Achse und der Drehachse definiert. Befindet sich die Aufhängung der Gondel gerade am höchsten Punkt des Daches, so ist dieser Winkel positiv (Abb. 26), während sich für eine Gondel mit Aufhängung am tiefsten Punkt des Daches eine negativ zu wertender Winkel ergibt (Abb. 27).

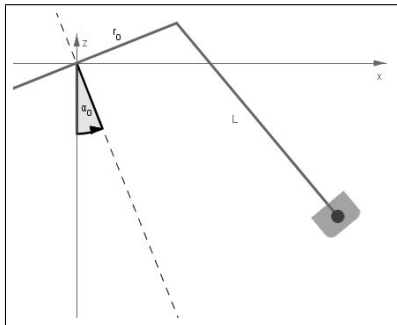


Abb. 26. Positiver Schrägstellwinkel.

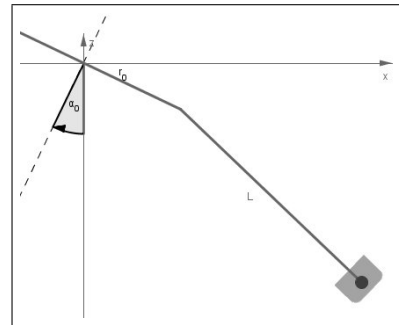


Abb. 27. Negativer Schrägstellwinkel.

Da die Gondeln relativ zum Dach mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{rel} rotieren, entsteht für einen Passagier somit der Eindruck, dass die Drehachse zwischen den Winkeln $+\alpha_0$ und $-\alpha_0$ periodisch 'hin- und herkippen' würde. In diesem Sinne wird angenommen, dass für jede Gondel stets ein 'effektiver' Auslenkwinkel α existiert, dessen Größe sich aus

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega_{rel} \cdot t)$$

berechnen lässt.

Entwicklung des Koordinatensystems

Die bereits zur Beschreibung des einfachen Kettenkarussells verwendeten Einheitsvektoren werden für den *Wellenflug* analog übernommen. Auch hier bietet es sich an, von einer 'Momentaufnahme' auszugehen, bei der die Drehachse um den Winkel α gegenüber der z -Achse 'gekippt' ist (Abb. 28). Aufgrund der Schräglage des Daches liegt der stets senkrecht zur Drehachse stehende Einheitsvektor \vec{e}_R nicht mehr parallel zur x -Achse. Als Auslenkwinkel θ wird nun der Winkel zwischen *Drehachse* und Kette verstanden, sodass der parallel zur Kette ausgerichtete Einheitsvektor \vec{e}_S mit der z -Achse den Winkel $\alpha + \theta$ einschließt. Der Einheitsvektor \vec{e}_φ liegt nach wie vor tangential zur Kreisbahn und ist hier in die Zeichenebene hinein gerichtet.

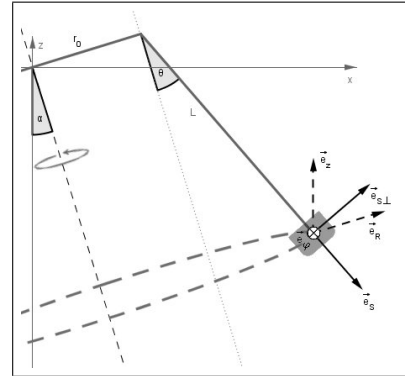


Abb. 28. Einheitsvektoren beim *Wellenflug*.

Berechnung von Beschleunigung und Auslenkwinkel

Zur Berechnung der zu erwartenden Beschleunigungen werden wieder die wirkenden Kräfte anhand einer 'Momentaufnahme' der Karussellbewegung betrachtet (Abb. 29). Auch hier muss die Kette sowohl die Gewichtskraft eines Passagiers der Masse m kompensieren also auch die für die Rotationsbewegung erforderliche Zentripetalkraft aufbringen, d.h. es gilt wieder

$$\vec{F}_S = \vec{F}_{ZP} + \vec{F}_B.$$

Obwohl sich herausstellen wird, dass sich der Auslenkwinkel θ und damit der Drehradius $R = r_0 + L \cdot \sin \theta$ periodisch ändern, wird davon ausgegangen, dass diese Größen in einem kurzen Zeitintervall als konstant angenommen werden können, sodass die Zentripetalkraft in dieser 'Momentaufnahme' mit

$$\vec{F}_{ZP} = -m \cdot \omega^2 \cdot (r_0 + L \cdot \sin \theta) \cdot \vec{e}_R$$

zutreffend beschrieben wird.

Die Beträge der Kräfte können wieder durch geometrische Überlegungen bestimmt werden. Dazu wird in diesem Fall auf eine Großansicht des betrachteten Kräfte Dreiecks (Abb. 30) zurückgegriffen. Es gelten z.B. die Beziehungen

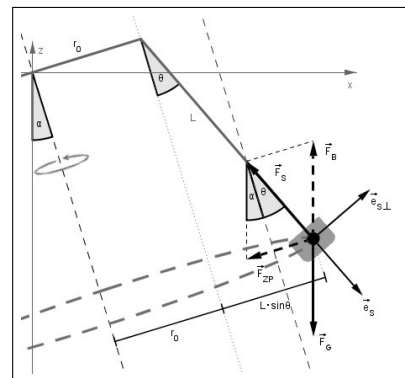


Abb. 29. Kräfte beim *Wellenflug*.

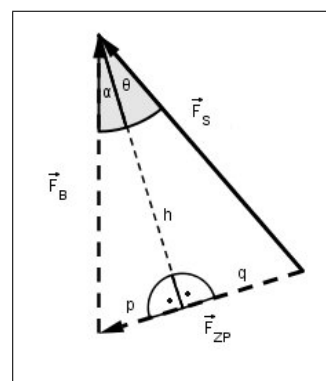


Abb. 30. Das Kräfte Dreieck.

$$\cos \alpha = \frac{h}{|\vec{F}_B|} \Leftrightarrow h = |\vec{F}_B| \cdot \cos \alpha \quad \text{und} \quad \cos \theta = \frac{h}{|\vec{F}_S|} \Leftrightarrow |\vec{F}_S| = \frac{h}{\cos \theta} = |\vec{F}_B| \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \theta},$$

sodass sich mit $\vec{F}_B = m \cdot g \cdot \vec{e}_z$ für \vec{F}_S der Ausdruck

$$\vec{F}_S = -m \cdot g \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \theta} \cdot \vec{e}_S$$

ergibt. Entsprechend folgt für die zugehörige Beschleunigung:

$$\vec{a}_S = -g \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \theta} \cdot \vec{e}_S$$

Auch der Betrag von \vec{F}_{ZP} kann mit Hilfe des Kräfte dreiecks (Abb. 30) ermittelt werden. Es gilt $|\vec{F}_{ZP}| = p + q$, wobei sich die Strecken p und q wie folgt ergeben:

$$\begin{aligned} \sin \alpha = \frac{p}{|\vec{F}_B|} &\Leftrightarrow p = |\vec{F}_B| \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha \\ \sin \theta = \frac{q}{|\vec{F}_S|} &\Leftrightarrow q = |\vec{F}_S| \sin \theta = m \cdot g \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \theta} \cdot \sin \theta = m \cdot g \cdot \tan \theta \cos \alpha \end{aligned}$$

Somit folgt für die Zentripetalkraft

$$\vec{F}_{ZP} = -m \cdot \omega^2 \cdot (r_0 + L \cdot \sin \theta) \cdot \vec{e}_R = -m \cdot g (\tan \theta \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot \vec{e}_R,$$

woraus sich wiederum eine Gleichung für den Auslenkwinkel θ ableiten lässt:

$$\begin{aligned} m \cdot \omega^2 \cdot (r_0 + L \cdot \sin \theta) &\stackrel{!}{=} m \cdot g (\tan \theta \cos \alpha + \sin \alpha) \\ \Rightarrow &\boxed{r_0 + L \cdot \sin \theta - \frac{g}{\omega^2} (\tan \theta \cos \alpha + \sin \alpha) = 0} \end{aligned}$$

Auch in diesem Fall lässt sich θ nicht ohne Weiteres algebraisch bestimmen, sodass wieder auf das Bisektionsverfahren zurückgegriffen wird.

Vergleicht man diese Beziehungen für \vec{F}_S , \vec{F}_{ZP} und θ mit denen, die für das 'einfache' Kettenkarussell hergeleitet wurden (siehe S. 33), so wird deutlich, dass sich letztere auch als Spezialfall $\alpha = 0$ der hier ermittelten Ausdrücke auffassen lassen.

Ein wesentlicher Unterschied zum 'einfachen' Kettenkarussell besteht darin, dass der Auslenkwinkel θ beim *Wellenflug* nicht konstant ist, sondern vom Schrägstellwinkel α , also von der aktuellen Position der betreffenden Gondel relativ zum Dach des Karussells abhängig ist. Das bedeutet, dass die Gondel neben ihrer Rotation um die Drehachse zusätzlich in der \vec{e}_S - $\vec{e}_{S\perp}$ -Ebene hin- und herschwingt.

Die bisher berechnete Beschleunigung \vec{a}_S ist zwar auch von α abhängig, aber nur das Resultat der Kräfte \vec{F}_S und \vec{F}_{ZP} , welche sich durch 'statische' Überlegungen in der oben betrachteten 'Momentaufnahme' ergeben. Somit fällt im *Wellenflug* aufgrund der Positionsänderung der Gondel *innerhalb* der \vec{e}_S - $\vec{e}_{S\perp}$ -Ebene eine zusätzliche Beschleunigung \vec{a}_P an. Bevor diese jedoch genauer diskutiert wird, soll zunächst ein Blick auf die Bahnkurve des Karussells geworfen werden.

Bahnkurve des *Wellenflugs*

Ein erneuter Blick auf die gewählten Einheitsvektoren (Abb. 31) macht deutlich, dass sich die Bahnkurve des *Wellenflugs* durch

$$\vec{r}(t) = r_0 \cdot \vec{e}_R + L \cdot \vec{e}_S$$

darstellen lässt. Die benötigten Einheitsvektoren ergeben sich in dieser 'Momentaufnahme' als

$$\vec{e}_R = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{e}_S = \begin{pmatrix} \sin(\alpha + \theta) \\ 0 \\ -\cos(\alpha + \theta) \end{pmatrix}.$$

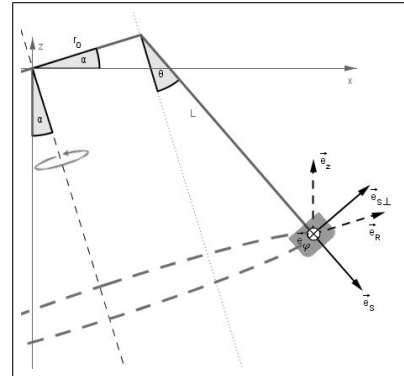


Abb. 31. Einheitsvektoren beim *Wellenflug*.

Zur Visualisierung dieser Bahnkurve wird nun die eigentliche Rotationsbewegung 'ausgeblendet', d.h. es wird vereinfachend angenommen, dass die eigentlich in der mitrotierenden \vec{e}_S - $\vec{e}_{S\perp}$ -Ebene stattfindende Schwingungsbewegung der Gondel tatsächlich in der x - z Ebene abläuft und somit anhand der oben definierten Einheitsvektoren berechnet werden kann. Anschaulich entspricht das der Vorstellung, dass sich ein Beobachter unmittelbar hinter dem Fahrgast befindet und mit ihm mitrotiert, sodass dieser nur das Hin- und Herschwingen der Gondel als Bewegung registriert.

Da der Auslenkwinkel θ nur numerisch bestimmt werden kann, wurden für die Bahnkurve viele nahe beieinander liegende Zeitpunkte t_i betrachtet, an denen die zugehörigen Winkel α_i und θ_i und daraus schließlich die Koordinaten der Gondel berechnet werden konnten.

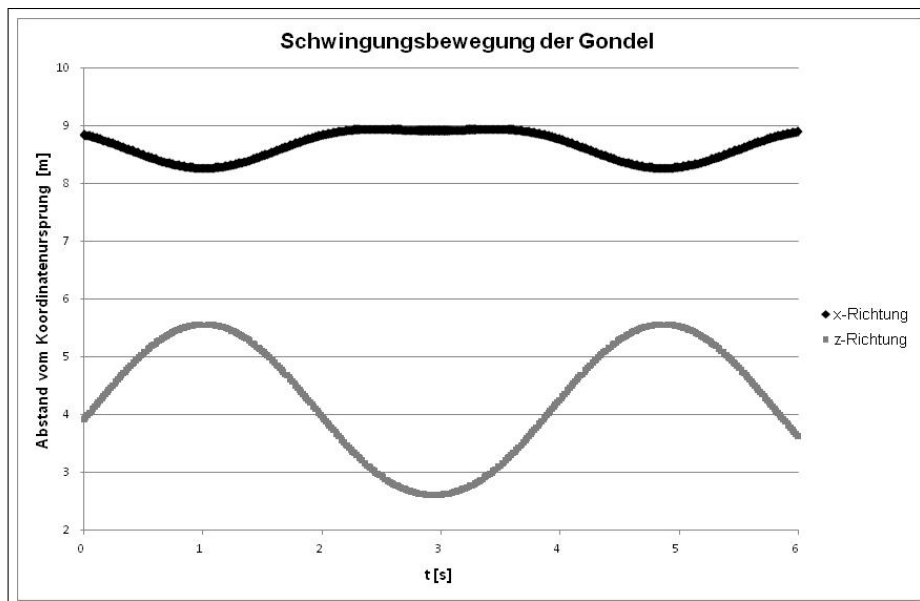


Diagramm 6. Bewegung der Gondel in der x - z -Ebene.

Diagramm 6 zeigt den rechnerisch ermittelten zeitlichen Verlauf der Bewegung einer schwingenden Gondel für die Zeit einer vollen Umdrehung (gemessen am Erdboden). Um beide Anteile der Bewegung übersichtlich in einem Diagramm darstellen zu können, wurden die stets negativen z -Werte betragsmäßig aufgetragen. Für die zur Berechnung erforderlichen Kenngrößen des Karussells wurden die in Kapitel 6.2.2 ermittelten Werte verwendet.

Aufgrund der gegenläufigen Drehung des Daches entspricht eine volle Drehung im Vergleich zum Erdboden mehr als einer Periode für die Schwingungsbewegung der Gondel. Während die x -Werte um weniger als einen Meter variieren, schwanken die z -Werte um knapp 3 m. Dementsprechend erlebt ein Passagier des *Wellenflugs* neben der Rotationsbewegung um die (schräge) Drehachse ein deutliches 'Auf und Ab', welches dem Karussell vermutlich zu seinem Namen verholfen hat.

Die Beschleunigung \vec{a}_P

Um die zusätzliche Beschleunigung \vec{a}_P , die sich aus der Schwingungsbewegung der Gondel ergibt, im Hinblick auf eine Messung ausführlich zu diskutieren, müsste diese entsprechend den Achsen des Sensors in ihre \vec{e}_S -, $\vec{e}_{S\perp}$ - und \vec{e}_φ -Anteile zerlegt werden. Da der Auslenkwinkel θ numerisch berechnet werden muss, ist es nicht möglich, wie sonst durch zweifaches Ableiten der Bahnkurve nach der Zeit einen algebraischen Ausdruck für \vec{a}_P zu erhalten.

Aus diesem Grund wurden die Anteile von \vec{a}_P in die betreffenden Richtungen ebenfalls numerisch bestimmt, was im Fall der \vec{e}_S - und $\vec{e}_{S\perp}$ -Richtung durch 'zweifaches numerisches Ableiten' (siehe unten) der für bestimmte Zeitpunkte t_i berechneten Bahnkurve geschah. Für den \vec{e}_φ -Anteil wurde für diese Zeitpunkte die vom Radius $R = r_0 + L \cdot \sin \theta$ abhängige Bahngeschwindigkeit $\vec{v}(t) = \omega \cdot R \cdot \vec{e}_\varphi$ betrachtet und von dieser numerisch die erste Ableitung bestimmt, was im Wesentlichen der näherungsweise Berechnung einer 'Steigung' mit Hilfe eines 'Steigungsdreiecks' entspricht.

Allerdings fielen bei der Messung am realen *Wellenflug* die vom Sensor registrierten Beschleunigungen in $\vec{e}_{S\perp}$ - und \vec{e}_φ -Richtung sehr klein aus (siehe Kapitel 6.2.3), obwohl der Sensor *zusätzliche* Beschleunigungen registriert haben müsste, welche sich durch ein in diesem Modell nicht berücksichtigtes 'Schaukeln' bzw. 'Drehen' der Gondeln während der Fahrt ergaben. Da die numerisch berechneten Werte für die $\vec{e}_{S\perp}$ - und \vec{e}_φ -Anteile der Beschleunigung \vec{a}_P aufgrund dieser 'Störungen' nicht nennenswert zur Beschreibung des Wellenflugs beitragen können, wird im Folgenden nur noch der \vec{e}_S -Anteil betrachtet und dessen numerische Berechnung genauer erläutert.

Numerische Berechnung des \vec{e}_S -Anteil der Beschleunigung \vec{a}_P

Um ausgehend von der für einzelne Zeitpunkte t_i berechneten Bahnkurve $\vec{r}(t)$ die Beschleunigung in \vec{e}_S -Richtung zu ermitteln, ist es sinnvoll, zunächst den \vec{e}_S -Anteil der Bahnkurve zu

bestimmen. Da die Bahnkurve mit

$$\vec{r}(t) = r_0 \cdot \vec{e}_R + L \cdot \vec{e}_S$$

neben \vec{e}_S noch den Einheitsvektor \vec{e}_R beinhaltet, muss dazu zunächst *dessen* Anteil in \vec{e}_S -Richtung berechnet werden. Dieser ergibt sich aus dem Skalarprodukt der beiden Vektoren:

$$\begin{aligned} \vec{e}_R \cdot \vec{e}_S &= \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\alpha + \theta) \\ 0 \\ -\cos(\alpha + \theta) \end{pmatrix} = \cos \alpha \cdot \sin(\alpha + \theta) - \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \theta) \\ &= \cos \alpha \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \theta + \cos \alpha \cdot \sin \theta) - \sin \alpha (\cos \alpha \cdot \cos \theta - \sin \alpha \cdot \sin \theta) \\ &= \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta + \cos^2 \alpha \cdot \sin \theta - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta + \sin^2 \alpha \cdot \sin \theta \\ &= \sin \theta (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin \theta. \end{aligned}$$

Somit lässt sich \vec{e}_R z.B. darstellen als $\vec{e}_R = \sin \theta \cdot \vec{e}_S + k \cdot \vec{e}_{S\perp}$, wobei k ein beliebiger Faktor und in dieser Situation ohne Belang ist. Für den \vec{e}_S -Anteil der Bahnkurve folgt nun

$$\vec{r}_{\vec{e}_S}(t) = r_0 \cdot \vec{e}_R + L \cdot \vec{e}_S = r_0 \cdot \sin \theta \cdot \vec{e}_S + L \cdot \vec{e}_S = (r_0 \cdot \sin \theta + L) \cdot \vec{e}_S.$$

Zur numerischen Berechnung der zweiten Ableitung von $\vec{r}_{\vec{e}_S}(t)$ zu bestimmten Zeitpunkten t_i wird zunächst vorausgesetzt, dass diese voneinander jeweils den Abstand Δt haben. Nun betrachtet man die Taylor-Entwicklung von $\vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i+1})$ und $\vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i-1})$ um den Punkt t_i :

$$\begin{aligned} \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i+1}) &= \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i) + (t_i - t_{i+1}) \cdot \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)' + \frac{1}{2} (t_i - t_{i+1})^2 \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)'' + \dots \\ &= \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i) - \Delta t \cdot \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)' + \frac{1}{2} \Delta t^2 \cdot \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)'' + \dots \\ \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i-1}) &= \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i) + (t_i - t_{i-1}) \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)' + \frac{1}{2} (t_i - t_{i-1})^2 \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)'' + \dots \\ &= \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i) + \Delta t \cdot \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)' + \frac{1}{2} \Delta t^2 \cdot \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)'' + \dots \end{aligned}$$

Durch Addition dieser Gleichungen (und unter Vernachlässigung der höheren Terme) erhält man

$$\begin{aligned} \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i+1}) + \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i-1}) &= 2\vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i) + \Delta t^2 \cdot \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)'' \\ \Rightarrow \vec{a}_{P, \vec{e}_S}(t_i) = \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i)'' &= \frac{\vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i+1}) - 2\vec{r}_{\vec{e}_S}(t_i) + \vec{r}_{\vec{e}_S}(t_{i-1}))}{\Delta t^2}. \end{aligned}$$

Somit lässt sich der \vec{e}_S -Anteil der Beschleunigung \vec{a}_P zum Zeitpunkt t_i aus den Werten des \vec{e}_S -Anteils der Bahnkurve zu den Zeitpunkten t_{i-1} , t_i und t_{i+1} bestimmen¹⁵.

¹⁵Dieses Verfahren wurde aus der von Herrn Prof. Laermann im Sommersemester 2008 gehaltenen Vorlesung „Computerphysik“ übernommen, sodass hier keine Quelle in Form eines Literaturverweises angegeben werden kann.

6.2.2 Ermittlung der Kenngrößen des Karussells

Zur Durchführung einer Messung in einem realen Kettenkarussell wurde der *Wellenflug* im Freizeitpark *Fort Fun* genutzt. Aus den freundlicherweise vom *Fort Fun* zur Verfügung gestellten Unterlagen war zu entnehmen, dass die Gondeln (im Vergleich zum Erdboden) mit einer maximalen Drehzahl von 11 Umdrehungen pro Minute um die Drehachse rotieren, während sich das Dach mit einer maximalen Drehzahl von 5 Umdrehungen pro Minute in entgegengesetzte Richtung dreht. Dies entspricht minimalen Umlaufzeiten von $T_{min} \approx 5,45$ s und $T_{Dach,min} \approx 12,00$ s.



Abb. 32. *Wellenflug* im *Fort Fun*.

Eine Auswertung des selbst angefertigten Videos *Wellenflug.avi* ergab mit $T \approx 5,98$ s und $T_{Dach,min} \approx 10,88$ s leicht abweichende Umlaufzeiten (siehe *Wellenflug.xls*), welche jedoch besser dem zeitlichen Verlauf der gemessenen Beschleunigungen entsprachen. Es ergeben sich die Winkelgeschwindigkeiten $\omega \approx 1,05 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\omega_{Dach} \approx 0,58 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und $\omega_{rel} \approx 1,63 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Zur Bestimmung von Dachradius r_0 , der Kettenlänge L und des maximalen Schrägstellwinkels α_0 wurde auf eine Grafik des *Cannstatter Wellenflugs* zurückgegriffen, welche sich auf der Homepage des Schaustellerbetriebs CH. BAUMGARTNER GMBH findet (vgl. BAUMGARTNER 2008). Da der *Cannstatter Wellenflug* (vgl. BLACHWITZ 2008) ebenso wie der *Wellenflug* im *Fort Fun* Fahrgeschäfte der Firma Zierer sind, wird davon ausgegangen, dass es sich um baugleiche Karussells handelt. Aus der Zeichnung konnten die Werte $r_0 \approx 4,83$ m und $L \approx 5,67$ m und $\alpha_0 \approx 13,95^\circ$ mit Hilfe des in Kapitel 3.2 beschriebenen Verfahrens zur Analyse von digitalen Bildern bestimmt werden.

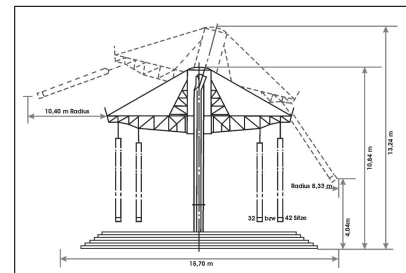


Abb. 33. Seitenansicht des *Cannstatter Wellenflug*¹⁶.

Insgesamt ergeben sich also diese Kenngrößen:

$$\begin{array}{lll}
 r_0 \approx 4,83 \text{ m} & T \approx 5,98 \text{ s} & \omega \approx 1,05 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\
 L \approx 5,67 \text{ m} & T_{Dach} \approx 10,88 \text{ s} & \omega_{Dach} \approx 0,58 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\
 \alpha_0 = 13,95^\circ & T_{rel} \approx 3,86 \text{ s} & \omega_{rel} \approx 1,63 \frac{\text{rad}}{\text{s}}
 \end{array}$$

6.2.3 Auswertung der Messung

Die Messung im *Wellenflug* wurde mit Hilfe des *WDSS* durchgeführt, die zugehörigen Messdaten finden sich in der Datei *Wellenflug.xls*. Da die Gondeln des Karussells im Uhrzeigersinn (also in mathematisch *negativer* Richtung) um die Drehachse rotieren, muss deren Winkelgeschwindigkeit ω negativ gewertet werden.

¹⁶Quelle: http://www.cannstatter-wellenflug.de/pics/TechnicalData/Technical_Data_01.png.

Es werden exemplarisch die Messdaten für einen Zeitraum von 25 s betrachtet, was bei einer Umlaufzeit der Gondeln von $T \approx 5,98$ s (relativ zum Erdboden) gut 4 vollen Umdrehungen entspricht. Die Diagramme 7 und 8 zeigen die gemessene Beschleunigung in \vec{e}_S -Richtung. Die zum Vergleich aufgetragenen 'Idealwerte' wurden dabei einmal ohne und einmal mit Berücksichtigung der aufgrund der Schwingungsbewegung der Gondel auftretenden Beschleunigung \vec{a}_P berechnet.

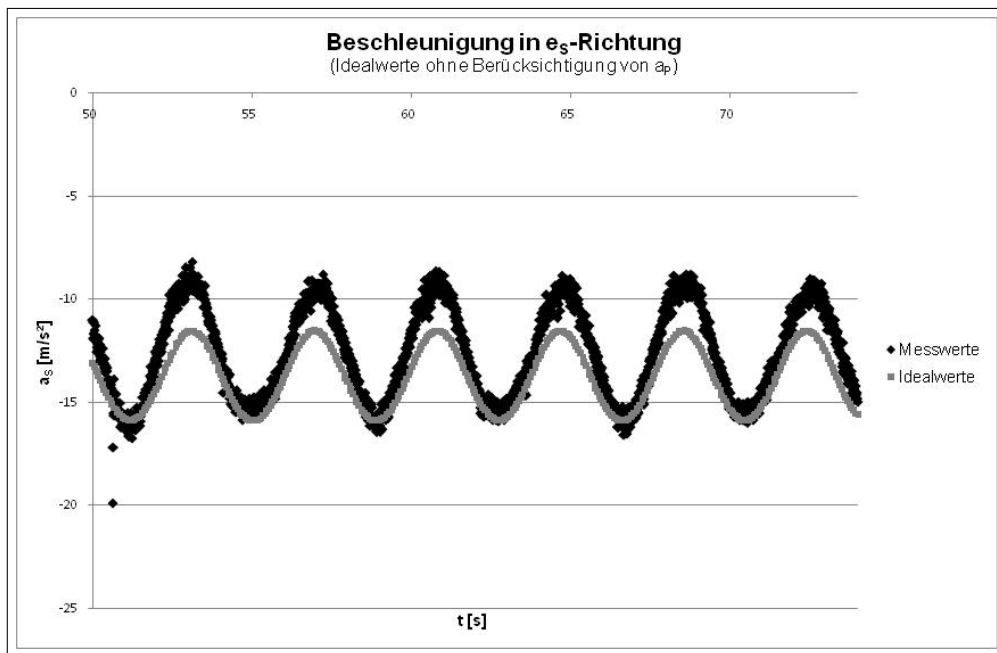


Diagramm 7. Beschleunigung in \vec{e}_S -Richtung. Die Berechnung der 'Idealwerte' erfolgte ohne Berücksichtigung der Beschleunigung \vec{a}_P .

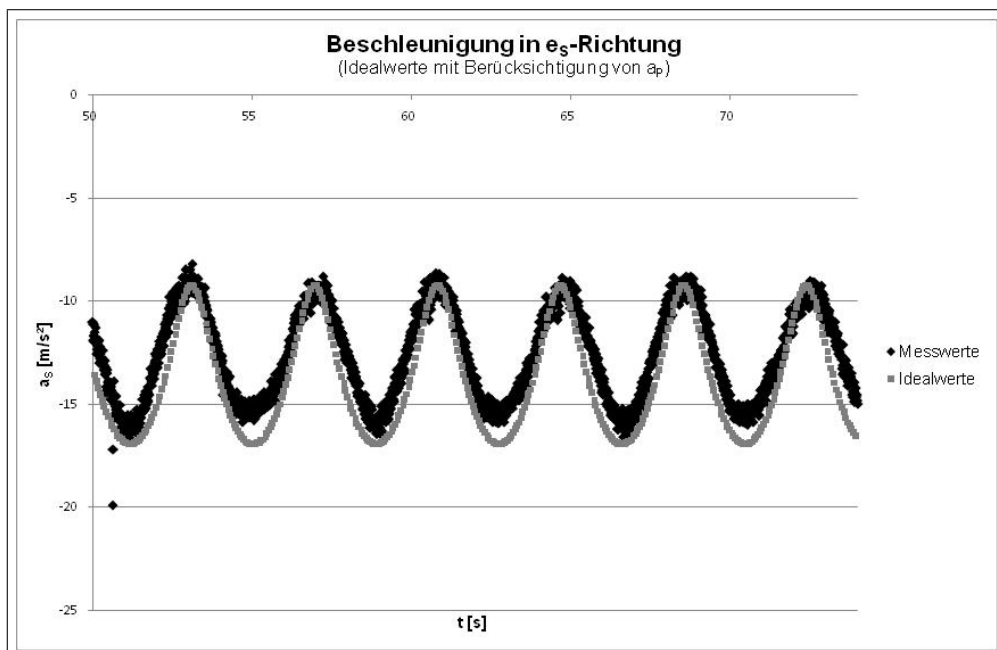


Diagramm 8. Beschleunigung in \vec{e}_S -Richtung. Die Berechnung der 'Idealwerte' erfolgte unter Berücksichtigung der Beschleunigung \vec{a}_P .

Im einfacheren Fall (Diagramm 7) ist zu erkennen, dass die berechneten Werte die im Karussell tatsächlich 'gespürte' (bzw. vom Sensor registrierte) Beschleunigung zumindest qualitativ recht gut beschreiben. Die Beziehung $\vec{a}_S = -g \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \theta} \cdot \vec{e}_S$ sagt bereits korrekt den periodischen Verlauf der 'gespürten' Beschleunigung voraus, wobei die anhand des Videos bestimmte Periodendauer von $T_{rel} \approx 3,86$ s recht gut mit den gemessenen Werten übereinstimmt. Die Amplitude entspricht hier noch nicht ganz den Messwerten, was jedoch durch Berücksichtigung der Beschleunigung \vec{a}_P merklich korrigiert werden kann (siehe Diagramm 8).

In den Diagrammen 9 und 10 werden die im selben Zeitraum gemessenen Beschleunigungen in $\vec{e}_{S\perp}$ - und \vec{e}_φ -Richtung dargestellt. Diese verlaufen ebenfalls periodisch und weisen dabei - wie in \vec{e}_S -Richtung - eine Periodendauer von knapp 4 s auf, bleiben aber mit betragsmäßigen Werten von unter $2 \frac{m}{s^2}$ sehr klein¹⁷. Die hier registrierten Beschleunigungen *könnten* die theoretisch zu erwartenden Beschleunigung \vec{a}_P beinhalten (welche sich aus der Schwingungsbewegung der Gondel innerhalb der \vec{e}_S - $\vec{e}_{S\perp}$ ergibt), was sich jedoch nicht anhand entsprechend berechneter 'Idealwerte' belegen ließ. Ebenso gut könnten die Messwerte (auch) aus kleinen 'Störungen' resultieren, welche sich aus theoretisch nicht berücksichtigten (aber in der Realität sehr wohl vorkommenden) 'Schaukel'- oder 'Drehbewegungen' der einzelnen Gondeln ergeben. In jedem Fall sprechen die sehr kleinen Messwerte jedoch dafür, dass auch beim *Wellenflug* alle 'wesentlichen' Beschleunigungen (und somit auch Kräfte) in \vec{e}_R -Richtung wirken.

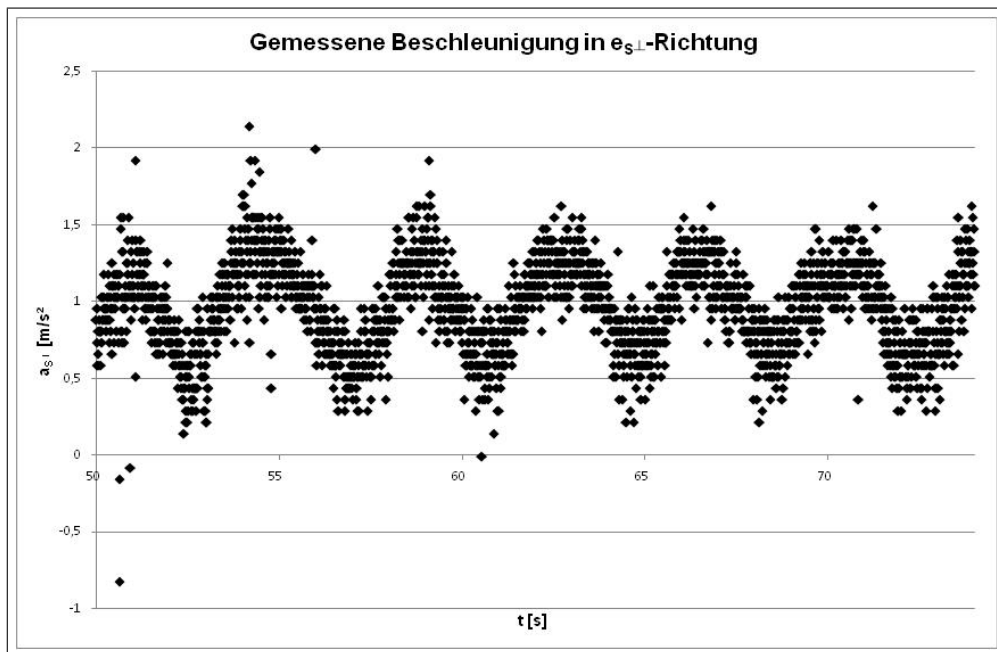


Diagramm 9. Gemessene Beschleunigung in $\vec{e}_{S\perp}$ -Richtung.

¹⁷Die Tatsache, dass die Messpunkte 'waagerechte Linien' bilden, zeigt dass der Sensor die gemessenen Beschleunigungen nicht beliebig genau 'auflösen' kann. Der Abstand dieser 'Linien' entspricht in etwa der im Handbuch angegebenen Messgenauigkeit von $\pm 0,5 \frac{m}{s^2}$ (vgl. VERNIER 2006, S. 39).

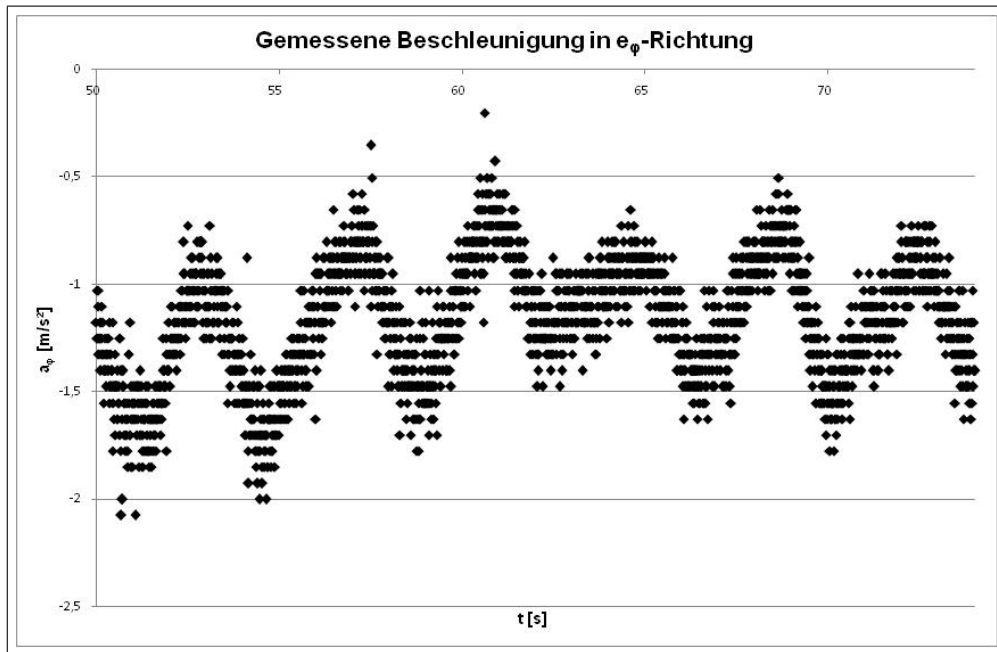


Diagramm 10. Gemessene Beschleunigung in \vec{e}_φ -Richtung.

6.3 Zusammenfassung

Das Kettenkarussell und insbesondere der *Wellenflug* machen deutlich, wie komplex die Analyse einer Karussellbewegung aufgrund eines 'kleinen rechnerischen Problems' wie in diesem Fall der Berechnung des Auslenkwinkels θ werden kann. Insgesamt lässt sich sagen, dass durch das hier entwickelte physikalische Modell zumindest in \vec{e}_S -Richtung zutreffende Aussagen über die zu erwartenden Beschleunigungen gemacht werden können. Die periodisch stärker und schwächer werdende Beschleunigung in dieser Richtung entspricht auch anschaulich dem Gefühl des 'Wellenreitens' das die meisten Personen wohl von einem eigenen Karussellbesuch her kennen.

Da dieser periodische Verlauf der Beschleunigung in \vec{e}_S -Richtung bereits ohne Berücksichtigung der Beschleunigung \vec{a}_P relativ gut vorhergesagt wird, kann auf die aufwendige Berechnung der 'numerischen Ableitungen' der Bahnkurve zur Bestimmung von \vec{a}_P bei Bedarf auch gut verzichtet werden. Wie beim 'einfachen' Kettenkarussell besteht auch beim *Wellenflug* somit das wichtigste physikalische Phänomen darin, dass die Kette sowohl die Gewichtskraft des Passagiers kompensieren als auch die für die Rotationsbewegung erforderliche Zentripetalkraft aufbringen muss.

7 Die Schiffschaukel

Eine Schiffschaukel besteht aus einer großen, über feste Streben an einer Achse aufgehängten Gondel, welche eine Schwingungsbewegung ausführt, die mit dem eines Pendels zu vergleichen ist. Bei jedem Durchgang durch ihre 'Ruhelage' erhält die Gondel mit Hilfe von motorbetriebenen Rollen, die an ihrer Unterseite angreifen, neuen 'Schwung', sodass die Schwingung ohne Dämpferscheinungen aufrecht erhalten werden kann.



Abb. 34. Der Pirat im Fort Fun.

7.1 Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung

Entwicklung des Koordinatensystems

Die Bewegung einer Schiffschaukel findet in einer Ebene statt, sodass hier mit einem zweidimensionalen Koordinatensystem (bestehend aus x - und z -Achse) gearbeitet werden kann. Es bietet sich an, eine Variante der ebenen Polarkoordinaten zu verwenden, bei denen der Drehwinkel φ nicht von der x -, sondern von der (negativen) z -Achse aus gemessen wird. In diesem Fall ergeben sich die Einheitsvektoren

$$\vec{e}_R = \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ -\cos \varphi \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix},$$

deren Lage in Abb. 35 dargestellt wird. Wie bei den ebenen Polarkoordinaten ist \vec{e}_R parallel zum Kreisradius und \vec{e}_φ tangential zur durchlaufenen Kreisbahn ausgerichtet.

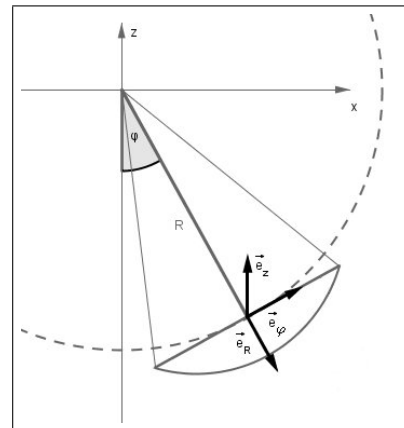


Abb. 35. Einheitsvektoren zu Beschreibung der Schiffschaukel.

Bahnkurve und Beschleunigung

Verglichen mit den anderen in dieser Arbeit betrachteten Fahrgeschäften besteht bei der Schiffschaukel ein wesentlicher Unterschied darin, dass diese zwar im Prinzip eine Kreisbewegung, aber *keine* gleichförmige Kreisbewegung ausführt. Die Gondel bewegt sich auf einer Kreisbahn, durchläuft diese aber aufgrund ihrer Pendelbewegung nicht komplett, sondern jeweils nur bis zu einem maximalen Auslenkwinkel $\pm\varphi_0$. Da die Gondel zudem an dieser Position für einen Moment nahezu 'stehen bleibt', wird sofort klar, dass die Winkelgeschwindigkeit bei dieser Bewegung *nicht* konstant sein kann.

Geht man davon aus, dass die Schiffschaukel so angetrieben wird, dass sie eine vollkommen ungedämpfte Pendelbewegung ausführt, so kann der aktuelle Auslenkwinkel φ zur Zeit t durch den Ausdruck

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \sin(\omega t)$$

beschrieben werden. Dabei sei darauf hingewiesen, dass ω in dieser Situation *nicht* die Winkelgeschwindigkeit der Rotationsbewegung angibt, sondern die Kreisfrequenz, mit welcher sich der Winkel φ periodisch ändert. Die tatsächliche Winkelgeschwindigkeit der Gondel ergibt sich als zeitliche Ableitung von $\varphi(t)$ und wird im Folgenden als $\dot{\varphi}$ bezeichnet¹⁸.

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{\partial}{\partial t} (\varphi_0 \cdot \sin(\omega t)) = \omega \cdot \varphi_0 \cos(\omega t)$$

Ist R der Radius der Kreisbahn, auf der sich die Gondel bewegt, so lässt sich die Position des Mittelpunkts der Gondel durch

$$\vec{r}(t)_M = R \cdot \vec{e}_R$$

angeben. In der Praxis sitzt ein Passagier allerdings meist nicht genau in der Mitte der Gondel, sondern in einer der Sitzreihen, sodass er sich in einem Abstand d zur Gondelmittle befindet. Dementsprechend kann die Position eines Fahrgastes zur Zeit t durch

$$\vec{r}(t) = R \cdot \vec{e}_R + d \cdot \vec{e}_\varphi$$

dargestellt werden. Je nachdem, in welcher Gondelhälfte der Fahrgast sitzt, muss d positiv oder negativ gewählt werden.

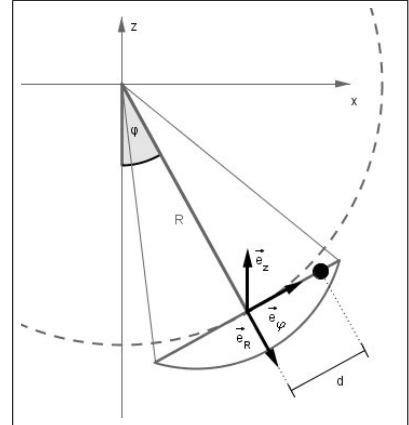


Abb. 36. Position des Fahrgastes in der Schiffschaukel.

Aus dieser Bahnkurve lässt sich nun durch zweifaches Ableiten nach der Zeit die Beschleunigung \vec{a}_K bestimmen, welche notwendig ist, um einen Fahrgast 'auf der Bahn' zu halten. Dazu ist es hilfreich, zunächst die Ableitungen der Einheitsvektoren zu berechnen:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{e}}_R &= \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ -\cos \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \\ \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi \end{pmatrix} = \dot{\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi \\ \dot{\vec{e}}_\varphi &= \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{\varphi} \cdot \sin \varphi \\ \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \end{pmatrix} = -\dot{\varphi} \cdot \vec{e}_R \end{aligned}$$

Für die Ableitungen der Bahnkurve ergibt sich nun:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}(t) &= \frac{\partial}{\partial t} (R \cdot \vec{e}_R + d \cdot \vec{e}_\varphi) = R \cdot \dot{\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi - d \cdot \dot{\varphi} \cdot \vec{e}_R \\ \vec{a}_K(t) &= \ddot{\vec{r}}(t) = \frac{\partial}{\partial t} (R \cdot \dot{\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi - d \cdot \dot{\varphi} \cdot \vec{e}_R) \\ &= R (\ddot{\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \vec{e}_R) - d (\ddot{\varphi} \cdot \vec{e}_R + \dot{\varphi}^2 \cdot \vec{e}_\varphi) \\ &= (-R \cdot \dot{\varphi}^2 - d \cdot \ddot{\varphi}) \cdot \vec{e}_R + (R \cdot \ddot{\varphi} - d \cdot \dot{\varphi}^2) \cdot \vec{e}_\varphi \end{aligned}$$

Mit $\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \sin(\omega t)$ ist

$$\dot{\varphi}^2 = \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) \quad \text{und} \quad \ddot{\varphi} = -\omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \sin(\omega t).$$

¹⁸Zur besseren Lesbarkeit sind zeitliche Ableitungen in diesem Kapitel mit einem Punkt markiert

Durch Einsetzen erhält man:

$$\vec{a}_K(t) = (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) + d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \sin(\omega t)) \cdot \vec{e}_R + (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \sin(\omega t) - d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \cos^2(\omega t)) \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Zusätzlich 'spürt' ein Fahrgast der Masse m noch die Beschleunigung $\vec{a}_B = g \cdot \vec{e}_z$, da das Karussell neben der Kraft $\vec{F}_K = m \cdot \vec{a}_K$, die diesen 'auf der Bahn' hält, noch die Kraft $\vec{F}_B = -\vec{F}_G = m \cdot g \cdot \vec{e}_z$ auf ihn ausübt, welche seine Gewichtskraft kompensiert. Um diese Beschleunigung in ihre \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Komponenten zu zerlegen, muss zunächst wieder \vec{e}_z durch \vec{e}_R und \vec{e}_φ dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \vec{e}_z \cdot \vec{e}_R &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ -\cos \varphi \end{pmatrix} = -\cos \varphi \\ \vec{e}_z \cdot \vec{e}_\varphi &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} = \sin \varphi \\ \Rightarrow \vec{e}_z &= -\cos \varphi \cdot \vec{e}_R + \sin \varphi \cdot \vec{e}_\varphi \end{aligned}$$

Für die insgesamt in einer Schiffschaukel 'spürbare' Beschleunigung $\vec{a}_{gesp} = \vec{a}_K + \vec{a}_B$ erhält man also:

$$\vec{a}_{gesp}(t) = (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) + d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \sin(\omega t) - g \cdot \cos(\varphi_0 \cdot \sin(\omega t))) \cdot \vec{e}_R + (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \sin(\omega t) - d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) + g \cdot \sin(\varphi_0 \cdot \sin(\omega t))) \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Diskussion besonderer Punkte der Bahnkurve

Um diesen recht 'unübersichtlichen' Ausdruck besser einschätzen zu können, sollen nun einige 'besondere' Punkte der Bahnkurve etwas ausführlicher diskutiert werden. Dazu bieten sich diejenigen Punkte an, bei denen die Gondel der Schiffschaukel ihre 'Ruhelage' durchquert ($\varphi = 0$) oder maximal ausgelenkt ist ($\varphi = \pm \varphi_0$). Die zugehörigen 'Zeitpunkte' werden in Werten für ωt angegeben und der Einfachheit halber auf die erste Schwingungsperiode bezogen. Durch Addition eines beliebigen ganzzahligen Vielfachen von 2π gelangt man zum selben Punkt der Bahnkurve in einer späteren Periode.

'Ruhelage': $\varphi = 0$ bei $\omega t = 0$ oder $\omega t = \pi$

In jeder Schwingungsperiode passiert die Gondel zweimal den tiefsten Punkt ihrer Bahn. In dieser Situation ist $\cos^2(\omega t) = 1$ und $\sin(\omega t) = 0$, sodass sich der Term für die 'gespürte' Beschleunigung vereinfacht zu

$$\vec{a}_{gesp} = (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 - g) \cdot \vec{e}_R - d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Die in diesem Punkt der Gondel für den Fahrgast 'spürbare' Beschleunigung hängt nicht davon ab, ob die Gondel gerade von links nach rechts oder von rechts nach links schwingt, da der Faktor $\cos(\omega t)$ im allgemeinen Ausdruck für \vec{a}_{gesp} ausschließlich quadratisch auftaucht.

Mit $\dot{\varphi}(0) = \omega \cdot \varphi_0$ bzw. $\dot{\varphi}(\pi) = -\omega \cdot \varphi_0$ ist die Winkelgeschwindigkeit in diesem Punkt maximal, sodass auch die Zentripetalbeschleunigung \vec{a}_{ZP} hier ihren maximalen Wert annimmt. Aufgrund seines Abstands d zur Gondelmitte bewegt sich der Fahrgast jedoch nicht nur auf einer etwas größeren Kreisbahn als die Gondelmitte selbst (Abb. 37), sondern befindet sich in der betrachteten Position auch nicht genau am untersten Punkt der Kreisbahn, sondern ein Stück weit davor bzw. dahinter. Da die auf ihn ausgeübte Zentripetalbeschleunigung immer zum Kreismittelpunkt gerichtet sein muss, wirkt diese nicht genau in (negative) \vec{e}_R -Richtung, sondern besitzt auch eine (kleine) Komponente in \vec{e}_φ -Richtung:

$$\vec{a}_{ZP} = -R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \vec{e}_R - d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \vec{e}_\varphi = -R \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \vec{e}_R - d \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Zudem ist die für Position der Gondel $\vec{e}_R = -\vec{e}_z$, sodass ein Fahrgast den (dominierenden) \vec{e}_R -Anteil der Zentripetalbeschleunigung als 'zusätzliches Gewicht' empfinden dürfte - schließlich wirkt auf ihn eine von der Sitzfläche aus angreifende und nach oben gerichtete Kraft, die jedoch deutlich stärker als seine 'gewohnte Gewichtskraft' ist, welche er auch bei Stillstand des Karussells bzw. beim Sitzen oder Stehen auf einem normalen Untergrund 'spüren' würde.

Maximale Auslenkung (rechts): $\varphi = +\varphi_0$ bei $\omega t = \frac{\pi}{2}$

Bei maximaler Auslenkung der Gondel nach rechts lässt sich der allgemeine Ausdruck für die 'gespürte' Beschleunigung ebenfalls vereinfachen, da hier $\cos^2(\omega t) = 0$ und $\sin(\omega t) = 1$ ist. In dieser Situation gilt somit:

$$\vec{a}_{gesp} = (d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 - g \cdot \cos(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_R + (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 + g \cdot \sin(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Da in diesem Punkt der Bahnkurve die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(\frac{\pi}{2}) = \omega \cdot \varphi_0 \cdot \cos(\frac{\pi}{2}) = 0$ ist, die Gondel also für einen kurzen Moment 'stehen bleibt', wird auf den Fahrgast an dieser Stelle *keine* Zentripetalbeschleunigung ausgeübt. Die Beschleunigung \vec{a}_B , welche die Erdbeschleunigung kompensiert, hat hier sowohl eine \vec{e}_R - als auch eine \vec{e}_φ -Komponente (Abb. 38), wobei letztere bei maximalen Auslenkwinkeln φ_0 zwischen 50° und 60° (siehe Kapitel 7.3) leicht überwiegt:

$$\vec{a}_B = -g \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \vec{e}_R + g \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \vec{e}_\varphi.$$

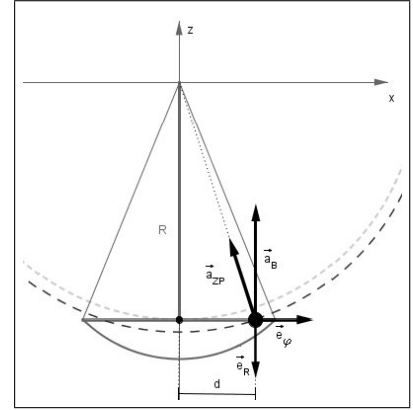


Abb. 37. Schiffschaukel in der 'Ruhelage'.

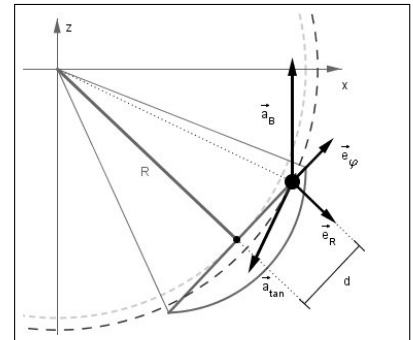


Abb. 38. Schiffschaukel bei maximaler Auslenkung.

Aufgrund der Tatsache, dass die Gondel in dieser Position für einen Moment 'zum Stehen kommt' muss sie kurz vorher abgebremst worden sein und kurz danach wieder beschleunigt werden. Beide Effekte entsprechen einer Beschleunigung in negativer \vec{e}_φ -Richtung. Da sich der Fahrgast jedoch nicht genau in der Mitte der Gondel, sondern in einem Abstand d dazu befindet, 'spürt' er eine (negative) Beschleunigung \vec{a}_{tan} tangential zur Kreisbahn, die neben der \vec{e}_φ -Komponente auch einen (kleinen) \vec{e}_R -Anteil aufweist:

$$\vec{a}_{tan} = d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \vec{e}_R - R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Eine Betrachtung des Ausdrucks für \vec{a}_{gesp} zeigt ferner, dass \vec{a}_B und \vec{a}_{tan} in beiden Komponenten genau *entgegengesetzt* wirken. In wie fern dadurch in der Schiffschaukel ein Gefühl der 'Schwereelosigkeit' entstehen kann, wird in Kapitel 7.3 anhand von konkreten Werten diskutiert.

Maximale Auslenkung (links): $\varphi = -\varphi_0$ bei $\omega t = \frac{3}{2}\pi$

Bei maximaler Auslenkung der Gondel nach links gilt $\cos^2(\omega t) = 0$ und $\sin(\omega t) = -1$, sodass sich der allgemeine Ausdruck für die 'gespürte' Beschleunigung zu

$$\vec{a}_{gesp} = (-d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 - g \cdot \cos(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_R + (R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 - g \cdot \sin(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_\varphi.$$

vereinfachen lässt. Im Vergleich zur maximalen Auslenkung nach rechts ändern hier *fast* alle Teilkomponenten ihr Vorzeichen, lediglich der \vec{e}_φ -Anteil von \vec{a}_B bleibt wegen $\cos(-\varphi_0) = \cos(\varphi_0)$ gleich. Eine Diskussion dieses Punktes der Bahnkurve erfolgt weitgehend analog zum Fall der maximalen Auslenkung nach rechts, wobei sich die Umkehrung der Vorzeichen aus der entgegengesetzten Schwingungsrichtung ergibt. Der einzige wichtige Unterschied besteht darin, dass der \vec{e}_φ -Anteil von \vec{a}_{tan} in diesem Fall *in die gleiche Richtung* wie der entsprechende Anteil von \vec{a}_B wirkt, sodass die 'gespürte' Beschleunigung zum Kreismittelpunkt hin in dieser Position stärker sein sollte als bei der maximal nach rechts ausgelenkten Gondel.

7.2 Die Schiffschaukel als *Lego*-Modell

Zur Messung der in einer Schiffschaukel auftretenden Beschleunigungen wurde zunächst ein *Lego*-Modell erstellt, welches in Abb. 39 zu sehen ist. Da sich das *WDSS* aufgrund seiner Größe und seines Gewichtes nicht zur Messung an diesem Modell eignet, wurde auf den einfachen 3-Achsen-Beschleunigungssensor zurückgegriffen. Dieser wurde direkt in das *Lego*-Modell 'eingebaut' und befindet sich in der Mitte des Pendelarms. Wie eine 'echte' Schiffschaukel wird auch die *Lego*-Variante über drehende Rollen angetrieben, welche am der Unterseite des Pendels angreifen (Abb. 40). Die Drehrichtung des *Lego*-Motors muss dabei immer wieder 'von Hand' umgeschaltet werden.

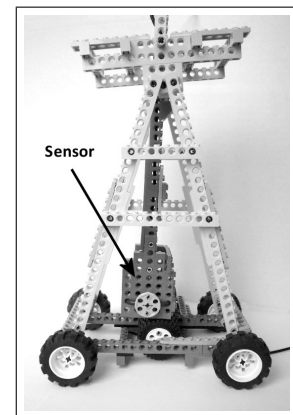


Abb. 39. *Lego*-Modells einer Schiffschaukel.

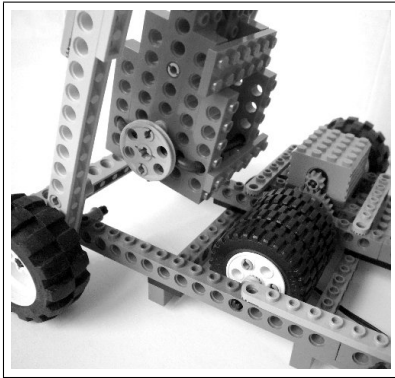


Abb. 40. Antriebsrollen des *Lego*-Modells..

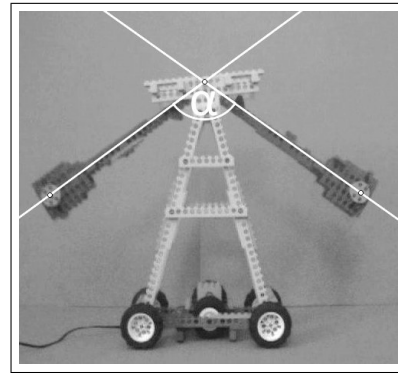


Abb. 41. Vermessung des Auslenkwinkels.

Alle Messwerte und Rechnungen finden sich in der *Excel*-Arbeitsmappe **Schiffschaukel Lego.xls**. Der Drehradius R des *Lego*-Modells beträgt 22,7 cm. Da sich der Sensor in der Mitte des schwingenden Pendelarms befindet, kann hier zudem $d = 0$ cm angenommen werden. Die Periodendauer der Schwingung wurde anhand einer Videoaufnahme des Modells (**Schiffschaukel Lego.avi**) als $T \approx 0,94$ s bestimmt, was einer Kreisfrequenz von $\omega \approx 6,71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ entspricht.

Der maximale Auslenkwinkel wurde anhand von 'Doppelbildern' vermessen, die mit Hilfe eines Bildbearbeitungsprogramms aus jeweils zwei Einzelbildern des Videos erstellt wurden (Abb. 41). Dazu wurden jeweils zwei Bilder im Abstand einer halben Periode verwendet, in denen das Pendel maximal nach links bzw. rechts ausgelenkt war. Anschließend wurde der Winkel α bestimmt, welchen die Pendelpositionen in beiden Bildern einschließen. Dieses Verfahren wurde mit mehreren Paaren von Einzelbildern durchgeführt, die Ergebnisse sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Bild rechts	Bild links	Winkel α [°]	Bild rechts	Bild links	Winkel α [°]
47	58,5	95,3	187	198,5	110,21
70	82	101,61	210	222	109,89
94	105,5	105,99	234	245,5	108,47
117	129	108,13	257	269	110,71
141	152,5	107,04	281	293	108,37
164	175,5	108,19			

Tabelle 2. Messwerte für α zur Bestimmung des maximalen Auslenkwinkels $\varphi_0 = \frac{\alpha}{2}$.

Es ist zu vermuten, dass die ersten drei Werte einer 'Anschwingphase' entstammen, sodass diese nicht weiter berücksichtigt wurden und $\alpha \approx 108,88^\circ$ als Mittelwert der übrigen Messwerte berechnet wurde. Der maximale Auslenkwinkel φ_0 ergibt sich schließlich aus $\varphi_0 = \frac{\alpha}{2} \approx 54,44^\circ$.

Insgesamt ergeben sich also die folgenden Kenngrößen:

$$\begin{aligned}
 R &\approx 22,7 \text{ cm} & T &\approx 0,94 \text{ s} \\
 d &= 0 \text{ cm} & \omega &\approx 6,71 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\
 \varphi_0 &\approx 54,44^\circ
 \end{aligned}$$

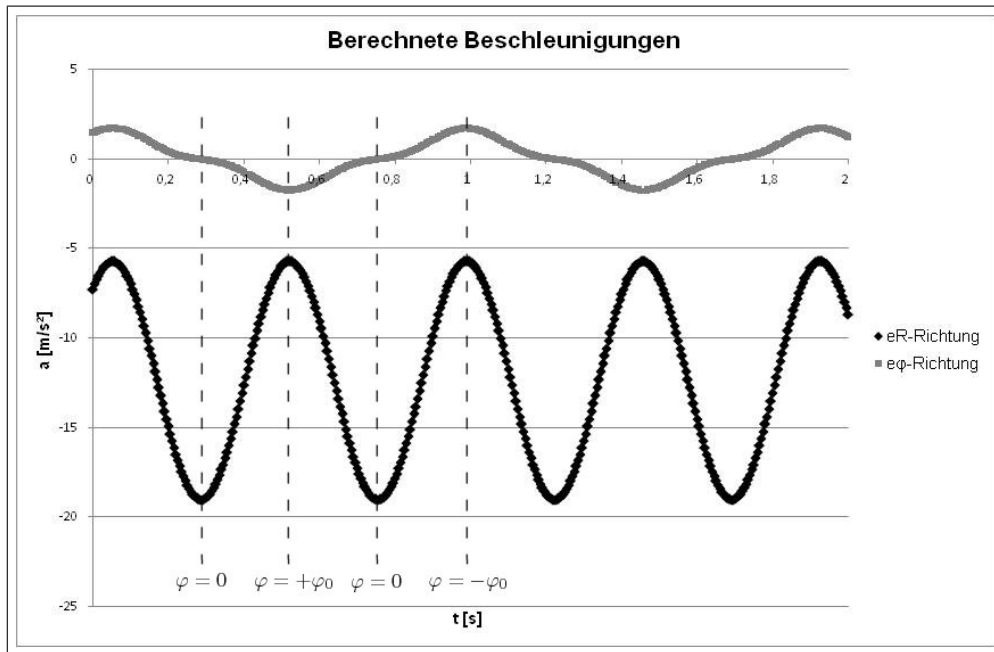


Diagramm 11. Idealverlauf der Beschleunigungen von \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Richtung über zwei Perioden.

Da sich der Sensor in der Mitte des Pendels befindet, vereinfacht sich der Ausdruck für die zu erwartenden Beschleunigung zu

$$\begin{aligned} \vec{a}_{gesp}(t) = & (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) - g \cdot \cos(\varphi_0 \cdot \sin(\omega t))) \cdot \vec{e}_R \\ & + (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot \sin(\omega t) + g \cdot \sin(\varphi_0 \cdot \sin(\omega t))) \cdot \vec{e}_\varphi. \end{aligned}$$

Der ausgehend von den ermittelten Kenngrößen *rechnerisch* zu erwartende zeitliche Verlauf der Beschleunigungen wird in Diagramm 11 über eine Zeitspanne von zwei Perioden dargestellt. Es ist zu erkennen, dass in der 'Ruhelage' ($\varphi = 0$) in (negative) \vec{e}_R -Richtung eine Beschleunigung von fast $2 \cdot g$ wirkt, während in \vec{e}_φ -Richtung an dieser Position *keine* Beschleunigung zu erwarten ist. Bei maximaler Auslenkung ($\varphi = \pm \varphi_0$) nimmt der \vec{e}_R -Anteil der Beschleunigung seinen (betragsmäßig) kleinsten Wert an, die \vec{e}_φ -Komponente wird dagegen betragsmäßig maximal, wobei der entsprechende Werte je nach Position (links oder rechts) positiv oder negativ ausfällt. Mit

$$R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \approx 9,71 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{und} \quad g \cdot \sin(\varphi_0) \approx 7,98 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ist an den Punkten maximaler Auslenkung mit einer leichten Dominanz der Beschleunigung \vec{a}_{tan} gegenüber der Beschleunigung \vec{a}_B zu rechnen, sodass eine maximale Auslenkung nach rechts einem lokalen Minimum, eine maximale Auslenkung nach links einem lokalen Maximum des \vec{e}_φ -Anteils der zu erwartenden Beschleunigung entspricht (vgl. S. 50ff.).

Diagramm 12 zeigt die im *Lego*-Model über einen Zeitraum von ca. vier Perioden gemessenen Beschleunigungen in beide Richtungen. Die Messdaten entsprechen in allen wesentlichen Punkten den theoretischen Erwartungen. So ist beispielsweise sehr gut zu sehen, dass ein (betragsmäßiges) Maximum der Beschleunigung in \vec{e}_R -Richtung immer mit einem 'Nulldurchgang'

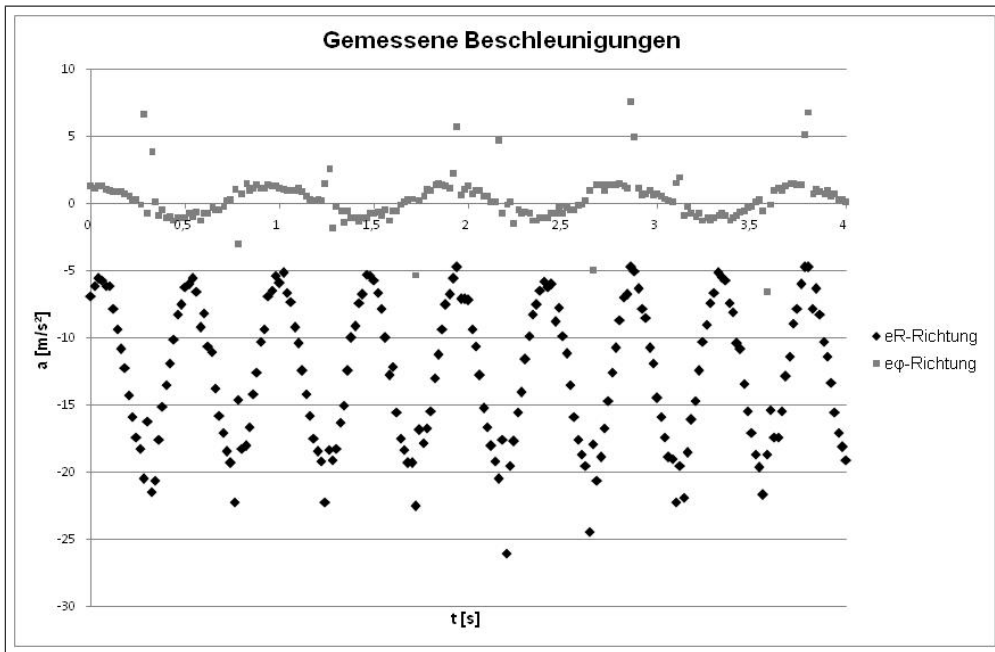


Diagramm 12. Gemessene Beschleunigungen von \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Richtung über vier Perioden.

der Beschleunigung in \vec{e}_φ -Richtung zusammenfällt, während an den abwechselnd positiven und negativen Extremstellen des \vec{e}_φ -Anteils der gemessenen Beschleunigung die \vec{e}_R -Komponente ihren (betragsmäßig) kleinsten Wert annimmt. Auch die Größenordnung der gemessenen Werte stimmt gut mit den rechnerisch ermittelten Werte überein.

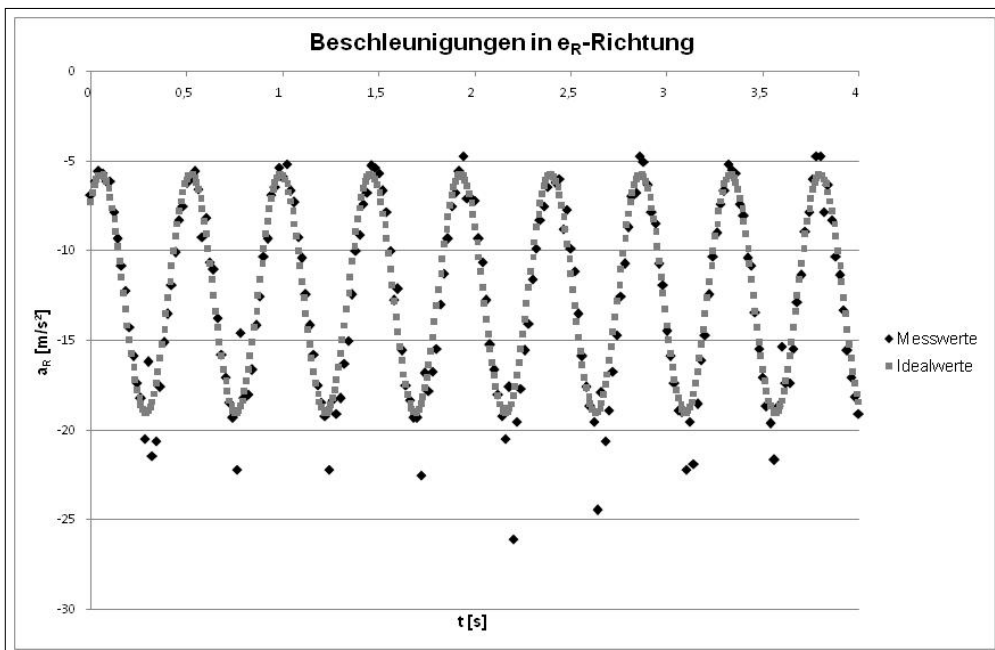


Diagramm 13. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_R -Richtung.

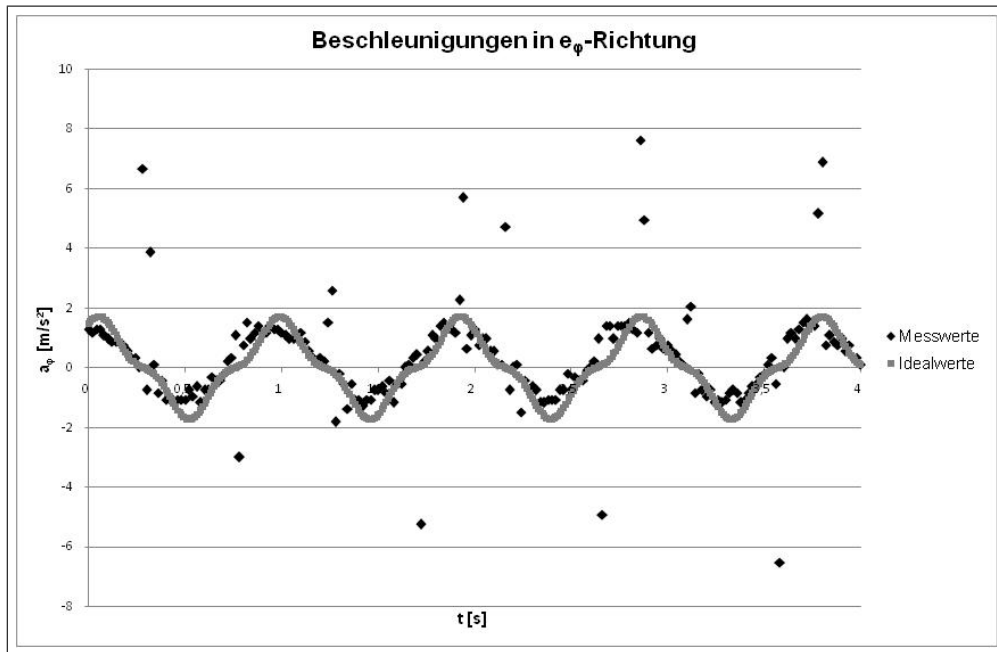


Diagramm 14. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_φ -Richtung.

In den Diagrammen 13 und 14 werden für beide Richtungen die im betrachteten Zeitraum gemessenen Beschleunigungen noch einmal direkt den rechnerisch zu erwartenden Beschleunigungen gegenübergestellt. Auch hier ist zu erkennen, dass die Messwerte gut mit den theoretischen Erwartungen übereinstimmen.

7.3 Ermittlung der Kenngrößen des Karussells

Die Messung an einer realen Schiffschaukel wurde im Freizeitpark *Fort Fun* durchgeführt, wo das Karussell den Namen *Pirat* trägt (Abb. 42). Anhand der selbst angefertigten Videoaufnahme *Pirat.avi* konnte die Periodendauer einer Gondelschwingung als $T \approx 7,70$ s bestimmt werden. Das entspricht einer Kreisfrequenz von $\omega \approx 0,82 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.



Abb. 42. Der *Pirat* im *Fort Fun*.

Mit Hilfe des bereits bei der Analyse des *Lego*-Modells angewandten 'Doppelbild'-Verfahrens konnte zudem mehreren aus Einzelbildern des Videos ein Wert von $\varphi_0 \approx 57,31^\circ$ für den maximalen Auslenkwinkel der Gondel ermittelt werden (die ausführlichen Rechnungen zu diesen Werten finden sich in der *Excel*-Arbeitsmappe *Pirat.xls*).

Auf der Homepage des Herstellers *HUSS Park Attractions GmbH* findet sich eine technische Zeichnung des Karussells (Abb. 43) sowie die Information, dass der horizontale Abstand der beiden Stützmasten ca. 23 m beträgt (vgl. HUSS 2008). Daraus wurde mit dem in Kapitel 3.2 dargestellten Verfahren der Radius der Gondelbewegung als $R \approx 12,5$ m bestimmt.

Die Messung fand in der letzten Reihe der Gondel statt, was - ebenfalls ausgehend von dieser Zeichnung - einem Abstand von $d \approx 3,5$ m entspricht. Das es sich zudem um die *linke* Seite der Gondel handelte, ist dieser Abstand negativ zu werten (siehe S. 49).

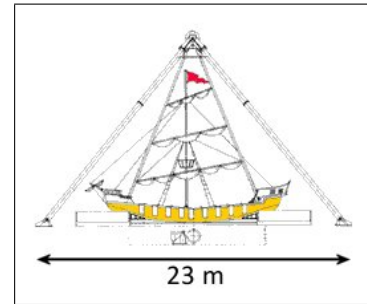


Abb. 43. Seitenansicht des Karussells¹⁹.

Insgesamt ergeben sich also diese Kenngrößen:

$$\begin{aligned} R &\approx 12,5 \text{ m} & T &\approx 7,70 \text{ s} \\ d &\approx 3,5 \text{ m} & \omega &\approx 0,82 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \varphi_0 &\approx 57,31^\circ \end{aligned}$$

Ausgehend von diesen Werten soll nun noch einmal kurz auf die bereits diskutierten 'besonderen Punkte' in der Bahnkurve des Karussells eingegangen werden (vgl. S. 50ff.).

In der 'Ruhelage' ($\varphi = 0$) ergibt sich die 'spürbare' Beschleunigung

$$\vec{a}_{gesp} = (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 - g) \cdot \vec{e}_R - d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Mit $R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \approx 8,31 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ dürfte sich ein Fahrgast an dieser Stelle nahezu doppelt so 'schwer' wie normal fühlen, da die nach oben gerichtete Beschleunigung \vec{a}_B , welche die Erdbeschleunigung kompensiert, durch diesen fast ebenso großen Anteil der Zentripetalbeschleunigung 'verstärkt' wird. Die in (positive) \vec{e}_φ -Richtung zu erwartende Beschleunigung beträgt $d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \approx 2,49 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und fällt damit deutlich geringer aus.

Bei maximal nach rechts ausgelenkter Gondel ($\varphi = +\varphi_0$) ist eine Beschleunigung von

$$\vec{a}_{gesp} = (d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 - g \cdot \cos(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_R + (-R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 + g \cdot \sin(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_\varphi.$$

zu erwarten. Der in negative \vec{e}_R -Richtung wirkende Anteil der Beschleunigung \vec{a}_B vom Betrag $g \cdot \cos(\varphi_0) \approx 5,30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ wird - da d negativ ist - um den Betrag $d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \approx 2,49 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ erhöht, sodass insgesamt mit einer \vec{e}_R -Beschleunigung von etwa $-7,70 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ zu rechnen ist. In \vec{e}_φ -Richtung gleichen sich die Anteile der Beschleunigungen \vec{a}_{tan} und \vec{a}_B mit Beträgen von $R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \approx 8,32 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $g \cdot \sin(\varphi_0) \approx 8,26 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ nahezu aus, insgesamt dürfte entlang dieser Achse also praktisch keine Beschleunigung feststellbar sein.

Ist die Gondel maximal nach links ausgelenkt, so sollte eine Beschleunigung von

$$\vec{a}_{gesp} = (-d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 - g \cdot \cos(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_R + (R \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 - g \cdot \sin(\varphi_0)) \cdot \vec{e}_\varphi.$$

wirken. Somit wird der in negative \vec{e}_R -Richtung wirkende Anteil der Beschleunigung \vec{a}_B nun um den Betrag $d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \approx 2,49 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ vermindert, sodass insgesamt nur noch einer Beschleunigung

¹⁹Quelle: <http://www.hussrides.eu/images/ClassicPirateBoatRideAnim1.gif>

von etwa $2,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ in dieser Richtung zu erwarten ist. Wie schon bei der maximalen Auslenkung nach rechts sollten sich die Beschleunigungen in \vec{e}_R -Richtung praktisch ausgleichen.

Diese Überlegungen zeigen, dass sich ein Fahrgast im *Piraten* bei maximaler Auslenkung der Gondel tatsächlich nahezu 'schwerelos' fühlen sollte, wohingegen sich beim Durchgang durch die 'Ruhelage' als fast doppelt so 'schwer' wie normal empfinden dürfte. Je größer der Abstand d von der Gondelmitte ist, desto stärker wird das Gefühl der 'Schwerelosigkeit', wenn die Gondel zu der Seite ausgelenkt ist, auf der man sitzt, da der Betrag des \vec{e}_R -Anteils der Beschleunigung \vec{a}_B in dieser Situation um den Betrag $d \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0$ vermindert wird. Bei Auslenkung zur anderen Seite wird dieses Gefühl allerdings entsprechend schwächer.

In Diagramm 15 wird der ausgehend von den oben bestimmten Kenngrößen des *Piraten* der rechnerisch zu erwartende Verlauf der Beschleunigung in \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Richtung für einen Zeitraum von zwei Perioden dargestellt.

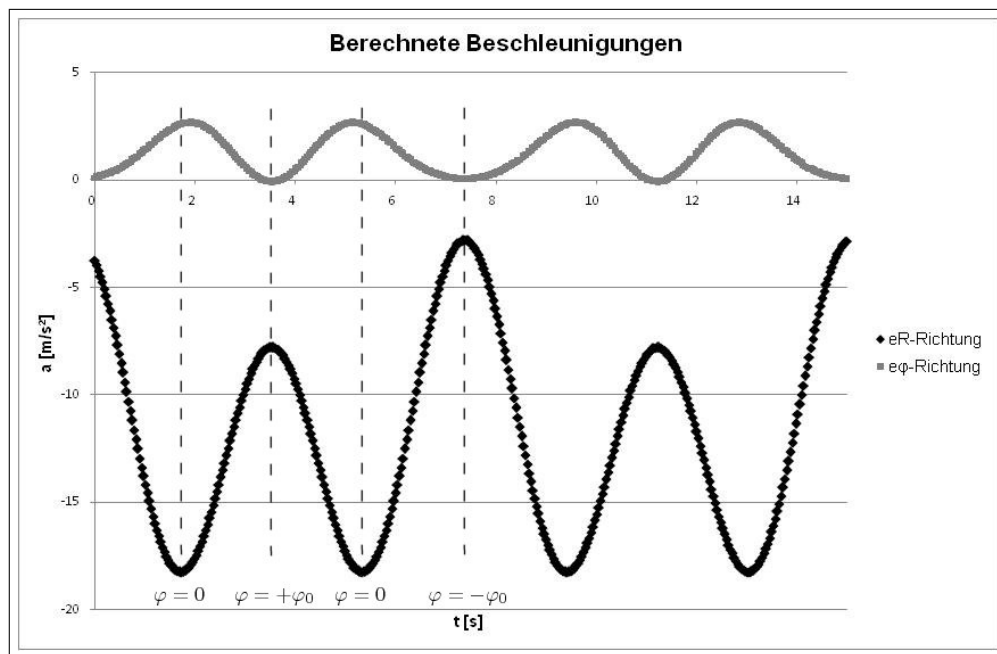


Diagramm 15. Idealverlauf der Beschleunigungen von \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Richtung über zwei Perioden.

Es ist zu erkennen, dass eine (betragsmäßig) maximale Beschleunigung in \vec{e}_R -Richtung ('Ruhelage') immer mit einer maximalen Beschleunigung in \vec{e}_φ -Richtung zusammenfallen sollte, während bei maximaler Auslenkung der Betrag der \vec{e}_R -Beschleunigung minimal werden und in \vec{e}_φ -Richtung gar keine Beschleunigung registriert werden sollte. Ferner wird deutlich, dass die Richtung einer maximalen Auslenkung anhand der Messdaten daran zu identifizieren sein sollte, ob der Betrag des \vec{e}_R -Anteils der gemessenen Beschleunigung bis auf knapp $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ zurück geht (Auslenkung nach links) oder bis auf etwa $8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Auslenkung nach rechts).

7.4 Auswertung der Messung

Zur Messung im *Piraten* wurde das *WDSS* eingesetzt. Alle Messdaten und Rechnungen befinden sich in der *Excel*-Arbeitsmappe *Pirat.xls*.

In Diagramm 16 werden zunächst die über einen Zeitraum von etwa vier Perioden gemessenen Beschleunigungen in \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Richtung gegenübergestellt. Zunächst fällt auf, dass beim Durchgang durch die 'Ruhelage' ($\varphi = 0$) an beiden Kurven deutliche 'Störungen' zu erkennen sind. Diese sind vermutlich auf den Kontakt der Gondel mit den antreibenden Rollen zurückzuführen (zumindest konnte man als Passagier des Karussells an diesen Stellen ein deutliches 'Ruckeln' der Gondel spüren).

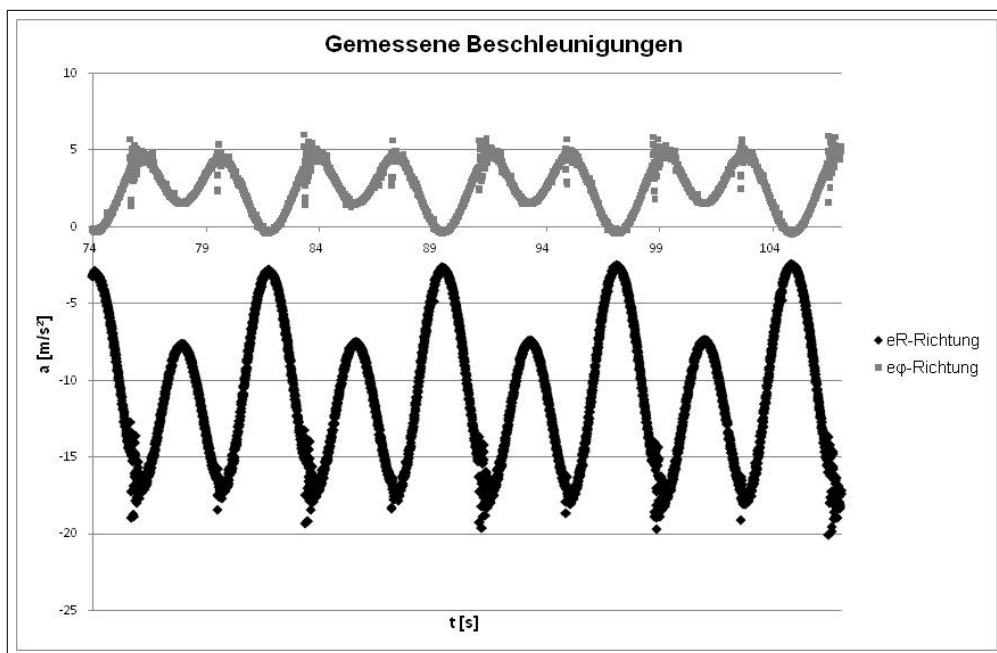


Diagramm 16. Gemessene Beschleunigungen von \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Richtung über vier Perioden.

Abgesehen davon entsprechen die Messwerte im Wesentlichen den theoretischen Erwartungen. Die Beschleunigungen in \vec{e}_R -Richtung erreichen wie erwartet ein (betragsmäßiges) Maximum von ca. $18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und gehen dazwischen immer abwechselnd auf knapp $8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bzw. knapp $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ zurück. Auch sind die Beschleunigungen in \vec{e}_φ -Richtung wie erwartet beim Durchgang durch die 'Ruhelage' maximal und bei voller Auslenkung minimal. Es fällt jedoch auf, dass bei maximaler Auslenkung nach rechts ($\vec{a}_R \approx -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) die \vec{e}_φ -Komponente der gemessenen Beschleunigung *nicht* verschwindet, sondern 'nur' auf etwa $1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ abfällt. Darüber hinaus sind die maximalen in \vec{e}_φ -Richtung registrierten Beschleunigungen in etwa doppelt so stark wie erwartet.

Zur genaueren Untersuchung werden die Messwerte in den beiden Richtungen in den Diagrammen 17 und 18 noch einmal direkt mit den rechnerisch bestimmten Werten verglichen.

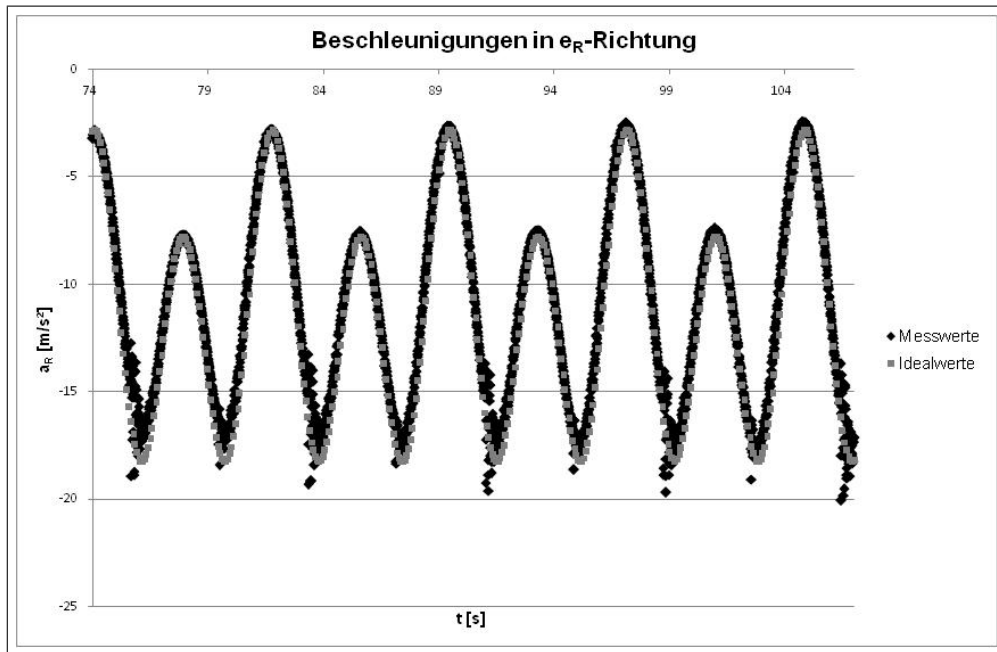


Diagramm 17. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_R -Richtung.

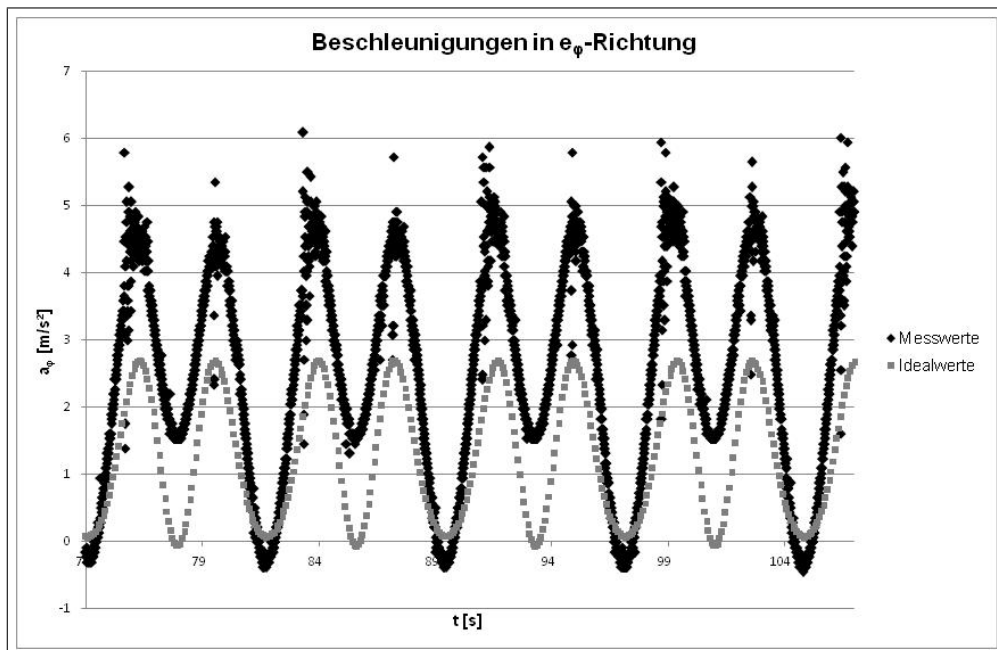


Diagramm 18. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_ϕ -Richtung.

Während in Diagramm 17 zu erkennen ist, dass die Messwerte in \vec{e}_R -Richtung den theoretischen Erwartungen sehr gut entsprechen, macht Diagramm 18 die bereits angesprochenen Abweichungen der in \vec{e}_ϕ -Richtung gemessenen Beschleunigungen von den theoretisch zu erwartenden Werten umso deutlicher.

Worin diese Abweichungen begründet sind, kann an dieser Stelle nur vermutet werden. Ein

'Verrutschen' des Sensors erscheint als Ursache jedoch unwahrscheinlich, da die gemessenen Werte eine sehr starke Regelmäßigkeit aufweisen und an der erhaltenen Kurve (abgesehen vom Durchgang durch die 'Ruhelage') keine nennenswerten 'Störungen' zu erkennen sind. Es könnten natürlich Fehler bei der Bestimmung der Kenngrößen aufgetreten sein, wobei es in diesem Fall verwunderlich wäre, dass die gemessenen Beschleunigungen in \vec{e}_R -Richtung dennoch so gut den theoretischen Erwartungen entsprechen. In diesem Fall müssten schon mindestens zwei Kenngrößen fehlerhaft bestimmt worden sein, und zwar so, dass sich diese Fehler in Bezug auf die Messung in \vec{e}_R -Richtung gegenseitig kompensieren würden, was ebenfalls als eher unwahrscheinlich einzuschätzen ist.

Möglicherweise könnte das Problem darin liegen, dass beim Aufstellen des physikalischen Modells die 'Krümmung' der Gondel ignoriert und angenommen wurde, dass sich ein Fahrgast im *senkrecht* zum Drehradius gemessenen Abstand d zur Gondelmitte befindet. Ist die Gondel z.B. in 'Ruhelage', so liegt die tatsächliche Position eines Fahrgastes auf einer der äußeren Bänke somit etwas 'höher' als im verwendeten Modell angenommen (Abb. 44). Es wäre also ggf. sinnvoll gewesen, die Position des Fahrgastes im physikalischen Modell etwas genauer zu berücksichtigen, was unter Umständen jedoch zu noch aufwendigeren Rechnungen hätte führen können.

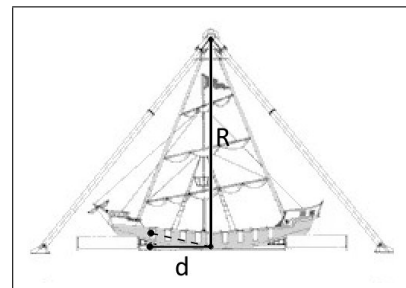


Abb. 44. Abweichung der Position des Fahrgastes im verwendeten Modell.

7.5 Zusammenfassung

Trotz der diskutierten Abweichung der Messwerte in \vec{e}_φ -Richtung scheint das hier entwickelte Modell zumindest die 'Natur' der Bewegung einer Schiffschaukel recht zutreffend zu beschreiben. Neben der in den Messwerten sehr gut zu erkennenden Periodizität der Bewegung lässt sich auch das Gefühl der 'Schwereelosigkeit', welches jeder Fahrgast in einer Schiffschaukel deutlich am eigenen Leib erfährt, gut in den ermittelten Daten 'wiederfinden'.

8 Das *Breakdance*

Das *Breakdance* ist ein äußerst populärer Vertreter einer großen Gruppe von Fahrgeschäften, welche ihre Passagiere mehreren *überlagerten* Rotationsbewegungen aussetzen. Es besteht aus einer großen rotierenden Scheibe mit mehreren Gondelkreuzen, welche sich in entgegengesetzte Richtung drehen, und an deren Enden sich frei drehbare Gondeln befinden (Abb. 45). Ein Fahrgast im *Breakdance* erlebt somit drei in derselben Ebene stattfindende überlagerte Rotationsbewegungen, von denen zwei durch Motoren gesteuert werden. Die dritte ergibt sich hingegen mehr oder weniger 'zufällig' aus der Massenverteilung innerhalb der Gondel und den zu einem bestimmten Zeitpunkt auf sie wirkenden Kräften.



Abb. 45. Ein *Breakdance*.

8.1 Physikalisches Modell zur Beschreibung der Karussellbewegung

Zur physikalischen Beschreibung des *Breakdance* werden zunächst einige Vereinfachungen vorgenommen. So wird etwa angenommen, dass die Drehscheibe parallel zum Erdboden ausgerichtet ist, obwohl sie beim echten Fahrgeschäft eine leichte Schräglage aufweist. Die deutlich gravierendere Vereinfachung besteht jedoch darin, dass in dem hier entwickelten Modell die 'freie' Drehung der einzelnen Gondeln nicht berücksichtigt wird, da eine Beschreibung bzw. Vorhersage dieser Bewegung ein sehr komplexes Problem darstellt, welches den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Somit werden nur die beiden Rotationsbewegungen betrachtet, welche vom Karussell aus direkt gesteuert werden, wobei hier zusätzlich davon ausgegangen wird, dass es sich um *gleichförmige* Kreisbewegungen handelt.

Entwicklung des Koordinatensystems

Es wird angenommen, dass die Gondelkreuze auf der Drehscheibe mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 im Radius R_1 um deren Mittelpunkt rotieren, während sich die einzelnen Gondeln mit der Winkelgeschwindigkeit ω_2 im Radius R_2 um den Mittelpunkt des jeweiligen Gondelkreuzes drehen. Jedes Gondelkreuz hat also im Vergleich zum Erdboden die Winkelgeschwindigkeit $\tilde{\omega}_2 = \omega_1 + \omega_2$. Entsprechend werden zur Zeit t der Drehwinkel der Scheibe zur x -Achse mit $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t$ und der Drehwinkel des betrachteten Gondelkreuzes relativ zur Scheibe mit $\varphi_2 = \omega_2 \cdot t$ bezeichnet. Der aktuelle Drehwinkel des Gondelkreuzes zur x -Achse ergibt sich dann als $\tilde{\varphi}_2 = \varphi_1 + \varphi_2$.

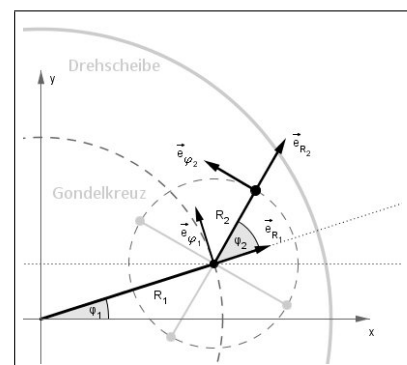


Abb. 46. Einheitsvektoren zur Beschreibung des *Breakdance*.

Da das *Breakdance* insgesamt eine zweidimensionale Bewegung ausführt, bietet sich wieder die Verwendung der ebenen Polarkoordinaten an. Wie Abb. 46 zeigt, werden die entsprechenden Einheitsvektoren sowohl aus 'Sicht' der Scheibe ($\vec{e}_{R_1}, \vec{e}_{\varphi_1}$), als auch aus der 'Sicht' des Gondelkreuzes ($\vec{e}_{R_2}, \vec{e}_{\varphi_2}$) definiert, d.h. es gilt:

$$\vec{e}_{R_1} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_{\varphi_1} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_{R_2} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \\ \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{e}_{\varphi_2} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \\ \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \end{pmatrix}.$$

Im Hinblick auf eine spätere Messung 'sollen' die Einheitsvektoren \vec{e}_{R_2} und \vec{e}_{φ_2} zudem die Richtung der Achsen des Beschleunigungssensors angeben.

Bahnkurve und Beschleunigung

Die Bewegung des *Breakdance* wird in diesem Modell als eine Überlagerung von zwei gleichförmigen Kreisbewegungen angesehen. Somit lässt sich die zugehörige Bahnkurve einer Gondel darstellen als

$$\vec{r}(t) = R_1 \cdot \vec{e}_{R_1} + R_2 \cdot \vec{e}_{R_2}.$$

Mit realistischen Werten für Radien und Winkelgeschwindigkeiten (siehe Kapitel 8.3.1) könnte eine solche Bahnkurve z.B. der in Diagramm 19 dargestellten Kurve entsprechen.

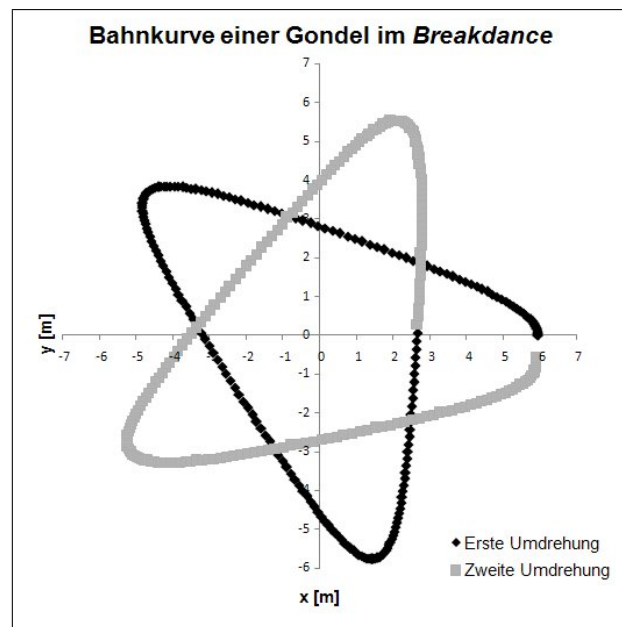


Diagramm 19. Bahnkurve einer Gondel im *Breakdance* für zwei volle Umdrehungen der Drehscheibe.

Es ist zu erkennen, dass sich die Gondel nach der ersten Umdrehung der Scheibe nicht wieder an ihrer Ausgangsposition, sondern deutlich weiter 'innen' befindet. Das hängt schlichtweg damit zusammen, dass Drehscheibe und Gondelkreuze mit anderen Winkelgeschwindigkeiten rotieren,

sodass die Gondelkreuze nach einer Umdrehung der Scheibe nicht notwendigerweise den gleichen Winkel zu dieser haben wie vorher. Dass die betrachtete Gondel nach der zweiten Umdrehung nahezu wieder an ihrer Ausgangsposition ankommt ist eher 'zufällig' bzw. in den konkreten Werten der beiden Winkelgeschwindigkeiten begründet. Diese Problematik ist aber eher mathematischer Natur und für das 'Erleben' einer Fahrt im *Breakdance* nicht weiter von Belang, da zum einen stets 'viele' Umdrehungen der Scheibe durchlaufen werden und es zum anderen die meisten Fahrgäste kaum interessieren dürfte, ob sie sich beim Aussteigen aus der Gondel genau an der selben Position befinden wie beim Einsteigen.

Die aus Bewegung des *Breakdance* resultierende Beschleunigung lässt sich nun wiederum durch zweifaches Ableiten der Bahnkurve nach der Zeit bestimmen. Mit $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t$ und $\varphi_2 = \omega_2 \cdot t$ erhält man:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \frac{\partial}{\partial t} \vec{r}(t) = R_1 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{e}_{R_1} + R_2 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{e}_{R_2} \\ &= \omega_1 \cdot R_1 \cdot \vec{e}_{\varphi_1} + (\omega_1 + \omega_2) \cdot R_2 \cdot \vec{e}_{\varphi_2} \\ \vec{a}_K(t) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{r}(t) = \omega_1 \cdot R_1 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{e}_{\varphi_1} + (\omega_1 + \omega_2) \cdot R_2 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{e}_{\varphi_2} \\ &= -\omega_1^2 \cdot R_1 \cdot \vec{e}_{R_1} - (\omega_1 + \omega_2)^2 \cdot R_2 \cdot \vec{e}_{R_2}.\end{aligned}$$

Dieser Ausdruck entspricht genau der Überlagerung der Zentripetalbeschleunigungen, die sich aus den beiden Kreisbewegungen ergeben würden, wenn man diese einzeln betrachtete.

Um eine Prognose für die zu erwartenden Beschleunigungen in Richtung der Achsen des Sensors aufzustellen, muss nun der Einheitsvektor \vec{e}_{R_1} noch in seine Komponenten in \vec{e}_{R_2} - und \vec{e}_{φ_2} -Richtung zerlegt werden. Da das betrachtete Gondelkreuz um den Winkel φ_2 zur Scheibe gedreht ist, schließen auch \vec{e}_{R_1} und \vec{e}_{R_2} diesen Winkel ein. Anhand von Abb. 47 lässt sich ohne aufwendige Rechnung erkennen, dass

$$\vec{e}_{R_1} = \cos \varphi_2 \cdot \vec{e}_{R_2} - \sin \varphi_2 \cdot \vec{e}_{\varphi_2}$$

gelten muss. Durch Einsetzen erhält man nun

$$\vec{a}_K(t) = \left(-\omega_1^2 \cdot R_1 \cdot \cos \varphi_2 - (\omega_1 + \omega_2)^2 \cdot R_2 \right) \cdot \vec{e}_{R_2} + \omega_1^2 \cdot R_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \vec{e}_{\varphi_2}.$$

Im *Breakdance* sind also in Richtung beider Achsen des Sensors Beschleunigungen zu erwarten, welche sich wegen $\varphi_2 = \omega_2 \cdot t$ mit der Kreisfrequenz ω_2 (also entsprechend der Drehung der Gondelkreuze) 'sinusförmig' ändern.

Die im Karussell insgesamt 'gespürte' Beschleunigung \vec{a}_{gesp} setzt sich nun aus \vec{a}_K und $\vec{a}_B = g \cdot \vec{e}_z$ zusammen. Da die Bewegung des *Breakdance* jedoch komplett in der x - y -Ebene stattfindet,

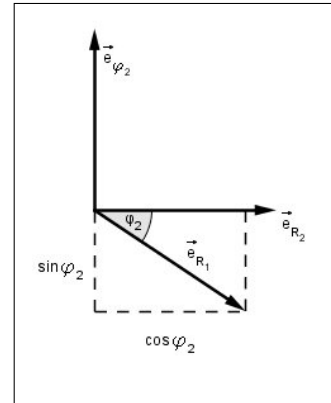


Abb. 47. Zerlegung von \vec{e}_{R_1} .

beschränkt sich auch die Analyse der 'spürbaren' Beschleunigungen auf diese Ebene. Daher wird die Beschleunigung \vec{a}_B , welche ohnehin lediglich die Erdbeschleunigung kompensiert und außerhalb des Karussells in gleicher Form 'spürbar' ist, in Bezug auf das *Breakdance* nicht weiter berücksichtigt.

8.2 Messung am *Piratenkarussell*

In vielen Freizeitparks²⁰ findet sich eine kindgerechte *Breakdance*-Variante, welche dem hier aufgestellten Modell deutlich besser entspricht, als das 'echte' *Breakdance*. Dieses vielerorts als *Kaffeetassenkarussell* gestaltete Fahrgeschäft unterscheidet sich vom *Breakdance* zum einen darin dass die Bewegung tatsächlich komplett parallel zum Erdboden verläuft, vor allem aber dadurch, dass die 'freie' Drehung der einzelnen Gondeln durch eine Vorrichtung in der Gondelmitte selbst gesteuert bzw. unterbunden werden kann.



Abb. 48. Das *Piratenkarussell* im Legoland Billund.

Bei einem privaten Besuch im *Legoland Billund* ergab sich die Gelegenheit, in einem solchen Karussell - dort *Piratenkarussell* genannt - eine Messung durchzuführen (Abb. 48). Leider stand zu diesem Zeitpunkt das *WDSS* noch nicht zur Verfügung, sodass auf den einfachen 3-Achsen-Beschleunigungssensor zurückgegriffen werden musste, was aufgrund der begrenzten Speicherkapazität des grafischen Taschenrechners nur eine sehr kurze Messzeit zuließ.

8.2.1 Ermittlung der Kenngrößen des Karussells

Anhand einer Videoaufzeichnung des Karussells (*Piratenkarussell.avi*) konnten die Umlaufzeiten für die (große) Drehscheibe und der 'Gondelkreuze' (in diesem Fall ebenfalls Drehscheiben) bestimmt werden. Dabei ergaben sich Werte von $T_1 \approx 7,74$ s (große Scheibe) und $T_2 \approx 3,36$ s (kleine Scheiben), was Winkelgeschwindigkeiten von $\omega_1 \approx 0,81 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und $\omega_2 \approx 1,87 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ entspricht. ω_2 ist aufgrund der gegenläufigen Drehung der kleinen Scheiben negativ zu werten.

Leider konnten keine Informationen über die Abmessungen des *Piratenkarussells* in Erfahrung gebracht werden, sodass die Radien der beiden Rotationsbewegungen anhand von Fotos geschätzt werden mussten. Ausgehend von der Annahme, dass der Durchmesser einer Gondel ca. 1,8 m beträgt, wird für den Radius der kleinen Scheiben ein Wert von $R_2 \approx 2,2$ m und für den Radius der großen Scheibe ein Wert von $R_1 \approx 3,5$ m vermutet.

Insgesamt wurden also die folgenden Kenngrößen angenommen:

$$\begin{array}{ll} R_1 \approx 3,5 \text{ m} & R_2 \approx 2,2 \text{ m} \\ T_1 \approx 7,74 \text{ s} & T_2 \approx 3,36 \text{ s} \\ \omega_1 \approx 0,81 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & \omega_2 \approx 1,87 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{array}$$

²⁰leider nicht im *Fort Fun*

8.2.2 Auswertung der Messung

Wie bereits erwähnt, wurde die Messung mit dem einfachen 3-Achsen-Beschleunigungssensor durchgeführt. Bei Nutzung von zwei der drei Achsen konnte bei einem Messintervall von 0,02 s eine Messzeit von insgesamt 6 s realisiert werden, was knapp zwei Umdrehungen der kleinen Scheiben entspricht. Die Messdaten und Rechnungen finden sich in der Datei `Piratenkarusell.xls`.

In den Diagrammen 20 und 21 werden die vom Sensor registrierten Beschleunigungen den theoretisch zu erwartenden Werten gegenübergestellt.

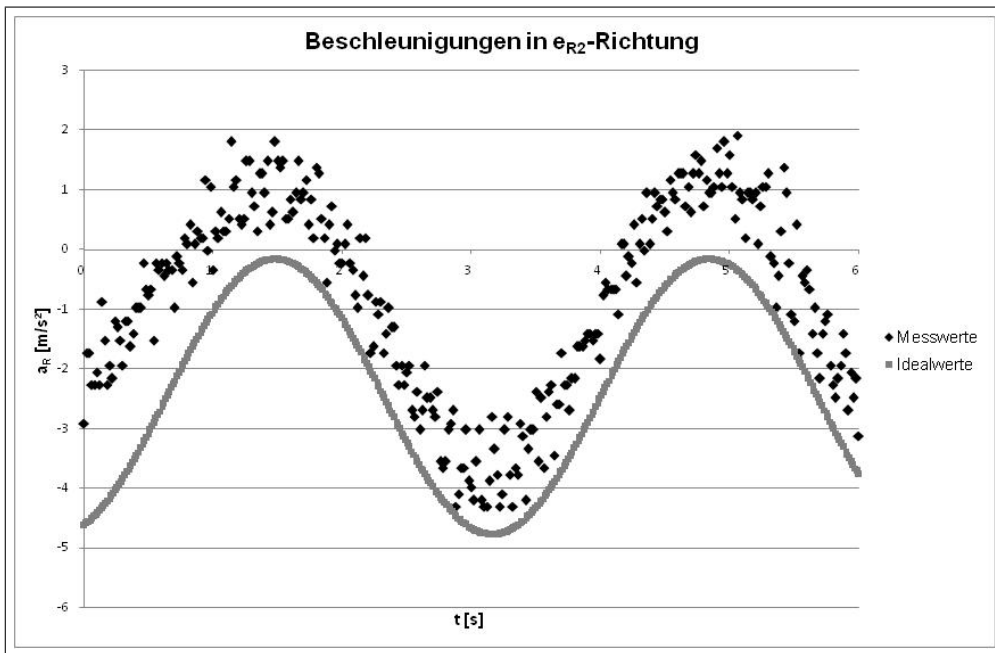


Diagramm 20. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_{R_2} -Richtung.

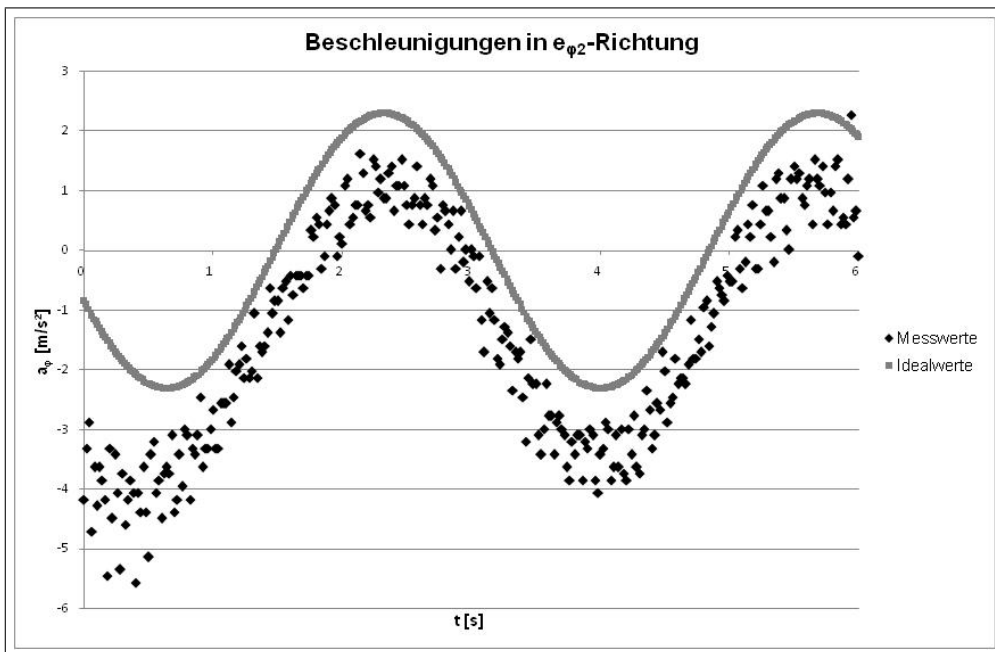


Diagramm 21. Vergleich von gemessenen und berechneten Beschleunigungen in \vec{e}_{φ_2} -Richtung.

Auch wenn die Kurven der gemessenen Beschleunigungen jeweils ein Stück weit nach oben oder unten gegenüber der rechnerisch ermittelten Kurven 'verschoben' sind, so ist in beiden Richtungen deutlich der 'sinusförmige' Verlauf der Werte zu erkennen. Die Abweichungen könnten z.B. aus nicht korrekt angenommenen Werten für die Radien resultieren, oder auch daraus, dass der Sensor möglicherweise nicht genau in der Mitte der Gondel bzw. nicht genau in der 'richtigen' Richtung positioniert wurde.

Aufgrund der sehr kurzen Messdauer sind die hier erzielten Ergebnisse leider nur bedingt aussagekräftig. Sie legen aber zumindest die Vermutung nahe, dass sich gerade Karussells diesen Typs gut mit dem entwickelten Modell beschreiben lassen.

8.3 Messung am *Breakdance No. 1*

Für die Messung in einem 'echten' *Breakdance* wurde ein Karussell des Typs *Breakdance No. 1* auf der Michaeliskirmes in Gütersloh genutzt. Diese wohl am weitesten verbreitete Variante verfügt über vier Gondelkreuze mit jeweils vier Gondeln.



Abb. 49. *Breakdance No. 1* auf der Gütersloher Michaeliskirmes.

8.3.1 Ermittlung der Kenngrößen des Karussells

Auf der Homepage der Schaustellerfirma Dreher + Verspermann, die ebenfalls ein *Breakdance No. 1* betreibt, findet sich ein Grundriss (Abb. 50) sowie eine Seitenansicht des Karussells, die sich gut zur Bestimmung der Drehradien eignen (vgl. DREHER U. VERSPERMANN 2008 und BLACHWITZ 2008a). Als Werte ergaben sich $R_1 \approx 4,31$ m und $R_2 \approx 1,65$ m. Aus der Seitenansicht konnte zudem ermittelt werden, dass die Schräglage der Drehscheibe einem Winkel von etwa 5° entspricht sodass die Vereinfachung zu einer parallel zum Erdboden rotierenden Scheibe legitim erscheint.

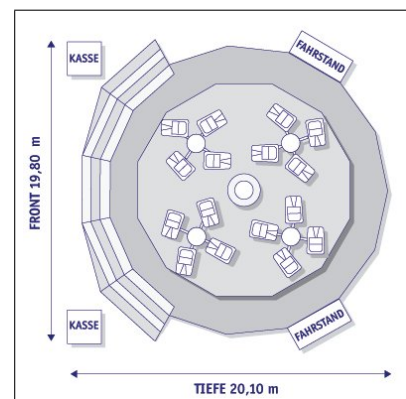


Abb. 50. Grundriss des *Breakdance No. 1*.

Die Umlaufzeiten von Scheibe und Gondelkreuzen wurden anhand der selbst angefertigten Videos *Breakdance.avi* ermittelt. Im Gegensatz zu den anderen in dieser Arbeit untersuchten Fahrgeschäften, deren Bewegungen (abgesehen von Anfahr- und Abbremsphase) stets mit sehr gleichmäßiger Geschwindigkeit stattfanden, fiel hier jedoch auf, dass sich die Umlaufzeiten im Laufe einer 'Fahrt' offenbar wiederholt veränderten. Dies kann an Tabelle 3 am Beispiel der über die gesamte Laufzeit des Videos hinweg bestimmten Umlaufzeiten der Drehscheibe nachvollzogen werden (vollständige Daten in *Breakdance.xls*).

Bild 1	Bild 2	T1 [s]	Bild 1	Bild 2	T1 [s]	Bild 1	Bild 2	T1 [s]
97	203	4,24	1434	1541	4,28	2662	2780	4,72
203	308	4,20	1541	1650	4,36	2780	2942	6,48
308	422	4,56	1650	1775	5,00	2942	3081	5,56
422	585	6,52	1775	1885	4,40	3081	3197	4,64
585	742	6,28	1885	1991	4,24	3197	3305	4,32
742	867	5,00	1991	2096	4,20	3305	3409	4,16
867	977	4,40	2096	2207	4,44	3409	3524	4,60
977	1098	4,84	2207	2336	5,16	3524	3657	5,32
1098	1221	4,92	2336	2451	4,60	3657	3772	4,60
1221	1329	4,32	2451	2555	4,16	3772	3877	4,20
1329	1434	4,20	2555	2662	4,28	3877	3982	4,20

Tabelle 3. Werte zur Bestimmung der Umlaufzeit T_1 der Drehscheibe.

Bei den Gondelkreuzen gestaltete sich die Ermittlung der Umlaufzeiten in so fern etwas schwieriger, da aufgrund der überlagerten Drehbewegungen ein klarer 'Referenzpunkt' fehlte. Konnte ein voller Umlauf der Drehscheibe einfach daran erkannt werden, dass ein bestimmtes Gondelkreuz wieder an der selben Stelle (z.B. hinter einem Mast) angekommen ist, so musste bei den Gondelkreuzen die *relative* Positionsänderung einer bestimmten Gondel zur bewegten Drehscheibe untersucht werden. Da leider oft andere Gondeln die Sicht verdeckten, wurden hier nur 'halbe' Umläufe gemessen, also die Zeit, die eine Gondel z.B. benötigte, um sich auf der Drehscheibe von 'innen' nach 'außen' (oder umgekehrt) zu bewegen (Abb. 51 und 52).

Anhand der so erhaltenen Daten wurden nun durch Mittelwertbildung die Werte $T_1 \approx 4,71$ s und $T_2 \approx 1,86$ s bestimmt, woraus sich Winkelgeschwindigkeiten von $\omega_1 \approx 1,33 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und $\omega_2 \approx 3,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ergeben. ω_2 muss wegen der gegenläufigen Drehung wieder negativ gewertet werden.

Diese Werte dienen aber nur als eine Orientierung und müssen bei der Analyse der Messwerte ggf. noch etwas 'angepasst' werden, da sie die zu *verschiedenen* Zeiten auftretenden unterschiedlichen Drehgeschwindigkeiten beinhalten und somit nicht unbedingt die einem betrachteten Ausschnitt der Messung entsprechenden Umlaufzeiten richtig wiedergeben.



Abb. 51. Wechsel einer Gondel von 'innen'...



Abb. 52. ... nach 'außen'.

Es wird also zunächst von den folgenden Kenndaten ausgegangen:

$$\begin{array}{ll} R_1 \approx 4,31 \text{ m} & R_2 \approx 1,65 \text{ m} \\ T_1 \approx 4,71 \text{ s} & T_2 \approx 1,87 \text{ s} \\ \omega_1 \approx 1,33 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & \omega_2 \approx 3,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{array}$$

8.3.2 Auswertung der Messung

Die Messung im *Breakdance No. 1* wurde mit dem *WDSS* durchgeführt, die Messdaten des Sensors sowie alle weiteren Rechnungen finden sich in der *Excel*-Arbeitsmappe *Breakdance.xls*.

Da bei der Entwicklung des physikalischen Modells zur Beschreibung der *Breakdance*-Bewegung die 'freie' Drehung der einzelnen Gondeln vernachlässigt wurde, 'fehlen' in diesem natürlich auch die aus dieser Drehung resultierenden Zentripetalbeschleunigungen. Ein größeres Problem bei der Analyse der gemessenen Beschleunigungen besteht allerdings darin, dass sich durch diese zusätzliche Drehung auch die Ausrichtung der Achsen des Sensors während der 'Fahrt' unkontrollierbar verändert.

Diagramm 22 zeigt die gemessenen Beschleunigungen über einen Zeitraum von 20 s, was etwa vier Umdrehungen der Scheibe und zehn Umdrehungen der Gondelkreuze entspricht.

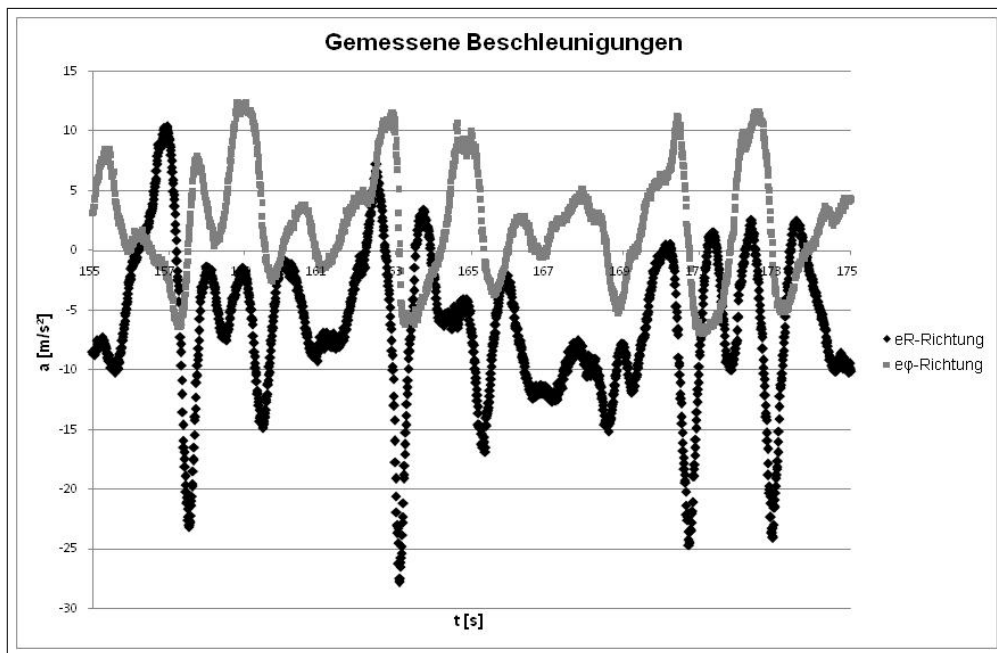


Diagramm 22. Gemessene Beschleunigungen in \vec{e}_R - und \vec{e}_φ -Richtung des Sensors.

Aufgrund der oben beschriebenen Problematik ist es kaum verwunderlich, dass diese Kurven nicht mehr viel mit dem theoretisch zu erwartenden 'sinusförmigen' Verlauf der Beschleunigungen in \vec{e}_{R_2} - und \vec{e}_{φ_2} -Richtung gemein haben, zumal die Achsen des Sensors mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht einmal entlang dieser Richtungen ausgerichtet waren. Es liegt jedoch zumindest

eine gewisse Periodizität vor, mit der in regelmäßigen zeitlichen Abständen an beiden Kurven unterschiedlich stark ausgeprägte Hoch- und Tiefpunkte zu erkennen sind.

Für die weitere Analyse bietet es sich an, auf Differenzierung nach der Beschleunigungsrichtung zu verzichten und statt dessen die *Beträge* der gemessenen Beschleunigungen mit den *Beträgen* der aufgrund der Beziehung

$$\vec{a}_K(t) = \left(-\omega_1^2 \cdot R_1 \cdot \cos \varphi_2 - (\omega_1 + \omega_2)^2 \cdot R_2 \right) \cdot \vec{e}_{R_2} + \omega_1^2 \cdot R_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \vec{e}_{\varphi_2}$$

rechnerisch zu erwartenden Beschleunigungen zu vergleichen. In Diagramm 23 wird der Verlauf dieser Beträge für den betrachteten Zeitabschnitt aufgetragen. Wie bereits angedeutet, musste die anhand des Videos bestimmte Umlaufzeit der Gondelkreuze noch etwas 'angepasst' werden. Unter Berücksichtigung der Messergebnisse erschien eine Umlaufzeit von $T_2 \approx 1,92$ bzw. eine Winkelgeschwindigkeit von $\omega_2 \approx 3,27 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ für den betrachteten Zeitraum realistischer.

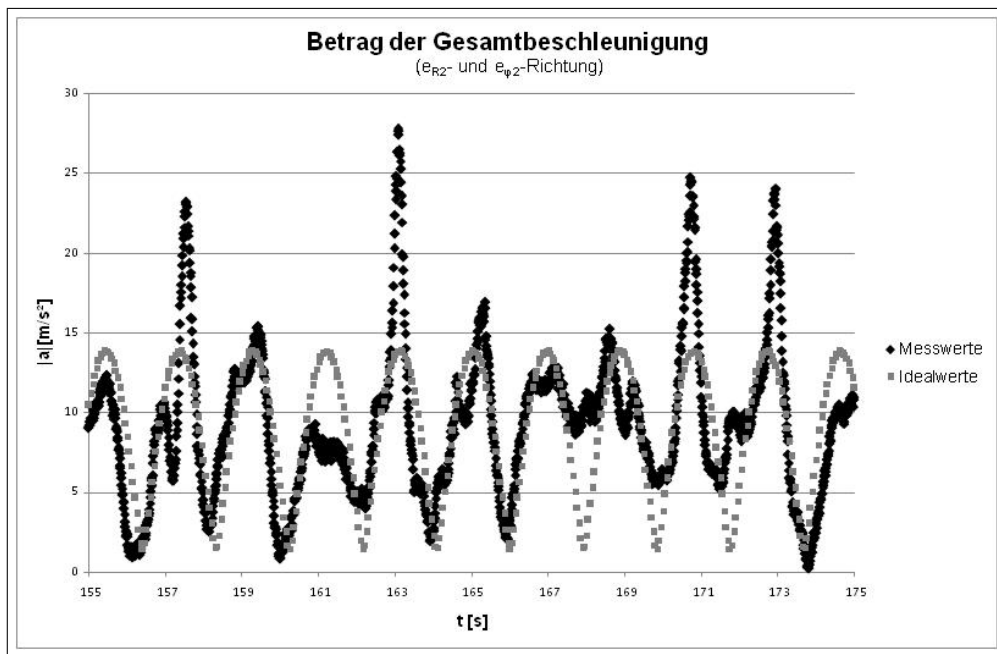


Diagramm 23. Vergleich der Beträge von gemessenen und berechneten Beschleunigungen.

Es zu erkennen, dass die Kurve der Messdaten zumindest von ihrem 'groben Verlauf' her den theoretischen Erwartungen entspricht, wobei jedoch gerade an den Extremstellen die gemessenen Beschleunigungen stark variieren. Die besonders 'spitzen' Stellen der Kurve, an denen Beschleunigungen von fast $25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ registriert wurden, könnten aus einer spontanen (schnellen) Drehung der einzelnen Gondel resultieren, welche im *Breakdance* häufig zu beobachten sind (siehe Video).

Gut zu sehen ist auch, dass die Gesamtbeschleunigungen in regelmäßigen Abständen praktisch Null werden, direkt danach aber wieder ansteigen. Dieses immer wiederkehrende 'Auf und Ab' der Beschleunigungen bildet das typische 'Breakdance-Gefühl' ab, dass sich bei einem Fahrgast einstellt, dessen Gondel immer wieder für einen kurzen Moment zu 'ruhen' scheint, nur um gleich darauf wieder beschleunigt zu werden.

8.4 Zusammenfassung

Die Ergebnisse der Messung am 'echten' *Breakdance* machen sofort deutlich, dass hier bei der Modellbildung - anders als bei den anderen in dieser Arbeit untersuchten Fahrgeschäften - wirklich gravierende Vereinfachungen vorgenommen worden sind, die eine 'exakte' Prognose der zu erwartenden Beschleunigungen von vornherein unmöglich machten. Das wesentliche Problem besteht dabei in der 'freien' Drehung der Gondeln, die mit vertretbarem Aufwand nicht vorhergesagt werden kann. Durch Betrachtung der Beträge lassen sich aber immerhin typische Elemente der *Breakdance*-Bewegung auch in den Messwerten wiederfinden.

Ausgehend von der - sehr kurzen - Vergleichsmessung im *Piratenkarussell* ist zu erwarten, dass sich Fahrgeschäfte solchen Typs noch deutlich besser zur Untersuchung von überlagerten Rotationsbewegungen mit dem hier entwickelten Modell eignen, zumal diese von den angenommenen Vereinfachungen kaum betroffen sind. Hier erscheint es vielversprechend, mit dem *WDSS* einmal eine längere Messung an einem solchen *Kaffeetassenkarussell* durchzuführen, wozu sich im Rahmen dieser Arbeit leider keine Gelegenheit ergab.

9 Fazit

Insgesamt hat sich gezeigt, dass die entwickelten physikalischen Modelle in den meisten Fällen in der Lage waren, die Bewegungen der einzelnen Karussells gut genug zu beschreiben, um sowohl qualitativ als auch quantitativ recht genau zutreffende Prognosen über die zu erwartenden 'spürbaren' Beschleunigungen anzustellen. Somit lässt sich zunächst festhalten, dass Beschleunigungssensoren (insbesondere das *WDSS*) durchaus sinnvoll zur Untersuchung und Analyse von Fahrgeschäften eingesetzt werden können.

Probleme traten immer dann auf, wenn Teile der Karussellbewegung nicht 'maschinell vorgegeben' waren, sich also z.B. nicht direkt aufgrund der Karussellmotoren ergeben. Während beim Kettenkarussell der Auslenkwinkel der Gondeln zumindest noch berechnet werden konnte (wenn auch mit etwas größerem Aufwand), ließ sich die 'freie' Drehung der einzelnen Gondeln beim *Breakdance* nicht mit den zur Verfügung stehenden Methoden vorhersagen, was zumindest die quantitative Analyse der Messwerte deutlich erschwerte.

Besonders gut für eine Untersuchung mit den hier angewandten Methoden eignen sich somit Karussells, bei denen alle Elemente ihrer Bewegung klar gesteuert sind, sodass sich ausgehend von den Kenndaten ein möglichst einfacher Ausdruck für die entsprechende Bahnkurve aufstellen lässt - z.B. das *Round Up*, die Schiffschaukel, oder das *Kaffeetassenkarussell*.

Es existieren jedoch noch viele weitere Fahrgeschäfte, auf welche diese 'günstigen' Eigenschaften ebenfalls zutreffen. Für weitere Untersuchungen würden sich z.B. eine *Frisbee* - eine Schiffschaukel mit drehender Gondel (Abb. 53) - oder ein *Take Off* als Kombination von von *Round Up* und *Breakdance*, jedoch ohne 'freie' Drehungen (Abb. 54) anbieten. Als weniger geeignet erscheint dagegen z.B. ein *Shake*, welches im Prinzip wie ein *Breakdance* aufgebaut ist, aber zusätzlich eine zweite 'freie' Drehung 'über Kopf' erlaubt (Abb. 55).



Abb. 53. Eine *Frisbee*²¹.



Abb. 54. Ein *Take Off*²².



Abb. 55. Die *Shake*- Variante *Tomahawk* des *Fort Fun*.

²¹Quelle: <http://www.ride-index.de/include.php?path=content/content.php&contentid=597>

²²Quelle: <http://www.ride-index.de/include.php?path=content/content.php&contentid=229>

Die Messungen an *Lego*-Modellen von Kettenkarussell und Schiffschaukel haben ebenfalls recht gut funktioniert. Allerdings erscheinen die Möglichkeiten solcher Modelle in so fern begrenzt, als dass es sehr schnell zu Störungen aufgrund des sich aufwickelnden Sensorkabels kommt. Hier wäre es wünschenswert, ebenfalls dass *WDSS* einsetzen zu können, was aufgrund seiner Größe und seines Gewichts bzw. der im Vergleich dazu zu geringen Leistung eines *Lego*-Motors leider nicht möglich war. In so fern wäre es hilfreich, einen Weg zu finden, ggf. andere Materialien zur Konstruktion von Modellkarussells zu verwenden, welche den Einsatz stärkerer Motoren erlauben würden.

Obwohl Modellkarussells natürlich nicht den 'Erlebnischarakter' eines echten Karussells ersetzen können, erscheint es sinnvoll, auch in dieser Richtung Anstrengungen zu unternehmen, da solche Modelle ggf. leichter verfügbar sind (z.B. im Unterricht) und zudem bei Bedarf an das verwendete physikalische Modell 'angepasst' werden können. Somit könnten 'störende' Eigenschaften des realen Vorbilds - wie die 'freie' Gondeldrehung am *Breakdance* - einfach 'ausgeblendet' werden.

Literatur

MESCHEDE, DIETER (2004): *Gerthsen Physik*. 22.Aufl. Berlin Heidelberg New York : Springer-Verlag.

MOHAZZABI, PIROOZ (2006): *Why Do We Feel Weightless in Free Fall?* In: *The Physics Teacher* Vol. 44, S. 240-242.

NOLTING, WOLFGANG (2003): *Grundkurs Theoretische Physik 1 - Klassische Mechanik*. 6. Aufl. Berlin Heidelberg New York : Springer-Verlag.

PRESS, WILLIAM H.; FLANNERY, BRIAN P.; TEUKOLSKY, SAUL A.; VETTERLING, WILLIAM T. (1986): *Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing*. 1. Aufl. Cambridge : Cambridge University Press.

TIPLER, PAUL ALLEN; MOSCA, GENE (2006): *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. 2. Aufl. München Heidelberg : Spektrum Akademischer Verlag.

CH. BAUMGARTNER GMBH (2008): *Cannstatter Wellenflug - Technische Daten* URL: http://www.cannstatter-wellenflug.de/index.php?Action=show_technical [Stand: 17.08.2008].

BLACHWITZ, FRED; HÜNECKE, ROBIN (2008): *Ride-Index.de - Die Fahrgeschäfts-Datenbank. Wellenflug (Baumgartner)* URL: <http://www.ride-index.de/include.php?path=content/content.php&contentid=648&nid=69> [Stand: 17.08.2008].

BLACHWITZ, FRED; HÜNECKE, ROBIN (2008a): *Ride-Index.de - Die Fahrgeschäfts-Datenbank. Break Dance (Dreher-Vespermann)* URL: <http://www.ride-index.de/include.php?path=content/content.php&contentid=123> [Stand: 17.08.2008].

FA. DREHER + VESPERMANN (2008): *BREAKER - Technische Daten* URL: <http://www.breakdancer-das-original.de/technik.html> [Stand: 17.08.2008].

HUSS PARK ATTRACTIONS GMBH (2008): *Pirate Boat - A Timeless Classic: Technical Data*. URL: <http://www.hussrides.eu/515bPirateTech.htm> [Stand: 17.08.2008].

VERNIER SOFTWARE & TECHNOLOGY (2006b): *Wireless Dynamic Sensor System*. Beaverton, OR. - Firmenschrift.

A CD-ROM mit Messdaten und weiteren Materialien

Auf dieser CD-ROM befinden sich - geordnet nach den Kapiteln dieser Arbeit - alle digitalen Daten, die zur Untersuchung der jeweils betrachteten Karussells genutzt oder erstellt wurden.

Zum Abspielen der Videos wird der *DivX*-Codec benötigt, welcher unter <http://www.divx.com/> kostenlos heruntergeladen werden kann. Die *Excel*-Arbeitsmappen beinhalten einige in *Visual Basic* erstellte Unterprogramme, welche z.B. dafür sorgen, dass mit Hilfe von Scrollbalken Beginn und Länge des in den Diagrammen dargestellte Ausschnitts der Messung frei gewählt werden können. Damit dies funktioniert muss allerdings die Ausführung von sog. *Makros* zugelassen werden.