

Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit Radoröhren

–Aufbau einer Versuchsanordnung zur Messung von $\frac{e}{m}$ mit Abstimmanzeigen–

Bachelorarbeit zur Erlangung des akademischen Grads

Bachelor of Science in Physics (B.Sc.)

im Rahmen der Ausbildung für das Lehramt der Sekundarstufen I und II
im Fach Physik.

Vorgelegt von

Sören Pischel

aus Bielefeld

an der Fakultät für Physik der Universität Bielefeld

im Wintersemester 2013/14.

Erstgutachterin: Frau Prof. Dr. Bärbel Fromme

Zweitgutachterin: Frau Dr. Michaela Schulz

Bielefeld, 21. Februar 2014

Die Kleinsten

Sag' Atome, sage Stäubchen.
Sind sie auch unendlich klein,
Haben sie doch ihre Leibchen
Und die Neigung da zu sein.

Haben sie auch keine Köpfchen,
Sind sie doch voll Eigensinn.
Trotzig spricht das Zwerggeschöpfchen:
Ich will sein so wie ich bin.

Suche nur sie zu bezwingen,
Stark und findig wie du bist.
Solch ein Ding hat seine Schwingen,
Seine Kraft und seine List.

Kannst du auch aus Ihnen schmieden
Deine Rüstung als Despot
Schließlich wirst du doch ermüden,
Und dann heißt es: Er ist tot.

Wilhelm Busch (1832–1908)

Danksagung

Die vorliegende Bachelor-Arbeit entstand unter der Leitung von

Frau Prof. Dr. Bärbel Fromme

im Fachbereich „Physik und ihre Didaktik“ an der Fakultät für Physik der Universität Bielefeld im Wintersemester 2013/14. Ich danke Frau Fromme herzlich für die Themenstellung (durch deren Bearbeitung ich meine Leidenschaft für die Elektronenröhren wiederentdeckte), sowie ihre freundliche Betreuung während der gesamten Experimentier- und Schreibphase.

Frau Dr. Michaela Schulz danke ich für die Übernahme der Zweitkorrektur und für ihre Hilfe, bei zunehmender Komplexität der Problematik nicht das Ziel aus den Augen zu verlieren.

Alle beschriebenen Experimente wurden zwischen Juni und August 2013 an der Universität Bielefeld durchgeführt.

Den Vorlesungstechnikern und Sammlungsleitern der Fakultät für Physik bin ich zu großem Dank verpflichtet; ohne ihre Unterstützung wäre die Durchführung der Experimente im dargelegten Rahmen nicht möglich gewesen. Insbesondere **Hans Bartels** und **Michael Berg** danke ich für wertvolle Denkanstöße und die schnelle und unbürokratische Hilfe bei der Materialbeschaffung. **Alke Rabow** danke ich für viele nützliche Tipps und ihre stete Bereitschaft, Sammlungsinventar immer dann zur Verfügung zu stellen wenn ich es dringend brauchte.

Vorwort

117 Jahre sind verstrichen seit J. J. Thomson und P. Lenard im Jahre 1897 bei der Untersuchung von Kathodenstrahlen in Crookes'schen Röhren durch Bestimmung des Ladung-Masse-Quotienten der Ladungsträger (unabhängig voneinander) die Existenz eines bis dahin unbekanntes Elementarteilchens, des *Elektrons*, nachwiesen. Mittlerweile zählt die Bestimmung der *Spezifischen Elektronenladung* e/m_0 zu den Schlüsselexperimenten der modernen Physik: Mit fortschreitender Entwicklung der Elektrodynamik und Atomphysik zu Beginn des 20. Jahrhunderts stellte sich das Verhältnis e/m_0 als universelles Bindeglied zwischen den Theorien unterschiedlicher Wissenschaftszweige heraus und ermöglichte eine umfassende „Konsistenzprüfung“ der theoretischen Physik dieser Zeit. Zusammen mit der 1910 durch R. A. Millikan ermittelten Elementarladung e konnte zudem erstmals die Elektronenmasse m_0 indirekt bestimmt werden.

Inzwischen wurde die Messung der Spezifischen Elektronenladung (und der Elementarladung) mit unterschiedlichen Aufbauten unzählige Male wiederholt, um die Naturkonstanten e und m_0 immer präziser zu determinieren. Neben den klassischen Versuchsaufbauten (Fadenstrahlrohr im homogenen Magnetfeld, Kompensationsmethode, Spiralbahnverfahren nach Busch) existieren eine Reihe unbekannterer Versuchsanordnungen. Hierzu zählen etwa Versuchsaufbauten, bei denen gewöhnliche *Radioröhren*¹ zur Messung der Spezifischen Elektronenladung verwendet werden. Von besonderem Interesse erscheinen hier Versuche, in denen die verhältnismäßig kostengünstigen *Abstimmmanzeigen* (die sog. „*Magischen Augen*“ in alten Röhrenradios) zum Einsatz kommen. Die benötigten Versuchsanordnungen sind mit etwas handwerklichem Geschick leicht in Eigenleistung zu bauen, erfordern im Vorfeld jedoch auch ein wenig sorgfältige „Entwicklungsarbeit“.

Die vorliegende Bachelor-Arbeit legt eine Anleitung für den Bau einer solchen **Versuchsanordnung zur Messung von e/m_0 mit Abstimmmanzeigen** dar; sie steht unter dem Anspruch, ein einfach nachvollziehbares, qualitatives Experiment zu entwickeln, das eine ähnliche Genauigkeit zu erzielen vermag, wie die durch einschlägige Lehrmittelfirmen angebotenen Standardaufbauten, gleichzeitig aber deut-

¹ Radioröhren waren, eingesetzt in verschiedensten Rundfunkgeräten, bis zur Etablierung der Halbleiterbauelemente zu Beginn der 1970er-Jahre weit verbreitet; obwohl sie (bis auf wenige Ausnahmen) nicht mehr hergestellt werden, stehen sie auch heute noch als Lager- oder Gebrauchtware in ausreichender Stückzahl zur Verfügung.

lich geringere Investitionskosten erfordert. Durch die unter didaktischen Schwerpunkten konzipierte Messmethode ist der dargelegte Versuch speziell für den Einsatz im Physikunterricht der Sekundarstufe II gedacht. Für Fortgeschrittenen besteht darüberhinaus die Möglichkeit, einen Einblick in die inzwischen in Vergessenheit geratene Röhrentechnik zu erlangen. In diesem Sinne soll die nachfolgende Ausarbeitung **(elektro-)technisch interessierte Lehrer, Schüler und Studenten² der Physik** an Schulen bzw. Hochschulen sowohl bei einem „Nachbau“ unterstützen, als auch ein Leitfaden für weiterführende thematische Vertiefungen sein.

Inhaltlich folgen die nachstehenden, in fünf Abschnitte gegliederten Ausführungen chronologisch dem Entwicklungsprozess des Experiments: Im ersten Abschnitt werden zunächst verschiedene Verfahren zur e/m_0 -Messungen mit (Elektronen-) Röhren diskutiert und verbreitete Standard-Aufbauten vorgestellt. Hierbei ist auch erörtert, welche Standardröhren durch Radoröhren ersetzt werden können, und welche Änderungen der Aufbauten hierfür notwendig werden. Unter Einbeziehung der (curricularen) Rahmenbedingungen in der Schule wird anschließend kritisch betrachtet, welche „Alternativaufbauten“ für den Einsatz im Unterricht der Sekundarstufe II geeignet sind, und die Wahl des Abstimmanzeigeröhren-Experiments begründet. Im zweiten Schritt wird die Physik der Abstimmanzeigeröhren besprochen, wobei insbesondere die grundlegenden Bauformen, die Entstehung der Leuchtbilder und die Struktur der elektrischen Felder im Röhreninneren im Vordergrund stehen. Des Weiteren werden Aufbauanleitungen bereits vorliegender Versuche mit Abstimmanzeigeröhren skizziert.

Die Konzeption und Konstruktion eines eigenen Experiments zur e/m_0 -Bestimmung für Abstimmanzeigeröhren der Typen „EM34“ und „6E5“ ist im dritten Abschnitt erläutert: Der Versuch wird zunächst unter didaktischen Gesichtspunkten geplant, der Bau der benötigten Versuchsanordnung anschließend ausführlich beschrieben. Abschnitt vier dokumentiert Messungen mit einer EM34-Röhre. Anhand dieser Messungen werden die späteren Betriebswerte der Anordnung festgelegt und systematische Fehler des Messverfahrens analysiert. Im letzten Abschnitt erfolgt abschließend die kritische Reflexion des Experiments. Desweiteren wird ein Ausblick über andere Verfahren der e/m_0 -Bestimmung mit Radoröhren gegeben.

² Aus Gründen der besseren Lesbarkeit werden stellvertretend für die genannten Personengruppen nur männliche Formen verwendet. Eine hierdurch eventuell implizierte diskriminierende oder verletzend wirkende Wirkung ist seitens des Autors keinesfalls beabsichtigt.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	13
1.1 Die Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung e/m_0	13
1.1.1 Kreisbahnmethode (Fadenstrahlrohr)	15
1.1.2 Spiralbahnmethode (e/m -Bestimmung nach Busch) ...	18
1.1.3 Magnetron-Verfahren	20
1.1.4 Raumladungsgesetz der Röhrendiode	22
1.2 Eignung der vorgestellten Messverfahren für den Einsatz im Unterricht der Sekundarstufe II	23
2 Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit „Magischen Augen“	26
2.1 Aufbau und Funktionsweise des „Magischen Auges“	26
2.1.1 Erzeugung freier Elektronen an der Glühkathode	26
2.1.2 Trioden-System und Leuchtschirm-System	28
2.2 Frühere e/m -Aufbauten mit „Magischen Augen“	30
2.3 Besonderheiten des Verfahrens	32
2.3.1 Modellierung des (beschleunigenden) elektrischen Felds im Magischen Auge EM34	32
3 Konzeption und Konstruktion des eigenen Versuchs	37
3.1 Entwicklung des Versuchs	37
3.1.1 Konstruktion des Röhrenmoduls	39
3.1.2 Betriebsgerät für das Röhrenmodul (optional)	42
3.1.3 Konstruktion der Zylinderspule	45
3.1.3.1 Spulenkonstante der Zylinderspule	45
3.1.4 Regelung des Spulenstroms bei Verwendung eines Blei- Akkus (optional)	49
3.1.5 Experimentelle Bestimmung der Spulenkonstanten	51
3.1.6 Computergestützte Bestimmung der Krümmungsradien im Magischen Auge	52

3.2 Didaktische Überlegungen	53
4 Ergebnisse	55
4.1 Das magnetische Feld der Zylinderspule	55
4.1.1 Kalibrierung des Magnetfeldsensors MG-BTA	56
4.1.2 Messungen an der Zylinderspule	60
4.1.2.1 Bestimmung der Spulenkonstante	60
4.1.2.2 Axialer und tangentialer Verlauf der axialen magnetischen Flussdichte	61
4.1.3 Die Erdfeldkorrektur	63
4.2 Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung e/m_0 mit der Abstimmanzeigeröhre EM34.....	64
4.2.1 Festlegung der Betriebswerte	64
4.2.2 (Wiederholungs-)Messungen am linksgekrümmten Schattenwinkel II	68
5 Zusammenfassung	72
5.1 Güte des Messverfahrens	72
5.2 Bau der Versuchsanordnung	72
5.3 Eignung des Versuchs für den Unterricht der Sekundarstufe II	75
5.4 Ausblick: Weitere Versuchsaufbauten mit Radioröhren	79
5.4.1 Ein Modul mit dem Magischen Fächer EM80	79
5.4.2 Messungen an dem Einweggleichrichter RFG5	81
6 Literaturverzeichnis	83
A Anhang	I
A.1 Zusatzmaterial	I
A.2 Simulationsprogramm für Ionentrajektorien „Simion 3D (Ver. 7.00)“	III
A.3 Geräteliste für den Versuch „ e/m -Bestimmung mit dem Magischen Auge“	V
A.4 Entstehung des Röhren-Moduls	VI

A.4.1	Materialliste für das Röhrenmodul	XII
A.4.2	Materialliste für ein Low-Cost-Röhren-Modul (Alternative zu A.4.1)	XV
A.4.3	Materialliste für das stabilisierte Hochspannungs- Netzgerät	XVI
A.4.4	Materialliste für den Gleichstromregler 0...7A	XVIII
A.5	Messungen mit dem Taschenrechner TI- <i>n</i> spire™-CX	XIX
A.6	Experimentiereinheit „Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit dem Magischen Auge“	XXV
A.7	Daten-Disk	XXVIII
A.8	Eigenständigkeitserklärung	XXIX

1 Einleitung

1.1 Die Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung e/m

Die Anfänge der experimentellen Atomphysik beginnen mit der Untersuchung freier Ladungsträger im ausgehenden 19. Jahrhundert. Technische Errungenschaften der damaligen Vakuumtechnik ermöglichten es erstmals, Röhren soweit zu evakuieren, dass im Einfluss starker elektrischer Felder zwischen Elektroden künstlich erzeugte Gasentladungen beobachtet werden konnten³. Untersuchungen der aus den (Kalt-) Kathoden austretenden Kathodenstrahlen bildeten den Schlüssel zur Entdeckung des Elektrons. Aufbauend auf der Gas-Ionen-Hypothese Gieses [Gie82] entwickelte A. Schuster 1884 ein Verfahren, um die Spezifische Ladung der „abgeschleuderten Kathodenteilchen“ zu identifizieren [Sch84]. 1888 gelang es ihm, die Ladungsträger durch ein starkes, homogenes Magnetfeld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Kathodenstrahlen auf Kreisbahnen zu zwingen, sodass sich e/m in Abhängigkeit von Kreisbahnradius r , magnetischer Flussdichte B und der Beschleunigungsspannung U bestimmen ließ [Sch90]. Schuster konstruierte somit den Prototyp des Fadenstrahlrohrs, das in abgewandelter Form noch heute zur e/m_0 -Bestimmung eingesetzt wird, und gab 1890 –sieben Jahre vor der Entdeckung des Elektrons– die Spezifische Ladung der Kathodenstrahlen mit $e/m \approx 0.4 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ an, ohne zu realisieren, damit einem neuen Elementarteilchen auf die Spur gekommen zu sein [Sch90], [Sch98].

1897 wies J. J. Thomson in zwei unterschiedlichen Experimenten nach, dass die spezifische Ladung der Kathodenstrahlen eine vom Röhrengas unabhängige Konstante darstellt. Im ersten Experiment ließ Thomson die durch ein homogenes Magnetfeld abgelenkten Kathodenstrahlen in einen mit einem empfindlichen Elektrometer verbundenen Faraday-Becher treffen⁴. Parallel vermaß er die von den Kathodenstrahlen transportierte kinetische Energie E_{kin} mittels eines in den Strahlengang eingebrachten Thermoelements. Aus Kreisbahnradius r , transportierter Gesamtladung Q und der übertragenen kinetischer Energie E_{kin} erhielt Thomson für die Spezifische Ladung der Ladungsträger einen mittleren Wert von $\langle e/m \rangle \approx 2.2 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ [Tho97]. Thomsons zweites Experiment basierte auf einem bereits 1883 von H. Hertz (erfolglos) zur Ablenkung von Kathodenstrahlen verwendeten Aufbau [Her83]. Er ließ die Kathodenstrahlen zunächst senkrecht in das elektrische Feld \vec{E} eines Plattenkon-

³ Erzeugbare Vakua lagen in der Größenordnung $p_{\text{vac}} \approx 0,1 \text{ mmHg}$ (= 0,13 mbar), nach heutigen Maßstäben (vgl. DIN 28400) an der oberen Grenze des Feinvakuums.

⁴ Es handelt sich um die Weiterentwicklung eines Versuchsaufbaus von J. Perrin, mit dem bereits 1895 die negative Ladung der Kathodenstrahlen nachgewiesen worden war [Per95].

densators der Länge l eintreten und vermaß den Winkel θ_y , um den sich die Ausbreitungsrichtung der Kathodenstrahlen beim Durchlaufen des Feldes änderte⁵. Anschließend modifizierte Thomson den Aufbau, indem er den Plattenkondensator durch zwei kurze, in Serie geschaltete Zylinderspulen vom Durchmesser l ersetze, die Kathodenstrahlen senkrecht durch das magnetische Feld \vec{H} zwischen den Spulen treten ließ und erneut einen Ablenkwinkel ϕ_y bestimmte. Durch Vergleich der Bewegungsgleichungen ergab sich die Spezifische Ladung schließlich im Mittel zu $\langle e/m \rangle \approx 0.7 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ [Tho97]. Die berechneten Werte lagen um drei Größenordnungen über allen bis dahin bestimmten Spezifischen Ladungen von Ionen; Thomson schloss hieraus, dass die Kathodenstrahlen aus bisher unentdeckten, negativ geladenen Teilchen kleiner Masse (wegen der im Vergleich zu klassischen Ionen großen freien Weglänge) bestehen mussten, die er zunächst „Korpuskeln“, später „Elektronen“ nannte.

Mit der systematischen Erforschung des Glühelctrischen Effekts durch T. A. Edison und O. Richardson in den ersten Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts wurden Präzisionsmessungen der Spezifischen Elektronenladung möglich. Die Schuster'sche Röhre, ergänzt um eine Glühkathode wurde zum klassischen *Fadenstrahlrohr*, der Thomson'sche Ablenkversuch mit gekreuzten Feldern zur *Kompensationsmethode* weiterentwickelt. An den neu entwickelten (Hochvakuum-)Elektronenröhren konnte darüberhinaus das Konzept der Raumladungseffekte nach W. Schottky und I. Langmuir experimentell überprüft werden und eröffnete zwei zusätzliche Verfahren der e/m -Bestimmung, die *Magnetron-Methode* und die Berechnung am *Raumladungsgesetz der Röhrendiode*. Hinzu kam die *Spiralbahnmethode* nach Busch.

Diese Standardverfahren basieren auf dem Einfluss elektrischer und/oder magnetischer Felder auf Elektronen; sie können prinzipiell auch mit gewöhnlichen Radoröhren durchgeführt werden und sind daher für die folgenden Betrachtungen von besonderem Interesse. Anhand eines kurzen Überblicks über die theoretischen Hintergründe der dargelegten Versuche und deren experimentelle Umsetzung soll nun entschieden werden, welches Verfahren aus didaktischer Sicht für den schulischen Einsatz in der Sekundarstufe II geeignet ist. Auf andere Bestimmungsmethoden (Zeeman-Aufspaltung, Resonanzverfahren) kann an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden.

⁵ Hertz konnte keine Ablenkung der Kathodenstrahlen im elektrischen Feld nachweisen [Her83]. Ursächlich hierfür war ein schlechtes Vakuum, das zu einer Ionenansammlung an den Kondensatorplatten führte, und so eine Abschirmung des elektrischen Ablenkfeldes bewirkte [Hon87].

1.1.1 Kreisbahnmethode (Fadenstrahlrohr)

Das Fadenstrahlrohr besteht aus einem evakuierten Glaskolben, der Spuren eines Restgases (zumeist Neon oder Wasserstoff) enthält. In dem Kolben befindet sich eine Elektronenkanone, die aus einer Glühkathode, einer Fokussierelektrode (dem Wehnelt-Zylinder) und einer Ringanode zusammengesetzt ist (vgl. Abb. 1.1).

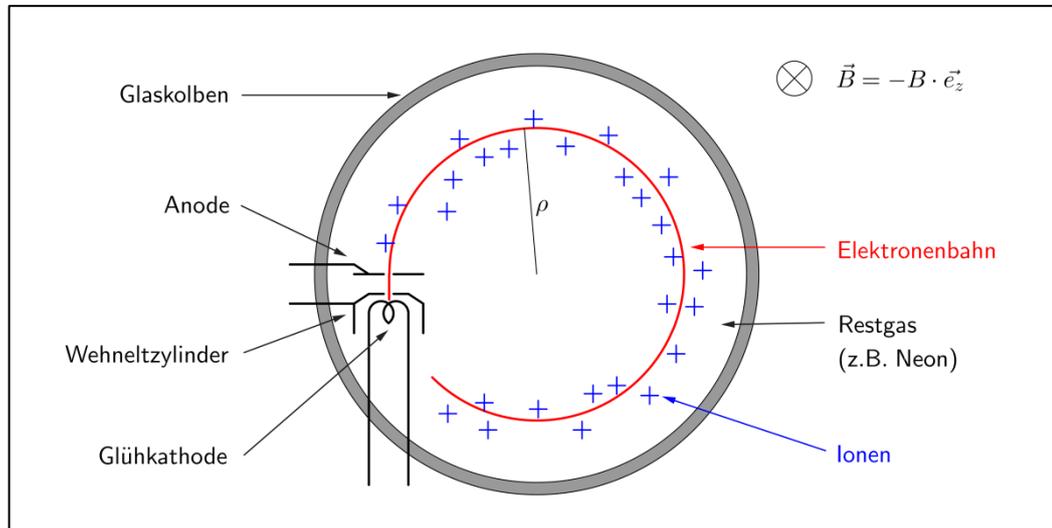


Abb. 1.1: Aufbau eines Fadenstrahlrohrs

Durch thermische Elektronenemission werden an der Glühkathode Elektronen ausgelöst und durch das elektrische Feld zwischen Kathode und Anode beschleunigt. Die gewonnene Feldenergie wird dabei in kinetische Energie der Elektronen umgesetzt, sodass diese die Elektronenkanone mit der Geschwindigkeit v_0 verlassen:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = e \cdot U_a \quad (1.1a)$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_a}{m}} \quad (1.1b)$$

Wehnelt-Zylinder und Anodengeometrie gewährleisten, dass ein gebündelter Elektronenstrahl mit definierter Richtung $\vec{v}_0 \equiv v_0 \cdot \vec{e}_y$ entsteht. Durch ein äußeres homogenes Magnetfeld $\vec{B} \equiv -B \cdot \vec{e}_z$ senkrecht zur Ausbreitungsrichtung werden die Elektronen durch die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_L = -e \cdot \left(\vec{E} + \frac{d}{dt} \vec{r}(t) \times \vec{B} \right) = m \cdot \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}(t) \quad (1.2)$$

auf eine Kreisbahn vom Radius ρ gezwungen. Entlang der Elektronenbahn werden einige Restgas-Moleküle ionisiert und zum Leuchten angeregt⁶, sodass die Kreis-

⁶ Wegen der geringen Beweglichkeit der Restgas-Ionen bildet sich ein positiv geladener Ionen-schlauch aus, der den Elektronenstrahl fortwährend fokussiert [Dem09].

bahn sichtbar wird. Mit einem wie in Abb. 1.2 getroffenen Koordinatensystem folgt aus (1.2a) mit $\ddot{z} = 0$ und $\vec{E} = 0$ die vereinfachte Bewegungsgleichung (1.3b):

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \frac{e}{m} \cdot \left[\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -B \end{pmatrix} \right] = 0 \quad (1.3a)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \frac{e}{m} B \cdot \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \end{pmatrix} = 0 \quad (1.3b)$$

Durch Integration ergibt sich mit den Anfangsbedingungen $\vec{r}_0 \equiv 0$ und $\frac{d}{dt} \vec{r}_0 \equiv v_0 \cdot \vec{e}_y$:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix} + \frac{e}{m} B \cdot \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix} = 0 \quad (1.4)$$

Wegen der Energieerhaltung muss die Gesamtgeschwindigkeit der Elektronen erhalten bleiben, $\left| \frac{d}{dt} \vec{r}(t) \right| = v_0$, womit (1.4) in die Koordinatengleichung (1.6b) übergeht:

$$v_0 = \left| \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \right| = \left| -\frac{eB}{m} \cdot \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix} \right| \quad (1.5)$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{e^2}{m^2} B^2 \cdot (x^2 + y^2) - \frac{2eB}{m} v_0 \cdot x + v_0^2 \quad (1.6a)$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{m}{eB} v_0 \right)^2 + y^2 = \left(\frac{m}{eB} v_0 \right)^2 \quad (1.6b)$$

Ein Vergleich mit der allgemeinen Kreisgleichung

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = \rho^2 \quad (1.7)$$

zeigt, dass die Elektronenbahn tatsächlich einen Kreis mit dem Radius

$$\rho = \frac{m}{eB} v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U_a}{e \cdot B^2}} \quad (1.8)$$

und dem Mittelpunkt $M = (x_M, y_M, 0) = (\rho, 0, 0)$ beschreibt.

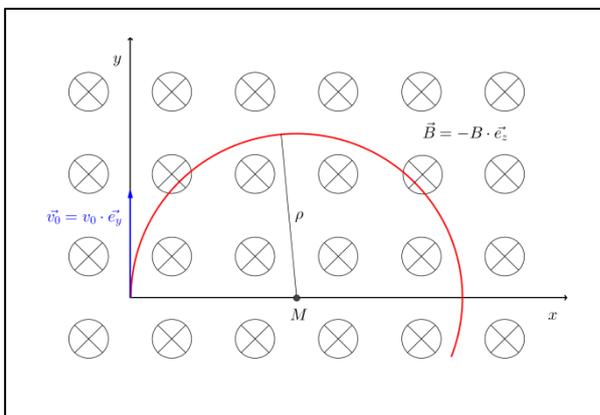


Abb. 1.2: Bezugssystem zur Berechnung der Elektronenbahn ($z = 0$).

Die Spezifische Ladung des Elektrons e/m bestimmt man nun leicht aus (1.8), indem der Kreisradius ρ bei bekannter Beschleunigungsspannung U_a und magnetischen Flussdichte B vermessen wird.

Zur Abbildung des Elektronenstrahls können alternativ auch Röhren mit einem fluoreszierenden Leuchtschirm verwendet werden. Der Schirm ist dann in der Ebene $z = 0$ angeordnet, sodass die Elektronen (flach) über ihn hinweg streichen und dabei entlang ihres Weges zum Leuchten anregen; ionisierbares Restgas wird nicht mehr benötigt.

Ist die Durchtrittsöffnung in der Anode kein Loch, sondern ein schmaler Schlitz in \vec{e}_z -Richtung, beschreiben die Elektronenbahnen keinen Strahl, sondern einen Kreiszylinder mit der Zentralachse $a: (\vec{r}_a(z)) = (\rho, 0, z)$. Der Leuchtschirm kann in diesem Falle auch kegelförmig um die \vec{e}_z -Achse liegen: Die Auftreffpunkte S der Elektronen auf dem Kreiskegel (oder -kegelstumpf) bilden den Schnitt des „Elektronenzylinders“ mit dem Kegel, also einen elliptisch geformten Kegelschnitt. Betrachtet man diesen Kegelschnitt axial aus \vec{e}_z -Richtung, d.h. seine Projektion auf die z -Ebene, ergibt sich das virtuelle Bild der eigentlich gesuchten Kreisbahn; der Kreisbogen wird dabei nicht vollständig, sondern maximal zu einem Viertel sichtbar, wie den untenstehenden Abbildungen Abb. 1.3 und Abb. 1.4 zu entnehmen ist.

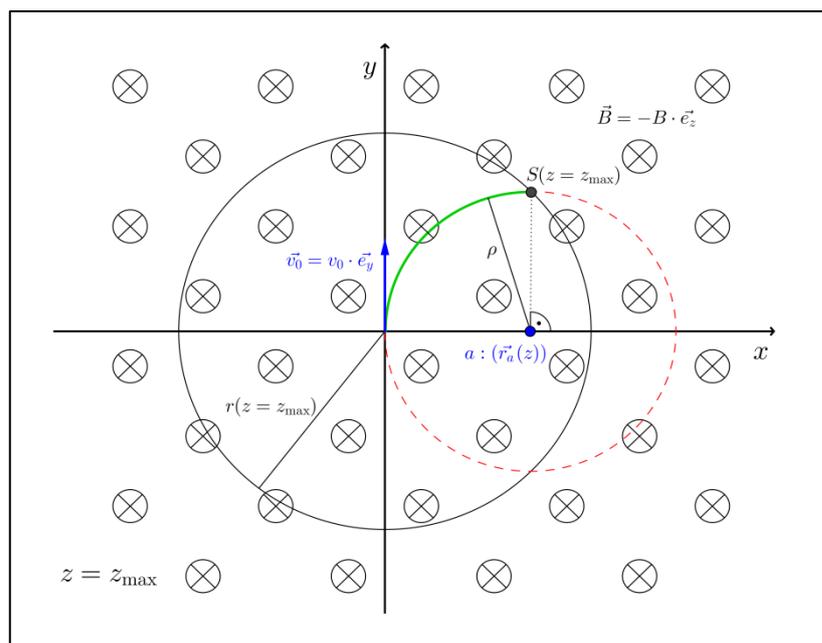


Abb. 1.3: Bildentstehung bei Röhren mit kegelförmigem Leuchtschirm (Aufsicht). Legende: schwarz: Querschnitt des Leuchtschirms, rot: Querschnitt des „Elektronenzylinders“, grün: virtuelles Bild des Kreisbogens.

Abstimmanzeigeröhren der Typen EM4/34, EM5/35, EM11, EFM11 und der Reihe 6E5 besitzen eine zylindrische Glühkathode, um die herum eine kegelförmige Leuchtanode angeordnet ist. Diese „Magischen Augen“ können also eingesetzt werden, um e/m mit der Kreisbahnmethode zu bestimmen. Diese Möglichkeit wird in Kapitel 2 eingehend besprochen.

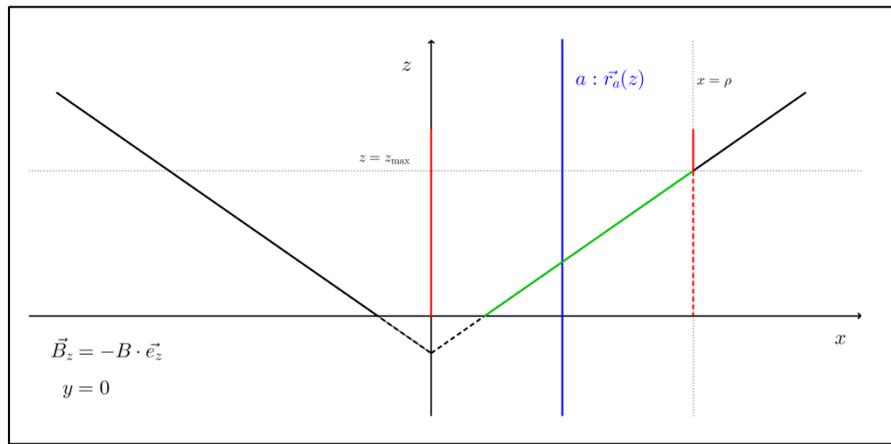


Abb. 1.4: Bildentstehung bei Röhren mit kegelförmigem Leuchtschirm (Querschnitt). **Legende:** schwarz: Längsschnitt des Leuchtschirms, rot: Längsschnitt des „Elektronenzylinders“, blau: Zentralachse des „Elektronenzylinders“, grün: Auftreffpunkte S der Elektronen auf dem Leuchtschirm.

1.1.2 Spiralbahnmethode (e/m -Bestimmung nach Busch)

Eine Weiterentwicklung der klassischen Kreisbahnmethode ist die von H. Busch 1922 vorgestellte Spiralbahnmethode [Bus22]. Im Gegensatz zum Fadenstrahlrohr wird der Elektronenstrahl bei diesem Verfahren schräg in das homogene Magnetfeld eingeschossen. Dies wird erreicht, indem die zunächst in z -Richtung (!) auf v_0 beschleunigten Elektronen durch einen Plattenkondensator hinter der Anode um den Winkel α in y -Richtung abgelenkt werden, also eine zusätzliche Geschwindigkeit $v_y = v_0 \cdot \tan \alpha$ erfahren:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \cdot \tan \alpha \\ v_0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Es entsteht in der xz -Ebene wieder eine kreisförmige Elektronenbahn, dessen Radius ρ unter Berücksichtigung des Einschusswinkels α nach (1.8)

$$\rho = \frac{m}{eB} v_0 \cdot \tan \alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U_a}{e \cdot B^2}} \cdot \tan \alpha \quad (1.10)$$

ist. Diese Kreisbahnbewegung ist von einer linearen Bewegung in z -Richtung mit v_0 überlagert, sodass die Elektronen insgesamt auf eine Spiralbahn gezwungen werden (vgl. Abb. 1.5). Die Umlaufzeit τ für eine Windung der Bahn ist

$$\tau = \frac{u}{v_0 \cdot \tan \alpha} = \frac{2\pi \cdot \rho}{v_0 \cdot \tan \alpha} = \frac{2\pi \cdot m}{eB} \quad (1.11)$$

wobei u der Umfang der Kreisbahn ist. Überraschenderweise ist τ unabhängig vom Auslenkungswinkel α , sodass alle Elektronen, die die z -Achse zum Zeitpunkt $t_0 \equiv 0$

mit beliebiger Auslenkung in y -Richtung verlassen bei $t = n \cdot \tau$ ($n \in \mathbb{N}^*$) wieder in einem Punkt $P(n \cdot \tau)$ auf der z -Achse fokussiert werden⁷. Dabei ist bei einer Ganghöhe ξ der Schraubenbahn

$$P(n \cdot \tau) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ n \cdot \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \cdot n \cdot \tau \end{pmatrix} . \quad (1.12)$$

Beschleunigungsspannung U_a und magnetische Flussdichte B werden so gewählt, dass $P(n \cdot \tau)$ auf einem im Abstand s vom Ablenkpunkt aufgestellten Leuchtschirm scharf abgebildet wird, d.h. $s = n \cdot \xi$, wodurch e/m nach (1.1b), (1.11) und (1.12) zu

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U_a}{n^2 \cdot l^2 \cdot B^2} \quad (1.13)$$

folgt.

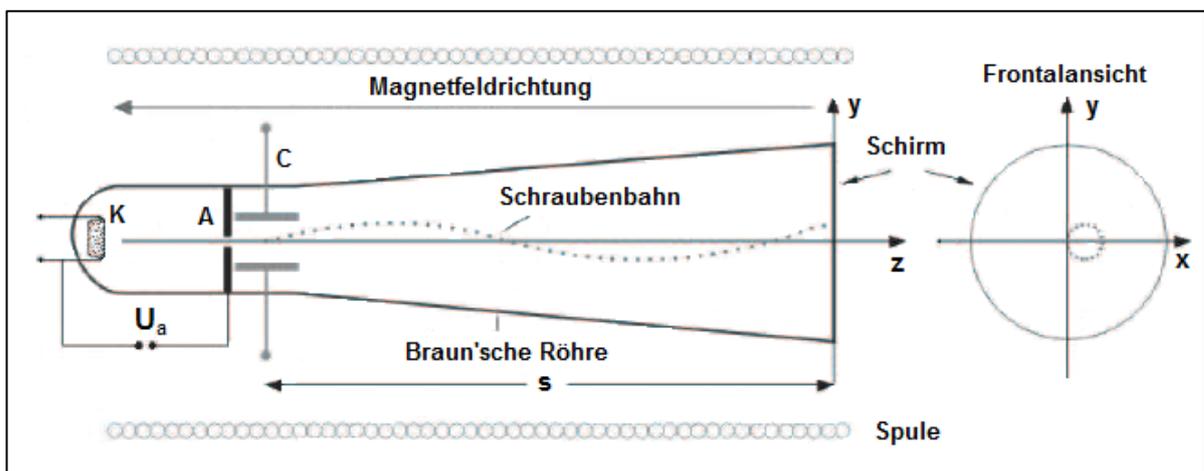


Abb. 1.5: Versuchsaufbau zur e/m -Bestimmung nach Busch. Legende: K: Glühkathode, A: Anode mit Loch, C: Ablenkkondensator. Ergänzt nach [ISB07].

Um mit handhabbaren Beschleunigungsspannungen und magnetischen Feldern auskommen zu können, muss die verwendete Röhre einen minimalen Schirmabstand $s_{\min} \approx 5\text{cm}$ aufweisen. Miniatur-Radoröhren kommen wegen ihrer kompakten Bauformen *nicht* in Frage, allerdings kann die gelegentlich für Aussteuerungszwecke „missbrauchte“ Kathodenstrahlröhre DH3-91 (vgl. Abb. A.1) verwendet werden. Die deutlich längeren Oszillographenröhren (z.B. 3BP1A oder CV814) eignen sich besser, zählen allerdings nicht zu den Radoröhren.

⁷ Damit die Elektronenbahnen *nur* in den Punkten $P(n \cdot \tau)$ fokussieren, wird auf die Versorgungsspannung des Ablenkkondensators absichtlich eine niederfrequente Wechselspannung („Brumm-Spannung“) der Frequenz $f \approx 50\text{Hz}$ aufmoduliert. Dadurch wird $\alpha = \alpha(t)$ und es ergeben sich für alle $n \cdot \xi \neq s$ verwischte Schirmbilder.

1.1.3 Magnetron-Verfahren

Eine grundsätzlich andere Methode zur Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung ist das Magnetron-Verfahren. Als Magnetron wird die Anordnung einer zylindrischen Vakuum-Diode in einem axialen magnetischen Feld bezeichnet⁸ (vgl. Abb. 1.6a). Die Anode A hat den Radius ρ_A und liegt konzentrisch um eine dünne Glühkathode K vom Radius $\rho_K \ll \rho_A$. Im elektrische Feld $\vec{E}(\rho) \equiv -E(\rho) \cdot \vec{e}_\rho$ zwischen den Elektroden und dem Magnetfeld $\vec{B} \equiv B \cdot \vec{e}_z$ werden die Elektronen durch die Lorentz-Kraft \vec{F}_L auf Kardiodenbahnen gezwungen (vgl. Abb. 1.6b) [Hul21]. Die maximale Exzentrizität der Kardioide beträgt ρ_{\max} , sodass die Elektronen nur für $\rho_{\max} \geq \rho_A$ auf die Anode treffen (die Bahn bricht in diesem Fall ab) und andernfalls zur Kathode zurückkehren ($\rho_{\max} < \rho_A$).

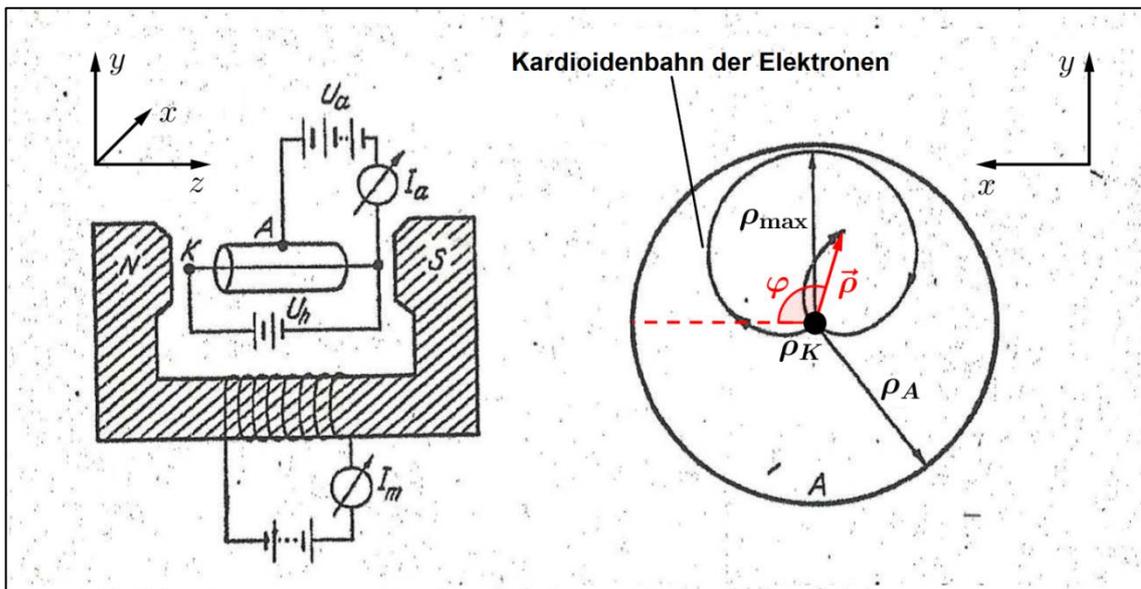


Abb. 1.6: (a) Schematische Anordnung des Magnetrons, ergänzt nach [Bar65].

(b) Elektronenbahnen im Magnetron. Rot: (Zylinder-)Koordinaten der Bahnkurve (z-Achse sticht in die Zeichenebene hinein). Ergänz nach [Bar65].

Zur Beschreibung der Elektronenbahn eignen sich zweckmäßigerweise Zylinderkoordinaten. Mit

$$\vec{\rho}(t) = \rho \cdot \vec{e}_\rho + z \cdot \vec{e}_z \quad (1.14)$$

folgt aus (1.2) die Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{\rho}(t) = -\frac{e}{m} [E(\rho) \cdot \vec{e}_\rho + (\dot{\rho} \cdot \vec{e}_\rho + \rho \dot{\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi + \dot{z} \cdot \vec{e}_z) \times B \cdot \vec{e}_z] \quad (1.15a)$$

$$= -\frac{e}{m} [(\rho \dot{\varphi} B - E(\rho)) \cdot \vec{e}_\rho - \dot{\rho} B \cdot \vec{e}_\varphi] \quad (1.15b)$$

⁸ Mittlerweile wird der Begriff Magnetron auch für Wanderwellenröhren mit anderer Geometrie, eingesetzt z. B. in Mikrowellengeräten, verwendet [Dem09]. Die ursprüngliche Anordnung ist jedoch die in Abb. 1.6a gezeigte.

mit

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{\rho}(t) = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\varphi}^2) \vec{e}_\rho + \underbrace{(\rho \ddot{\varphi} + 2\dot{\rho} \dot{\varphi})}_{= \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt}(\rho^2 \dot{\varphi})} \vec{e}_\varphi + (\ddot{z}) \vec{e}_z \quad (1.16)$$

Durch Integration der φ -Komponente ergibt sich mit der Anfangsbedingung $|\vec{\rho}_0| \equiv \rho_K$ und vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit (Geschwindigkeit der Elektronen beim Verlassen der Kathode) $\left. \frac{d}{dt} \vec{\rho}(0) = (\dot{\rho} \cdot \vec{e}_\rho + \rho \dot{\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi + \dot{z} \cdot \vec{e}_z) \right|_0 \approx 0$ die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ zu

$$\dot{\varphi} = \frac{eB}{2m} + \frac{C}{\rho^2} \quad (1.17a)$$

$$= \frac{eB}{2m} + \frac{\rho_K^2}{\rho^2} \left(\frac{v_{\varphi 0}}{\rho_K} - \frac{eB}{2m} \right) \approx \frac{eB}{2m} \left(1 - \frac{\rho_K^2}{\rho^2} \right) \quad (1.17b)$$

wobei C die Integrationskonstante ist.

Für $\rho = \rho_{\max}$ wird $\dot{\varphi}$ maximal, da offensichtlich $\dot{\rho}_{\max} = 0$ und $\dot{z} = 0$ sind. Die dem elektrischen Feld entzogene elektrische Energie $e \cdot U(\rho_{\max})$ steckt bei maximaler Exzentrizität also vollständig in der kinetischen Energie der Tangentialgeschwindigkeit:

$$e \cdot U(\rho_{\max}) = \frac{1}{2} m (\rho_{\max} \cdot \dot{\varphi}_{\max})^2 \quad (1.18)$$

Einsetzen von (1.17b) liefert eine Bestimmungsgleichung für e/m :

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot U(\rho_{\max})}{B^2 \cdot (\rho_{\max} - \rho_K)^2} \quad (1.19a)$$

Für den Spezialfall $\rho_{\max} = \rho_A$ hängt (1.19a) nur von der Dioden-Geometrie, der anliegenden Spannung U_A und der kritischen magnetischen Flussdichte B_{krit} ab:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot U_a}{B_{\text{krit}}^2 \cdot (\rho_A - \rho_K)^2} \quad (1.19b)$$

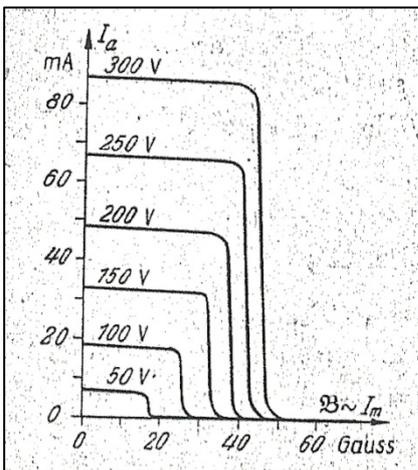


Abb. 1.7: $I_a(B)$ -Kennlinien einer zylindrischen Vakuum-Diode [Bar65]

Die kritische Exzentrizität kann eingestellt werden, indem eine beliebigen $I_a(B)$ -Kennlinien der Diode durchlaufen wird: Man beobachtet die kritische magnetische Flussdichte $B_{\text{krit}}(U_a)$, wenn der Anodenstrom sprunghaft fällt (vgl. Abb. 1.7), d.h. wenn $\rho(B > B_{\text{krit}}) < \rho_A$ wird. Analog kann ebenfalls eine $I_a(U_a)$ -Kennlinien betrachtet werden.

Um scharfe Sprungstellen zu erhalten, dürfen die Raumladungseffekte in der Diode nicht zu groß werden, was einen möglichst großen Anodenradius

und einen geringen Sättigungsstrom erfordert. Geeignete Dioden kommen in Hochspannungsgleichrichtern zum Einsatz. Sie besitzen Anoden mit $\rho_A \geq 5\text{mm}$, müssen allerdings, da sie normalerweise für einen Betrieb im Raumladungsbereich konzipiert sind, für diesen Versuch mit Unterspannung geheizt werden. Eine brauchbare Vakuumdiode ist die Radoröhre GND5, welche auch in der Beschaltung größerer Kathodenstrahlröhren Verwendung findet. Besser geeignet ist die stabilisierte Diode GRD7, die durch eingebaute Schutzringe ein nahezu homogenes elektrisches Feld aufbaut und nicht-ferromagnetische Elektroden besitzt [Fer61].

Im Raumladungsbereich dieser Röhren ist eine Bestimmung von e/m ebenfalls möglich und kann anhand des Raumladungsgesetzes (Langmuir-Schottky'sches Gesetz) für zylindrische Anordnungen erfolgen.

1.1.4 Raumladungsgesetz der Röhrendiode

Bei hohen Anodenströmen wird das elektrische Feld $\vec{E}(\rho)$ in der Vakuumdiode nicht nur durch die (stationären) Ladungen auf den Elektroden, sondern maßgeblich durch die elektrischen Felder der Elektronen zwischen den Elektroden (der sog. Raumladung) beeinflusst. Im Radius ρ tritt der Gesamtstrom I_a durch eine Oberfläche $A(\rho) = 2\pi \cdot l \cdot \rho$ (l : Länge von Kathode und Anode). Die Raumladungsdichte $\varrho(\rho)$ ist an dieser Stelle also gegeben durch

$$\varrho(\rho) = \frac{dQ}{dV} = \frac{dQ}{A(\rho) \cdot d\rho} = \frac{-I_a \cdot dt}{A(\rho) \cdot d\rho} = \frac{-I_a}{A(\rho) \cdot v(U)} \quad (1.20)$$

wobei $v(U)$ die Radialgeschwindigkeit der Elektronen ist⁹. Diese Ladungsverteilung legt nach der Poisson'sche Gleichung den Spannungsgradienten $U(\rho)$ zwischen Kathode und Anode fest:

$$\Delta U(\rho) = \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U(\rho) = -\frac{\varrho(\rho)}{\varepsilon_0} \quad (1.21)$$

Nach Barkhausen können die Gleichungen (1.20) und (1.21) durch den Ansatz

$$U(\rho) = U_0 \cdot \left(\frac{\rho \cdot \beta^2}{\rho_A} \right)^{2/3} = \underbrace{(U_a - u)}_{\equiv U_0} \cdot \left(\frac{\rho \cdot \beta^2}{\rho_A} \right)^{2/3} \quad (1.22)$$

gelöst werden¹⁰ [Bar65]. Aus Symmetriegründen sind $\dot{\varphi} = 0$ und $\dot{z} = 0$, sodass aus

⁹ Das negative Vorzeichen kommt durch die technische Stromrichtung in $-\vec{e}_\rho$ -Richtung zustande.

¹⁰ $\beta^2 = f\left(\frac{\rho_A}{\rho_K}\right)$ ist eine (nicht analytisch lösbare) Korrekturfunktion, die gewährleistet, dass $U(\rho)$ die Randbedingung $U(\rho_K) = 0$ erfüllt. Eine numerische Berechnung ist bei [Lan23] zu finden.

(1.21) nach Einsetzen von (1.1b), (1.20) und (1.22a) die Raumladungsformel (Langmuir-Schottky'sches Gesetz) für zylindrische Elektroden-Anordnungen hervorgeht:

$$\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} U(\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} U(\rho) = \frac{I_a}{\varepsilon_0 \cdot 2\pi\rho \cdot \sqrt{\frac{2eU(\rho)}{m}}} \quad (1.23a)$$

$$\Rightarrow I_a = \underbrace{\frac{8}{9} \pi \cdot \varepsilon_0 \sqrt{2 \frac{e}{m}} \cdot \frac{l}{\rho_A \beta^2}}_{\equiv K} U_0 \sqrt{U_0} \quad (1.23b)$$

$$I_a = K \cdot U_0 \sqrt{U_0} = K \cdot (U_a - u) \sqrt{(U_a - u)}$$

Hierin ist u die *Kontaktspannung*, die bei kurzgeschlossenen Elektroden über dem Innenwiderstand der Röhre abfällt; sie entspricht gerade derjenigen Gegenspannung U_a , für die $I_a = 0$ wird. u wird aus einer beliebigen $I_a(U_a)$ -Kennlinie als Abszissen-Abschnitt bestimmt. Die *Perveanz-Konstante* K ist dann die Tangentensteigung $K \equiv dI_a/d(U_a - u)\sqrt{(U_a - u)}$ der $I_a(U_0\sqrt{U_0})$ -Funktion, woraus e/m bei gegebener Röhrengometrie nach (1.23b) resultiert:

$$\frac{e}{m} = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{8\pi} \cdot \frac{\rho_A \beta^2}{\varepsilon_0 \cdot l} \right)^2 \cdot \left(\frac{dI_a}{d(U_0\sqrt{U_0})} \right)^2 \quad (1.24)$$

Die Homogenität des elektrischen Feld ist bei diesem Messverfahren von existentieller Bedeutung, sodass für diesen Versuch unbedingt auf die in Kap. 1.1.3 beschriebene stabilisierte Vakuumdiode GND7 zurückgegriffen werden sollte.

1.2 Eignung der vorgestellten Messverfahren für den Unterricht in der Sekundarstufe II

In der Schule ist die Bestimmung der Spezifischen Ladung von Elektronen ein fakultativer Unterrichtsgegenstand des Inhaltsfelds „Ladungen und Felder“ im Kernlehrplan Physik für den Unterricht in der Sekundarstufe II. Sie bildet den Abschluss der empfohlenen Unterrichtseinheit „Auf der Spur des Elektrons“, die je nach Sequenzierung am Ende der Einführungsphase (EF/II) oder zu Beginn der Qualifikationsphase (Q1/I) verortet ist¹¹ [MSW99a]. Die Schüler sind bereits aus dem zuvor behandelten Sachbereich Mechanik mit der Kinematik der Kreisbewegung und dem Prinzip der

¹¹ Im aktuell gültigen Kernlehrplan [MSW99a] bleibt die mit dem G8 eingeführte Neuorganisation der gymnasialen Oberstufe (Einführungs- und Qualifikationsphase) unberücksichtigt; die Jahrgangsstufenbezeichnungen wurden daher angeglichen.

Energieerhaltung bzw. -umwandlung vertraut. Im Inhaltsfeld „Ladungen und Felder“ wurden bereits die Strukturen von Feldern einschließlich der Definitionen von elektrischer Feldstärke \vec{E} und magnetischer Flussdichte \vec{B} erarbeitet. Die Schüler kennen die Kraftwirkung der Felder (elektrische Feldkraft und Lorentz-Kraft) auf (bewegte) Ladungsträger; sie können zweidimensionale Bahnkurven im Feld durch einfache Bewegungsgleichungen in kartesischen Koordinaten berechnen und dreidimensionale Bewegungen mindestens qualitativ beschreiben [MSW99b].

Die e/m -Bestimmungen nach Kreis- oder Spiralbahnmethode bietet im regulären Physikunterricht das größte Potential: Die zugehörigen Experimente erfordern die Anwendung und den Transfer vieler bereits erlernter Grundlagen aus der Elektrizitätslehre in einem einzigen Problem (AFB I-III); darüberhinaus sind sie mit den vorhandenen mathematischen Kompetenzen der Schüler vollständig fassbar und dadurch ideal zur Ergebnissicherung bzw. Wiederholung des Inhaltsfelds „Ladungen und Felder“ geeignet. Am anschaulichsten ist unbestritten die Verwendung des klassischen Fadenstrahlrohrs, sodass das Experiment sowohl im Grundkurs-, als auch im Leistungskursbereich eingesetzt werden kann. Der Aufbau ist wegen der teuren Röhre¹² an Schulen in der Regel nur einfach vorhanden, sodass es schwer möglich ist, alle Schüler aktiv in die Durchführung des Experiments einzubeziehen. So kommt dem Versuch in der Praxis die Rolle eines Demonstrationsexperiments zu; die Schwerpunkte liegen in der Erarbeitung der Grundlagen, der gemeinsamen Planung des Experiments und der Sensibilisierung der Schüler für den Stellenwert des Experiments im Prozess des naturwissenschaftlichen Erkenntnisgewinns. Die Spiralbahnmethode baut auf der Theorie der Kreisbahnmethode auf und ist zur thematischen Vertiefung der Elektrodynamik im Leistungskursbereich geeignet. Auch hier steht meist nur ein Aufbau zur Verfügung, sodass nicht alle Schüler an der Durchführung beteiligt werden können¹³. Im Grundkurs sollte die Spiralbahnmethode nicht behandelt werden, da sie keine neuen Erkenntnisse über die Natur des Elektrons liefert und gegenüber der Kreisbahnmethode deutlich mehr Abstraktion erfordert („unsichtbare“ Elektronenbahn, Dreidimensionalität, Modulation des Ablenkungswinkels).

¹² Der Bezugspreis für ein Fadenstrahlrohr einschließlich Halterung und Helmholtzspulen beträgt bei dem Lehrmittelfirma „Leybold Didactic“ z. Zt. 1982,54 € [Ley13]. Andere Hersteller bieten vergleichbare Konditionen.

¹³ Zusätzlich erfordert die Spiralbahn-Methode eine (relativ) hohe Beschleunigungsspannung von einigen kV. Ist die notwendige Spannungsquelle nicht im Gerät integriert oder die Spannung nicht über einen eingebaute Spannungsteiler messbar, sollte der Versuch aus Sicherheitsgründen generell nicht als Schülerexperiment eingesetzt werden.

Das Magnetron-Verfahren und die e/m -Bestimmung am Raumladungsgesetz der Röhrendiode setzen ein tieferes mathematisches Verständnis, insbesondere die Kenntnis der Zylinderkoordinaten und das Konzept der partiellen Ableitungen voraus. Diese „Werkzeuge“ sind keine obligatorischen Inhalte der Sekundarstufe II, sodass entsprechende Versuche im Unterricht nicht eingesetzt werden können. Im Rahmen einer Facharbeit oder besonderen Lernleistung ist die Bearbeitung beider Methoden durch thematisch interessierten bzw. begabten Schüler möglich¹⁴.

Für schulische Zwecke ist im Hintergrund dieses Bedingungsfelds eine (kostengünstige) Fadenstrahlrohr-Alternative besonders wünschenswert, da sie sich für alle Lerngruppen eignet und universell einsetzen lässt. Auch bei knappem Etat ist dann die Anschaffung mehrerer Einzelaufbauten möglich und die Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung kann in Form einer experimentellen Praktikumsphase (in Kleingruppen) geschehen. Diese projekt- und problemorientierte Unterrichtsmethode bietet gegenüber der e/m -Bestimmung im Demonstrationsversuch den Vorteil, dass *alle* Schüler den Prozess des Erkenntnisgewinns *selbst* durchlaufen und sich durch ihre Eigentätigkeit mit den naturwissenschaftlichen Forschungsmethoden identifizieren. Die Schüler werden dabei nicht nur in ihren experimentellen, „praktischen“ Fertigkeiten gefördert, sondern entwickeln durch die aktive Auseinandersetzung mit Theorie und Versuchsanordnung ein hohes Maß an Reflexionsvermögen (Bewertung der Ergebnisse, Probleme bei der Durchführung, Messunsicherheiten u. dgl.) (vgl. hierzu KLP Physik [MSW99a]).

Diese Überlegungen lassen es gerechtfertigt erscheinen, sich im Folgenden auf die Entwicklung eines e/m -Aufbaus mit „Magischen Augen“ (Abstimmanzeige-Röhren mit kegelförmiger Leuchtanode) (vgl. Kap. 1.1.1) zu beschränken. Hierfür wird an dieser Stelle zunächst die Funktionsweise dieser Röhren näher besprochen und ein Überblick über bereits vorliegende Anleitungen gegeben.

¹⁴ Selbst für Studenten in den ersten Semestern bietet die Ableitung des Raumladungsgesetzes eine erkenntnisreiche Anwendung des Poisson'schen Gesetzes, zumal die Stromleitung in Elektronenröhren im Grundlagenstudium nur qualitativ besprochen wird. Auch in physikalischen Anfängerpraktika wird die Raumladung selten untersucht (eine Ausnahme bildet die Universität Göttingen [Sch08]).

2 Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit „Magischen Augen“

2.1 Aufbau und Funktionsweise des „Magischen Auges“

Abstimmanzeigeröhren (vgl. Abb. 2.1) dienen in älteren Radiogeräten als optische Abstimmhilfe bei der Wahl eines Senders. Herzstück der bis auf Hochvakuum evakuierten Abstimmanzeige ist ein leitfähiger, kegelförmiger Fluoreszenzschirm –die sog. *Leuchtanode*– der durch Elektronenbeschuss zum Leuchten angeregt wird¹⁵
(Ka



Abb. 2.1: Verschiedene Abstimmanzeigeröhren mit kegelförmiger Leuchtanode („Magische Augen“)

Als Elektronenquelle dient eine indirekt geheizte *Glühkathode*, die in Form eines zylindrischen, bariumpoxidbeschichteten Nickelröhrchens durch die Längsachse der Leuchtanode verläuft (vgl. Abb. 2.2). Im Inneren des Röhrchens befindet sich der bifilar gewickelte Heizdraht aus Wolfram (*Filament*), durch den die Kathode auf einer Betriebstemperatur $T_K \approx 1000\text{K}$ gehalten wird. Wegen des Glühelektrischen Effekts kommt es zur Elektronenemission an der Kathode.

2.1.1 Erzeugung freier Elektronen an der Glühkathode

Die Elektronenemission ist darauf zurückzuführen, dass wegen der statistischen Energieverteilung $f(E)$ immer einige Elektronen genügend (kinetische) Energie be-

¹⁵ Der Fluoreszenzschirm besteht aus Aluminium, das mit einem Gemisch aus manganaktiviertem Zinksilikat und Zinkoxid, dem sog. Normleuchtstoff P1 („ α -Willemit“) bestrichen ist [Esp61]. Durch Elektronenbeschuss können Valenz-Elektronen des Zinksilikats um den Energiebetrag $\Delta\epsilon$ in das Leitungsband angehoben werden. Das entstandene „Loch“ wird zunächst durch ein Aktivator-Elektron des Mangans aufgefüllt, die Differenzenergie $\Delta\epsilon_1$ thermisch als Gitterschwingung abgegeben. Schließlich geht das „überschüssige“ Leitungselektron des Zinksilikats wieder an den Aktivator über, wobei die Differenzenergie $\Delta\epsilon_2 = \Delta\epsilon - \Delta\epsilon_1$ als Photon ausgesandt wird (vgl. [Len13]). Für α -Willemit ist $\Delta\epsilon_2 = 2.4\text{eV}$, womit der Leuchtschirm mit $\lambda = 523\text{nm}$ grün fluoresziert.

sitzen, um durch die Potentialbarriere der Kathodenwand ΔE hindurch zu diffundieren. Zusätzlich zur kinetischen Energie besitzen die Elektronen die quantenmechanisch begründete Nullpunktsenergie¹⁶ („Fermi-Energie“) E_F , und müssen beim Herausdiffundieren nur die etwas geringere Austrittsarbeit $W_A = \Delta E - E_F$ aufbringen. $f(E)$ entspricht der Fermi-Dirak-Statistik

$$f(E) = \frac{dn(E)}{dN(E)} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) + 1} \quad (2.1)$$

wobei $n(E)$ die Anzahl der elektronenbesetzten Quantenzustände mit der Energie E und $N(E)$ die Gesamtzahl der möglichen Quantenzustände für diese Energie ist (k_B : Boltzmann-Konstante). Mit

$$dN(E) = \frac{4\pi V (2m_e)^{3/2} \cdot \sqrt{E}}{h^3} dE \quad (2.2)$$

[Moe61] und

$$E = \frac{\vec{p}^2}{2m_e} = \frac{|\vec{p}|^2}{2m_e} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m_e} \quad (2.3)$$

folgt aus (2.1) ein Ausdruck für die absolute, energieabhängige Elektronenbesetzung:

$$dn(E) = \frac{4\pi V (2m_e)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{\sqrt{E}}{\exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) + 1} dE \quad (2.4a)$$

$$= \frac{2V}{h^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) + 1} dp_x dp_y dp_z \quad (2.4b)$$

Die Integration liefert unter Berücksichtigung, dass nur Elektronen mit Impulskomponenten in Radialrichtung aus der Kathode austreten können, eine von Kathodentemperatur T und Austrittsarbeit W_A abhängige Elektronenflächenstromdichte [Moe61]:

$$\eta_{\text{diff}}(E > W_A) \approx \frac{4\pi m_e (k_B T)^2}{h^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{W_A}{k_B T}\right)} \quad (2.5)$$

Insgesamt beträgt der Anteil der austretenden Elektronen

$$w_{\text{diff}}(E \geq W_A) \equiv \frac{\eta_{\text{diff}}(E \geq W_A)}{\eta_0(E \geq 0)} = \frac{\exp\left(\frac{0}{k_B T}\right)}{\exp\left(\frac{W_A}{k_B T}\right)} = \exp\left(-\frac{W_A}{k_B T}\right). \quad (2.6)$$

Für Bariumoxid ist $W_A = 1.1\text{eV}$ [Bar65], sodass bei der charakteristischen Glühtemperatur $T_K \approx 1000\text{K}$ nur etwa eines von 350 000 Elektronen genügend Energie besitzt,

¹⁶ Aus dem Pauli-Prinzip folgt, dass keine Energie-Entartung vorliegt. Am absoluten Nullpunkt können also maximal zwei Elektronen ($\uparrow\downarrow$) den Energiewert null annehmen. Demnach müssen alle anderen Elektronen höhere Energien aufweisen (vgl. [Str08]).

um die Kathode in der Abstimmanzeigeröhre zu verlassen ($w_{\text{diff}} \approx 2.9 \cdot 10^{-6}$).

2.1.2 Trioden-System und Leuchtschirm-System

Das Leuchtbild des Magischen Auges wird durch *Steuerstege* beeinflusst. Diese Steuerstege sind mit den *Anoden* der eingebauten *Trioden-Systeme* verbunden und werden über das *Steurgitter* angesteuert (vgl. Abb. 2.2).

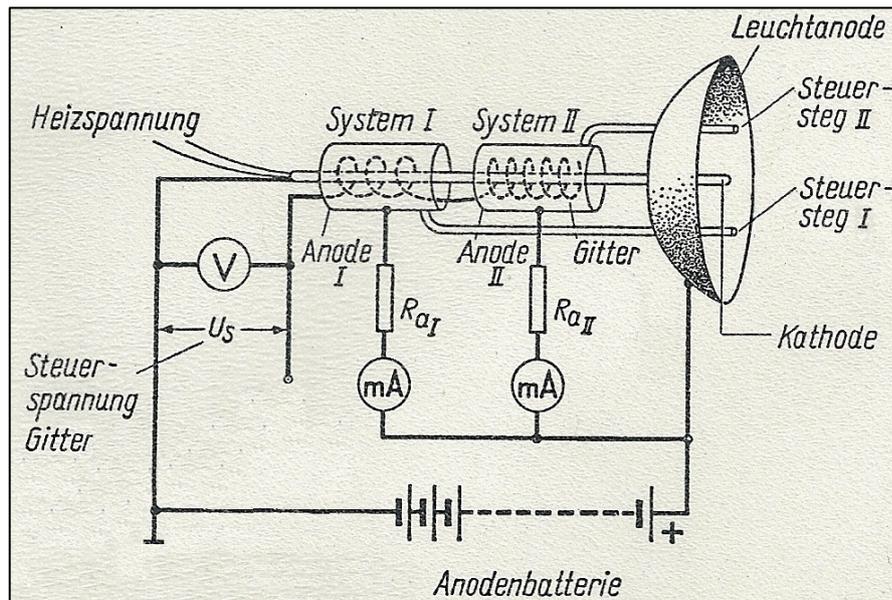


Abb. 2.2: Prinzip-Schaltbild der Abstimmanzeigeröhre, hier eines Zweibereichanzeigers mit zwei Trioden-Systemen (z. B. vom Typ EM34). Ergänzt nach [Bes66].

Im Ruhezustand liegt am Steurgitter eine schwach-negative Steuerspannung U_S an, die bewirkt, dass die Trioden sperren und keine Anodenströme fließen. Demzufolge fällt an den (hochohmigen) *Anodenwiderständen* $R_{a_{I/II}}$ keine Spannung ab und Anoden bzw. Steuerstege liegen auf Leuchtanodenpotential. Das elektrische Feld zwischen Kathode und Leuchtanode wird kaum verzerrt, sodass die Elektronen den Leuchtschirm überall treffen und voll „ausleuchten“ (abgesehen von den Schatten der Steuerstege selbst) (vgl. Abb. 2.3a). Liegt am Steurgitter ein positives Potential oder Nullpotential, fließen durchgriffsabhängige Anodenströme. Da die Anodenwiderstände viel größer sind, als die Innenwiderstände der Trioden, fällt fast die gesamte Anodenspannung an $R_{a_{I/II}}$ ab, sodass Anoden und Steuerstege auf Kathodenpotential liegen. Zwischen der Kathode und den Steuerstegen besteht dann kein Spannungsgradient mehr und in den hinter den Steuerstegen liegenden Leuchtschirmbereich werden keine Elektronen mehr beschleunigt (Abschirmung des Leuchtanodenpotentials). Der Leuchtschirm zeigt ein regelmäßiges Muster aus scharf begrenzten be-

leuchteten Sektoren und unbeleuchtete Sektoren, den sog. *Schattenwinkeln*¹⁷. Je nach Röhrentyp stellt sich eines der in Abb. 2.3 dargestellten Leuchtbilder ein.

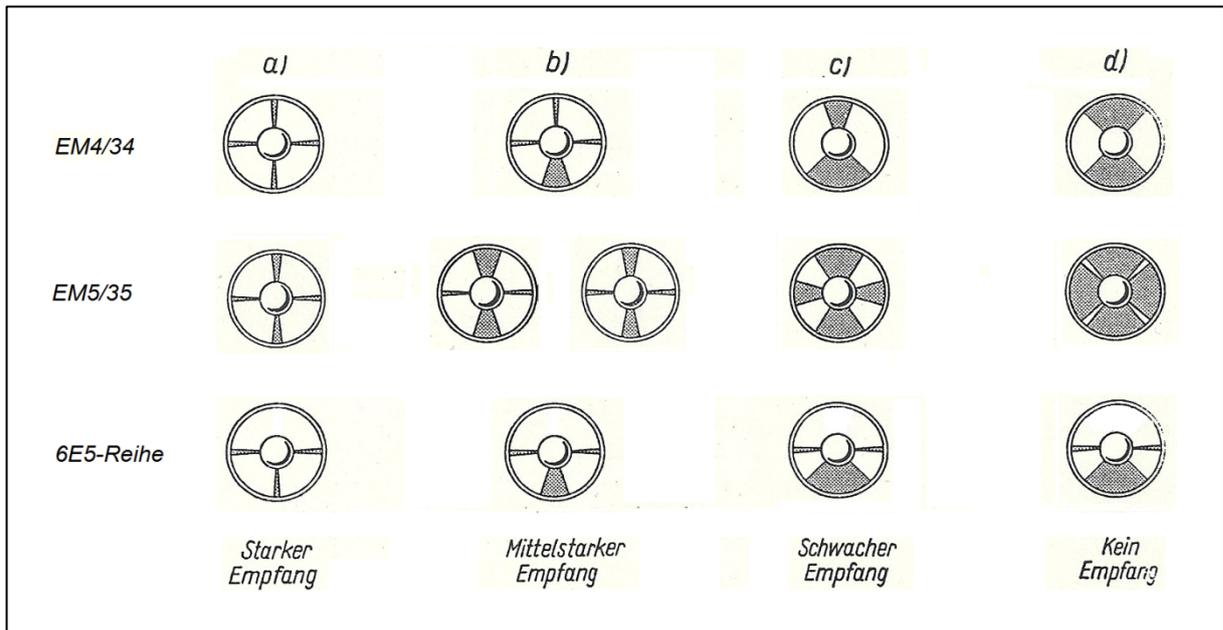


Abb. 2.3: Leuchtbilder verbreiteter Abstimmanzeigeröhren: a) voll ausgesteuert (negative Steuerspannung), b) und c) wenig ausgesteuert (schwach negative Steuerspannung), d) unausgesteuert (positive Steuerspannung oder Nullpotential). Weiß: beleuchteter Sektor, grau: unbeleuchteter Sektor. Im Röhrenradio wird die Steuerspannung üblicherweise aus dem NF-Vorverstärker (z. B. Röhre EABC80) ausgekoppelt. Ergänzt nach [Bes66]. Vgl. hierzu Fotoaufnahmen in Abb. A.2a/b.

Bei der e/m -Bestimmung mit dem Magischen Auge wird die Krümmung einer der Schattenwinkelgrenzen beobachtet (Abb. 2.6). Den erforderlichen Kontrast bieten nur die unausgesteuerten Zustände der EM4/34 (Abb. 2.4a) und 6E5 (Abb. 2.4b).

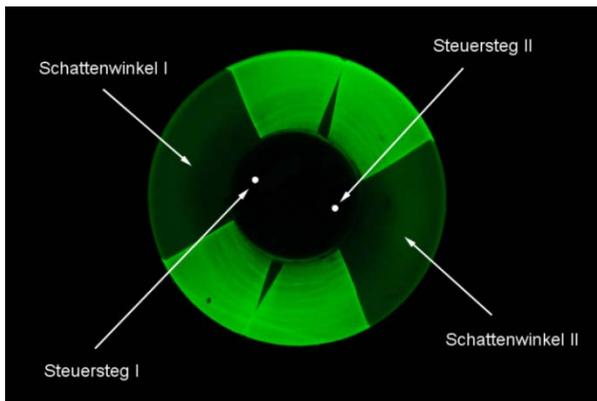


Abb. 2.4a: unausgesteuertes Leuchtbild des Zweibereichsanzeigers „EM34“ bei $U_S = 0V$.

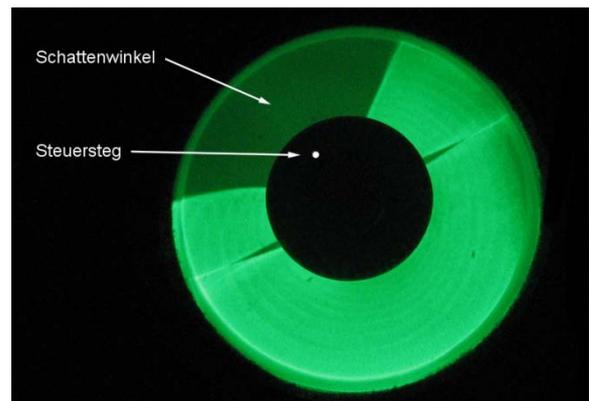


Abb. 2.4b: unausgesteuertes Leuchtbild des Einbereichsanzeigers „OSW3110“ (6E5-Reihe) bei $U_S = 0V$.

¹⁷ Das Steuergitter ist in den einzelnen Trioden unterschiedlich dicht gewickelt. So reagieren die Potentiale der Steuerstege verschieden empfindlich auf Änderungen der Steuerspannung. Man erhält so Sektoren für die „Grob- und Feinabstimmung“ (vgl. Abb. 2.3c und Abb. A.2a/b).

2.2 Frühere e/m -Aufbauten mit „Magischen Augen“

Die Idee, ein „Magisches Auge“ zur (qualitativen) Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung zu verwenden geht auf das „Physical Science Study Committee“ (PSSC), einen amerikanischen Lehrmittelhersteller zurück. PSSC stellte 1966 eine einfache und kostengünstige Versuchsanordnung vor, die lediglich aus der Abstimm-anzeige „6E5“, einer Röhrenfassung mit Gehäuse (#90.0491, Abb. A.3), sowie einer Zylinderspule (#90.0490) bestand [PSSC66]. Abb. 2.5 zeigt schematisch den zugehörigen Versuchsaufbau: Die Zylinderspule wird zunächst so über das Magische Auge gestellt, dass die Spulenachse mit der Längsachse des Leuchtschirms zusammenfällt. Bei Bestromung der Spule zwingt die Lorentz-Kraft die durch Leuchtschirmspannung U_L in Richtung der Leuchtanode beschleunigten Elektronen auf den bereits in Kap. 1.1 beschriebenen Elektronenzylinder. In der Aufsicht (Projektion) ist eine Kreisbahn sichtbar (Abb. 2.6), dessen Krümmung durch die *Visiermethode* bestimmt wird. Dies geschieht, indem eine Münze oder Holzscheibe so zwischen Auge und Leuchtschirm gehalten wird, dass der Krümmungsradius der Münze gerade dem des Elektronenzylinders entspricht. Gemäß Strahlensatz gilt dann (vgl. [PSSC66]):

$$r = r_{\text{Münze}} \cdot \frac{S_{\text{Auge - Leuchtschirm}}}{S_{\text{Auge - Münze}}} \quad (2.7)$$

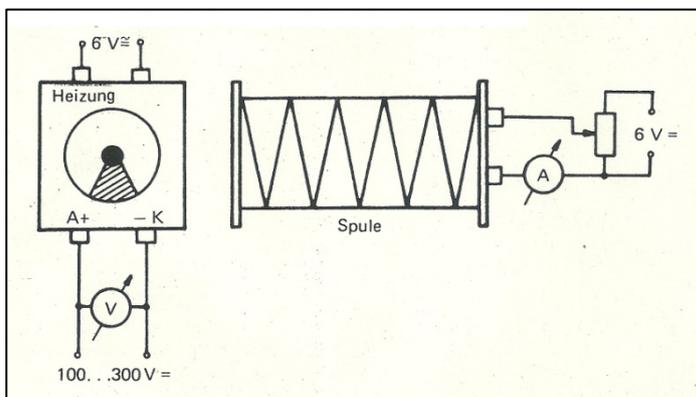


Abb. 2.5: 6E5 mit Fassung und Gehäuse (links, #90.0491); Zylinderspule, liegend gezeichnet (rechts, #90.0490). [PSSC66]

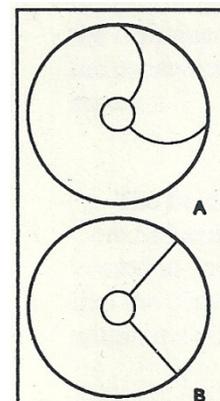


Abb. 2.6: (A) im Magnetfeld gekrümmter Schattenwinkel der 6E5. (B) Normales, unausgesteuertes Leuchtbild. [Sci99]

Die magnetische Flussdichte $B(I)$ im Spuleninneren wird bei gegebener Spulenkonstante κ aus der Spulenformel für eine lange, einlagige Zylinderspule berechnet:

$$B = \underbrace{\mu_0 \cdot \frac{N}{L}}_{=\kappa} \cdot I \quad (2.8)$$

(μ_0 : Permeabilitätskonstante, L : Spulenlänge, N : Windungszahl).

Mit (1.8) ist die Spezifische Elektronenladung

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_L}{r^2 \cdot B^2} = \frac{2U_L}{(\kappa \cdot I_{Sp})^2} \cdot \left(\frac{S_{\text{Auge - Münze}}}{r_{\text{Münze}} \cdot S_{\text{Auge - Leuchtschirm}}} \right)^2. \quad (2.9)$$

Anderen Lehrmittelhersteller (z. B. „The Science Source“, GRS Lehrgeräte) übernahmen den PSSC'schen Versuchsaufbau baugleich. Seit dem Verbrauch aller großen Lagerbestände an Magischen Augen im Jahr 1999 ruht die kommerzielle Produktion weiterer Apparate.

Da die Versuchskonzeption niemals technisch optimiert oder den veränderten Rahmenbedingungen an den Schulen (Lernziele, Zeitkontingent, Ausstattung bzw. technische Möglichkeiten) angepasst wurde, sind die angebotenen Apparate inzwischen für den Einsatz im Unterricht uninteressant geworden (geringe Genauigkeit bei hohem Zeitaufwand) [Bro06]. Einschlägige Aufbauten mit Abstimmanzeigen sind daher (fast) immer Weiterentwicklungen der ursprünglichen Versuchsanordnung. Folgende beiden Modifikationen sind etabliert:

1. Das Leuchtbild wird fotografiert und EDV-gestützt verarbeitet, um die Unsicherheiten des ungenauen Visierens zu überwinden und den Krümmungsradius r des Elektronen-Zylinders möglichst präzise zu vermessen.
2. Zur Bestimmung der magnetische Flussdichte B in der Zylinderspule wird ein Magnetfeldsensor eingesetzt.

Zur Radiusberechnung liegen zwei Ansätze vor. Der erste, auf J. Brown zurückgehende Ansatz sieht vor, die Koordinaten \vec{X}_1, \vec{X}_2 der Endpunkte eines Elektronenzylinder-Durchmessers mit einem Zeichenprogramm (z. B. „Microsoft Paint“) zu ermitteln und hieraus den Krümmungsradius analytisch nach

$$\rho = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (2.10)$$

zu berechnen [Bro06]. Im zweiten Ansatz werden zunächst drei Punkte auf dem gekrümmten Schattenwinkel markiert. Geometrisch lässt sich daraus zuerst der Krümmungsmittelpunkt und damit der Radius nach der Drei-Punkte-Methode ermitteln (entweder mit einem Geometrieprogramm oder „von Hand“ auf einer ausgedruckten Fotografie) [Phy13].

Trotz dieser Verbesserungen gilt die e/m -Bestimmung mit dem Magischen Auge immer noch als qualitatives Verfahren, das eine maximal 20%-ige Annäherung an die spezifische Elektronenladung ermöglichen soll. Die Abweichung wird der Tatsache

zugeschrieben, dass die Elektronen während ihres Wegs zur Leuchtanode fortwährend beschleunigt werden, das magnetische Feld also nicht mit einer definierten Geschwindigkeit durchqueren.

2.3 Besonderheiten des Verfahrens

2.3.1 Modellierung des (beschleunigenden) elektrischen Felds im Magischen Auge

EM34

Um die genauen Elektronentrajektorien –und damit die Unsicherheit durch das beschleunigende elektrische Feld– abschätzen zu können, ist die Kenntnis des Spannungsgradienten zwischen Kathode und Leuchtanode notwendig. Leider ergibt die Poisson'sche Gleichung (1.21) für eine kegelförmige Geometrie keine analytische Lösung, sodass die Feldberechnung numerisch erfolgen muss. Hierfür wird auf das Ionentrajektorien-Simulationsprogramm „Simion 3D (Ver. 7.00)“ [Bec00] zurückgegriffen. Simion führt numerische Feldberechnungen für beliebige, dreidimensionale Elektrodenkonfigurationen durch und liefert räumliche Darstellungen der Ionentrajektorien bzw. Äquipotentialflächen; Ladungsträgerzahl, Ladungsträgerbeweglichkeit und Konvergenzniveau sind wählbar¹⁸.

Die Geometrie im Leuchtschirmsystem des verwendeten Magischen Auges muss zunächst nachgemessen werden, da die Elektrodenbemaßungen aus patentrechtlichen Gründen nicht in den Datenblättern der Röhren-Hersteller angegeben waren und auch heute noch nicht öffentlich zugänglich sind. Für das in Kap. 3 entwickelte Experiment wurden daher zwei baugleiche Magische Augen des Typs EM34 (Valvo) beschafft, ein Intaktes und ein Unbrauchbares mit abgenutzter Leuchtschicht. Das Unbrauchbare wurde geöffnet¹⁹ und vermessen (vgl. Abb. 2.7), das Intakte in den Versuchsaufbau eingesetzt. Wie die Abbildung zeigt, ist die Kathode von einem (leitfähigen) *Bremsgitter* umgeben und oben mit einer (nichtleitenden) Abdeckkappe versehen. Das Gitter ist leitend mit der Kathode verbunden und sorgt mit seinen Durchgriff dafür, dass die Stromdichte im Leuchtschirmsystem so klein bleibt, dass die Leuchtschicht keine thermischen Schäden erleidet.

¹⁸ Das Programm unterteilt einen zuvor definierten Raumbereich in Potentialpixel. Jedem Pixel kann ein festes Potential zugewiesen werden, sodass eine beliebige Elektrodenkonfiguration entsteht. Die Potentiale aller nicht zugewiesenen Pixel werden durch das Programm (numerisch) berechnet.

¹⁹ Das Magische Auge lässt sich ohne Beschädigung folgendermaßen öffnen: Röhre oberhalb des Sockels mehrmals fest mit einem Baumwollfaden umwickeln, dann den Faden mit Benzin tränken und anzünden; ggf. wiederholen. Der Glaskolben bricht entlang der Wickelstelle ohne zu implodieren. Sicherheitshinweis: Da die Kolben alle Abstimmanzeigen zur Getterung mit dem toxischen Schwermetall Barium bedampft sind („*Getterspiegel*“), ist die Röhre ausschließlich unter einem Abzug zu öffnen!

Für die Simulation können Kathode und Bremsgitter zu einer einzigen Ersatzkathode mit dem Radius des Gitters $\rho_G = 1\text{mm}$ zusammengefasst werden. Kathode und Steuerstege liegen definitionsgemäß auf dem Nullpotential $\varphi_K \equiv 0\text{V}$. Das Leuchtschirmpotential φ_L entspricht somit gerade der Leuchtanodenspannung, die zu $U_L = 250\text{V}$ (vgl. Kap. 4.1.2) gewählt wurde. Die Ladungsträgeranzahl ist mit $n = 500$ wegen der geringen Stromdichte (keine Raumladungseffekte) so gering wie möglich angesetzt, der Ladungsträgerbeweglichkeits-Parameter für Elektronen gemäß Herstellerangaben $\sigma = 0.9$ [Bec00].

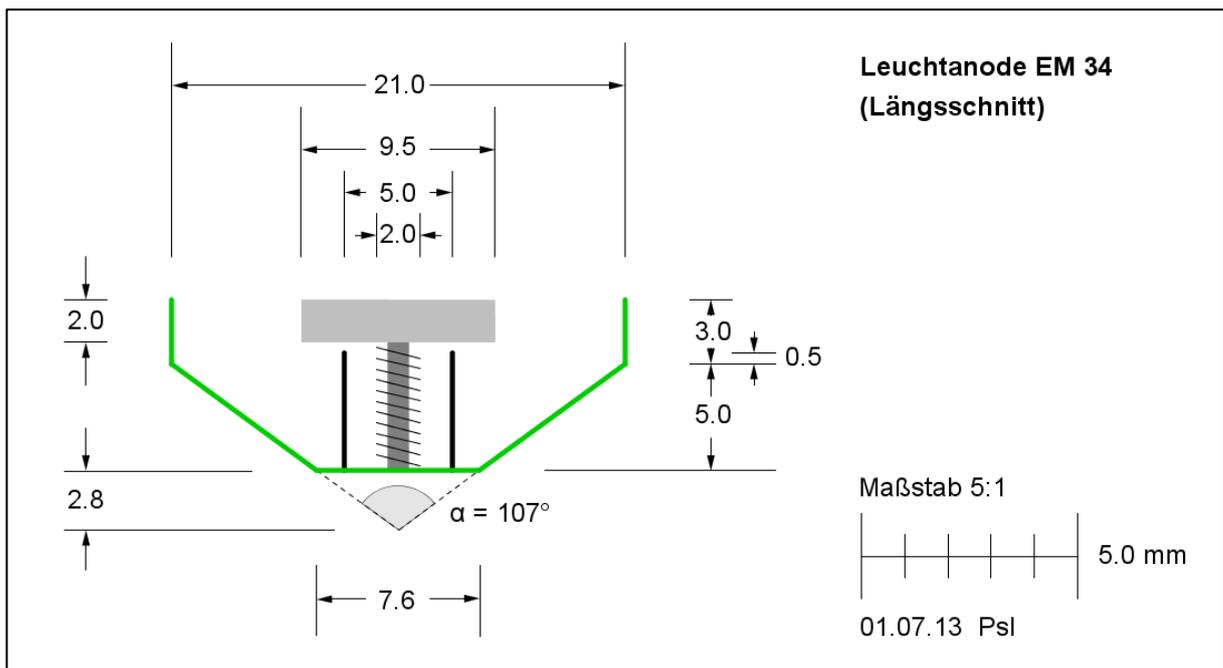


Abb. 2.7: Geometrie des Leuchtschirmsystems einer Valvo-EM34 (maßstabsgetreu).

Legende: grün: beschichtete Leuchtanode, grau: Abdeckkappe (isoliert), schwarz: Steuerstege.

In den nachfolgenden Abbildungen ist die unter diesen Randbedingungen mit „Si-mion 3D“ berechnete Feldstruktur veranschaulicht: Abb. 2.8 zeigt die dreidimensionale Ansicht des Leuchtschirmsystems mit eingezeichneter 175V-Äquipotentialfläche (blau), 215V-Äquipotentialfläche (grün) und 225V-Äquipotentialfläche (schwarz). Abb. 2.9 zeigt den Längsschnitt, Abb. 2.10 den Querschnitt (Aufsicht) mit denselben Äquipotentialen. Auf die notwendige Programmierung des Simulationsprogramms kann an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden; für einen genaueren Überblick sei auf Kap. A.2 (Anhang) verwiesen.

Wie den Abbildungen zu entnehmen ist, findet der größte Spannungsabfall in unmittelbarer Kathodennähe statt; in diesem Bereich liegen die Äquipotentialflächen in guter Näherung parallel zur Kegelachse. Erst ab einem Potential $\varphi > 150\text{V}$ (die Elektronen beschleunigen hier bereits mit $\sqrt{150\text{V}}/\sqrt{250\text{V}} \approx 77.5\%$ ihrer maximalen ki-

netischen Energie in Radialrichtung) beginnt sich das elektrische Feld in Axialrichtung zu krümmen. Die Elektronen folgen dieser Feldkrümmung entlang der elektrischen Feldlinien, daher wird die im Krümmungsbereich gewonnene Feldenergie nur teilweise zur weiteren Radialbeschleunigung genutzt. Bei einer maximalen Bahnneigung von $\theta_{\max} \approx 14.0^\circ$ (vgl. Abb. 2.11) wird immer noch $\cos\langle\theta_{\max}\rangle \approx 97.0\%$ der verbliebenen Feldenergie zur radialen „Nachbeschleunigung“ aufgewandt, sodass die axiale Geschwindigkeitskomponente der Elektronen insgesamt nicht mehr als $v_{\text{axial}}/v_0 \equiv \Delta v_0 \approx 0.7\%$ beträgt.

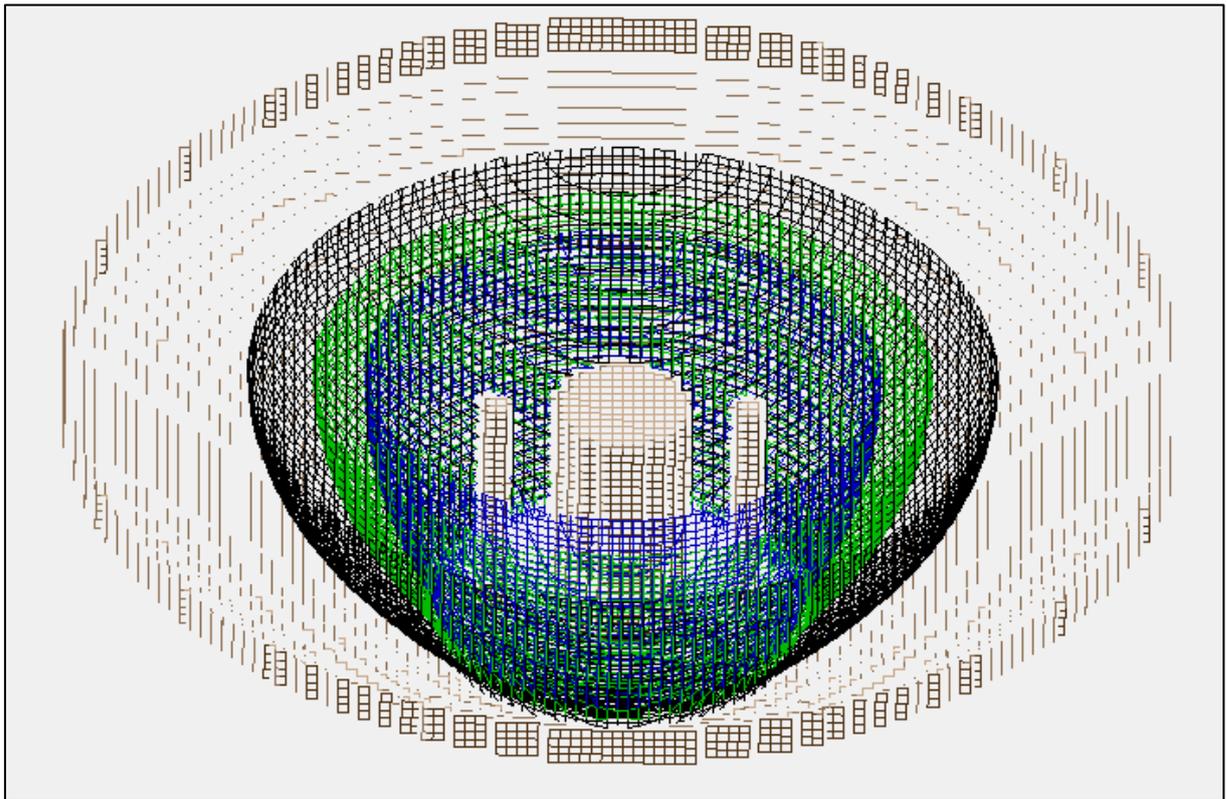


Abb. 2.8: Feldstruktur im Leuchtschirmsystem der Valvo-EM34, visualisiert durch eingezeichnete Äquipotentialflächen (3D-Simulation mit „Simion“ [Bec00]). **Legende:** blau: 175V-Äquipotentialfläche, grün: 215V-Äquipotentialfläche, schwarz: 225V-Äquipotentialfläche.

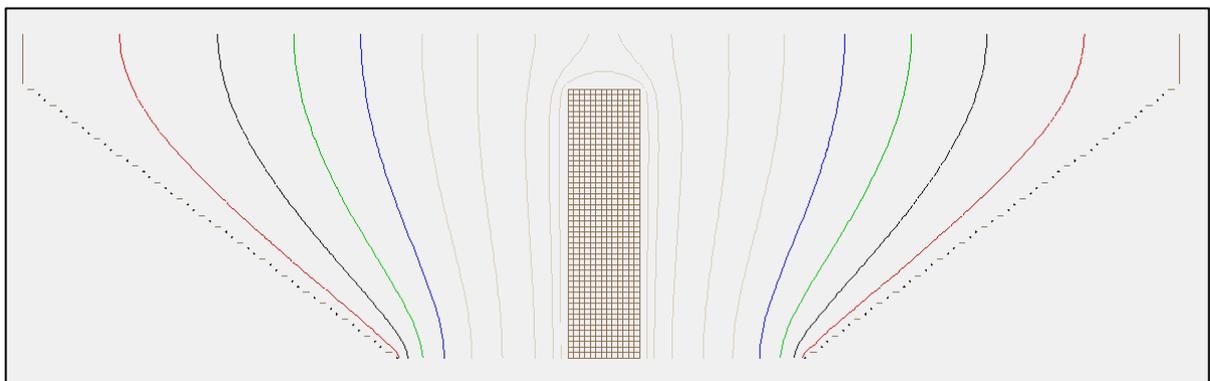


Abb. 2.9: Feldstruktur im Leuchtschirmsystem der Valvo-EM34, visualisiert durch eingezeichnete Äquipotentialflächen (Längsschnitt mit „Simion“ [Bec00]). **Legende:** blau: 175V-Äquipotentialfläche, grün: 215V-Äquipotentialfläche, schwarz: 225V-Äquipotentialfläche, rot: 248V.

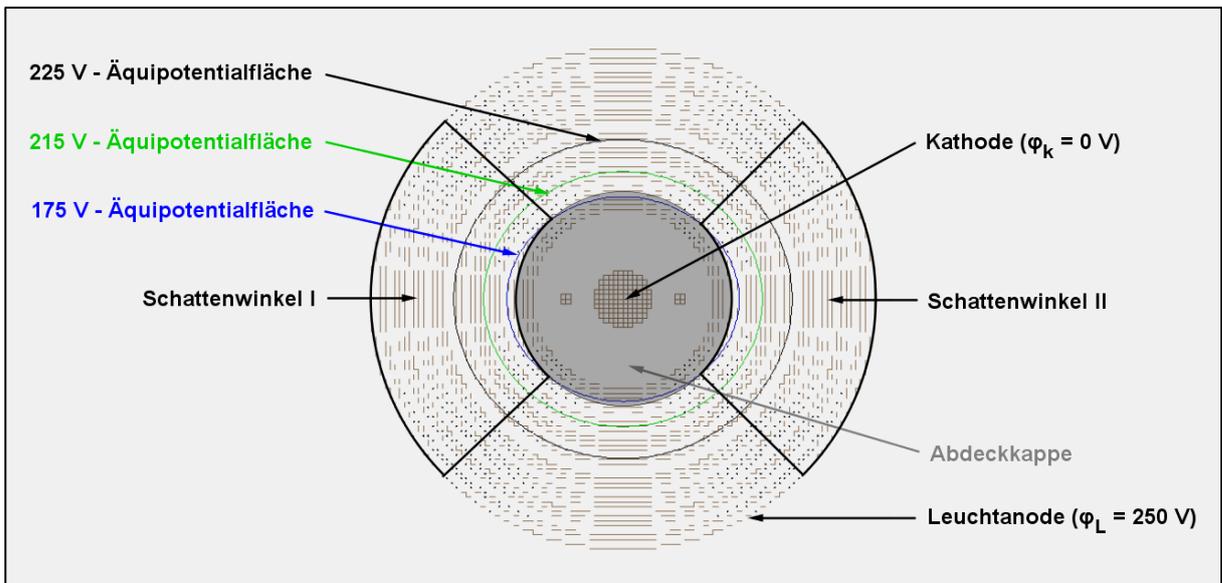


Abb. 2.10: Feldstruktur im Leuchtschirmsystem der Valvo-EM34, visualisiert durch eingezeichnete Äquipotentialflächen (Querschnitt mit „Simion“ [Bec00]). **Legende:** blau: 175V-Äquipotentialfläche, grün: 215V-Äquipotentialfläche, schwarz: 225V-Äquipotentialfläche, grau: Abdeckkappe über der Kathode („Pupille“).

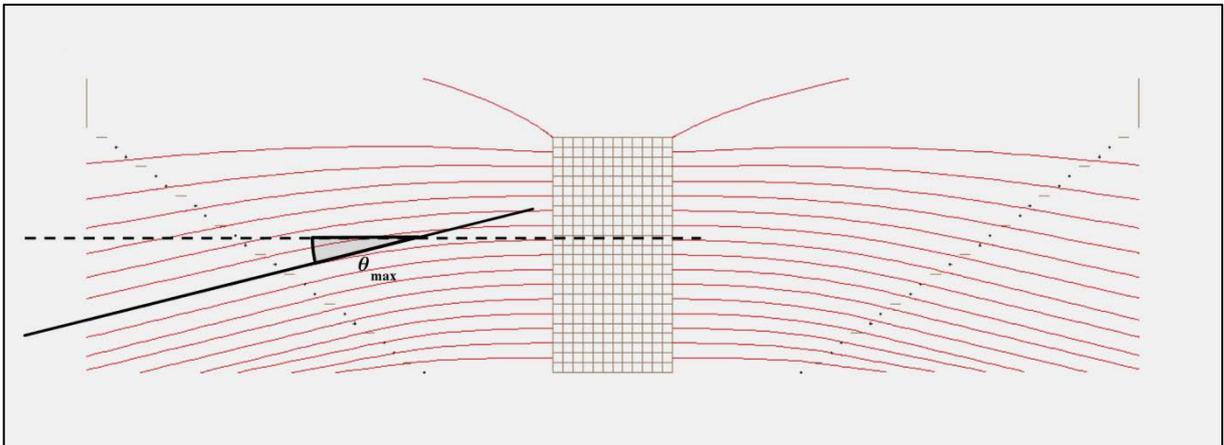


Abb. 2.11: Trajektorien der Elektronen (rot). Schwarz eingezeichnet: maximale Bahnneigung

Durch die Nachbeschleunigung ist die Radialgeschwindigkeit im sichtbaren Raumbe-
reich nicht ganz konstant: Wie Abb. 2.10 zu entnehmen ist, durchlaufen die Elektro-
nen auf den Schattenwinkel-Grenzen bis zum Hervortreten aus dem von der Ab-
deckkappe verdeckten Bereich eine Spannung zwischen 175V und 215V, besitzen
also im Mittel mit $\sqrt{(215V - 175V)/2 + 175V}/\sqrt{250V} \approx 88.3\%$ noch nicht die endli-
chen Radialgeschwindigkeit von $v_{\text{radial}}/v_0 = 1 - \Delta v_0 = 99.3\%$ der Maximalgeschwin-
digkeit v_0 nach (1.1b). Im homogenen Magnetfeld weisen die Schattenwinkel bzw.
Elektronenzylinder wegen des Nachbeschleunigungseffekts daher keine einheitliche
Krümmung ρ auf. In erster Näherung kann für Berechnung der Spezifischen Elektro-
nenladung nach (1.8) mit der mittleren Elektronengeschwindigkeit

$$\langle v \rangle = \underbrace{[(99.3\% - 88.3\%)/2 + 88.3\%]}_{\equiv \Gamma} \cdot v_0 \quad (2.11)$$

gerechnet werden. Bei bekannter Leuchtanodenspannung $U_L \equiv U_a$ fällt schließlich nur der Korrekturfaktor Γ an:

$$\frac{e^*}{m} = \Gamma \cdot \sqrt{\frac{2U_L}{\rho^2 \cdot B^2}} = \Gamma \cdot \frac{e}{m} \approx 0.938 \cdot \frac{e}{m} \quad . \quad (2.12)$$

In der axialen Projektion (Aufsicht) verschwindet die verfälschende axiale Geschwindigkeitskomponente und bewirkt lediglich, dass bei Anwesenheit eines axialen Magnetfelds der maximal sichtbare, imaginäre Kreisbogen größer als ein Viertelkreis werden kann (vgl. Abb. 1.3). Nach obigen Betrachtungen sollte die e/m -Bestimmung mit dem Magischen Auge ohne Korrektur Werte liefern, die bis auf +6.2% an den Literaturwert heranreichen. Diese Genauigkeit wird bei Mehrfachmessung unter Berücksichtigung aller Messunsicherheiten mit keinem der bereits vorliegenden Aufbauten erreicht (+61.4% [Sci99], +20.0% [PSSC66], +44.0% und -19.0% [Bro06]). Dies legt nahe, dass die verwendeten Messverfahren mit weiteren *systematischen* Fehlern behaftet sind. Mögliche Ursachen sind:

1. Der vermessene Krümmungsbereich: Die Krümmung wird auch außerhalb des Viertelkreises vermessen (dies wird bei allen Aufbauten vorgeschlagen).
2. Die falsche Orientierung der Schattenwinkelkrümmung: Die Richtung des Magnetfelds wurde so gewählt, dass die Schattenwinkelkrümmung in Richtung der Steuerstege zeigt²⁰. Unterschiedliche Krümmungen von steuerstegzugewandten und -abgewandten Schattenwinkelgrenzen (Abb. 4.8) blieben bisher unberücksichtigt.
3. Ein inhomogenes Magnetfeld.
4. Falsche Betriebswerte (Leuchtschirmspannung U_L und magnetische Flussdichte B in der Spule). Insbesondere die Messungen von [Bro99] legen nahe, dass ungünstige Betriebswerte, dazu führen, dass die Inkonzanz der Radialgeschwindigkeit im sichtbaren Raumbereich zunimmt (vgl. Kap. 4.1.2).

In dem nachfolgend entwickelten Versuchsaufbau soll die Messgenauigkeit optimiert werden, indem mögliche *systematischen* Fehlerquellen minimiert und *zufällige* Unsicherheiten durch Wiederholungsmessung heraus gemittelt werden.

²⁰ Die Steuerstege liegen auf Nullpotential und verzerren das elektrische Feld in ihrer unmittelbaren Umgebung (vgl. Abb. 2.10). Daher bewegen sich die Elektronen auf „schieferen“ Trajektorien als im ungestörten Raumbereich und die axialen Geschwindigkeitskomponente bzw. Inkonzanz der Radialgeschwindigkeit ist erheblich größer als in (2.11) kalkuliert.

3 Konzeption und Konstruktion des eigenen Versuchs

3.1 Entwicklung des Versuchs

Der Entwicklung des eigenen e/m -Versuchs mit dem „Magischen Auge“ liegen konstruktive und didaktische Überlegungen zugrunde. Die konstruktiven Überlegungen dienen weitestgehend der Minimierung der in Kap. 2.3.1 beschriebenen systematischen bzw. zufälligen Messunsicherheiten unter Anpassung an schulische Rahmenbedingungen. In den didaktischen Überlegungen findet eine Optimierung des Versuchs für einen möglichst effektiven und gewinnbringenden Einsatz im Unterricht statt.

Der Versuchsaufbau ist eine Weiterentwicklung der bereits von PSSC (1966) vorgeschlagenen Anordnung (vgl. Abb. 2.5): Er besteht aus einem *Röhrenmodul*, welches zur Aufnahme eines beliebigen Magischen Auges mit Oktalsockel²¹ dient, einer auf das Röhrenmodul aufsteckbaren *Zylinderspule* und einer *Digitalkamera* (zur Aufnahme des Leuchtbilds). Daneben sind ein *Netzgerät für Röhrenversuche*²² (zum Betrieb des Magischen Auges), eine *transistorstabilisierte Konstantspannungsquelle* (zur Erzeugung des Magnetfelds in der Zylinderspule) sowie jeweils ein Spannungs- und Strommessgerät erforderlich. Abb. 3.1 zeigt die vollständige Versuchsanordnung, die zugehörige Geräteliste ist Kap. A.3 (Anhang) zu entnehmen.

Wie in der Anordnung von Physlab (vgl. Kap. 2.2) erfolgt die Auswertung des photographierten Krümmungsbilds computergestützt mit der Drei-Punkte-Methode. Zur Analyse wird auf die mittlerweile in Schulen etablierte Freeware-Geometriesoftware „GeoGebra“ [Geo13] zurückgegriffen. Hierzu wird eine Benutzeroberfläche erzeugt, mit welcher maßstabsgetreue Berechnungen beliebiger Bitmap- oder JPEG-Dateien möglich sind (vgl. Abb. 3.16). Die Kreispunkte können beliebig gesetzt werden, so dass die geforderte Betrachtung der Viertelkreiskrümmung bei steuersteg-abgewandten Schattenwinkelgrenzen (Fehlerquellen 1 und 2 in Kap. 2.3.1) unproblematisch ist.

Der möglichen Inhomogenität des magnetischen Felds wurde durch die speziell gewählte Bemaßung der Zylinderspule vorgebeugt: einerseits ist die Spule so dimen-

²¹ Bis auf wenige Ausnahmen sind alle Magischen Augen mit Oktalsockeln (achtpolige Sockel nach DIN 41538-1) versehen. Die Anschlussbelegung ist je nach Röhrentyp, Hersteller und Herkunftsland unterschiedlich. Durch integrierte Selektor-Schalter kann das Röhrenmodul ohne großen Aufwand für alle gängigen Röhren universell eingesetzt werden.

²² Besser geeignet ist ein regelbares, *transistorstabilisiertes Hochspannungsnetzteil*; es kann ohne Schwierigkeiten aus Standardbauelementen aufgebaut werden. Eine Bauanleitung ist Kap. 3.1.2 dargestellt.

sioniert, dass die Schwankung der magnetischen Flussdichte in Höhe des Leuchtschirmsystems (Spulenmitte) maximal 0.25% beträgt, andererseits sind Drahtquerschnitt und Wicklungslänge so gewählt, dass die im Betrieb erforderlichen Spulenströme schulüblichen transistorstabilisierten Spannungsquellen oder notfalls einem handelsüblichen 12V/44Ah-Blei-Akku (Autobatterie) entnommen werden können²³.

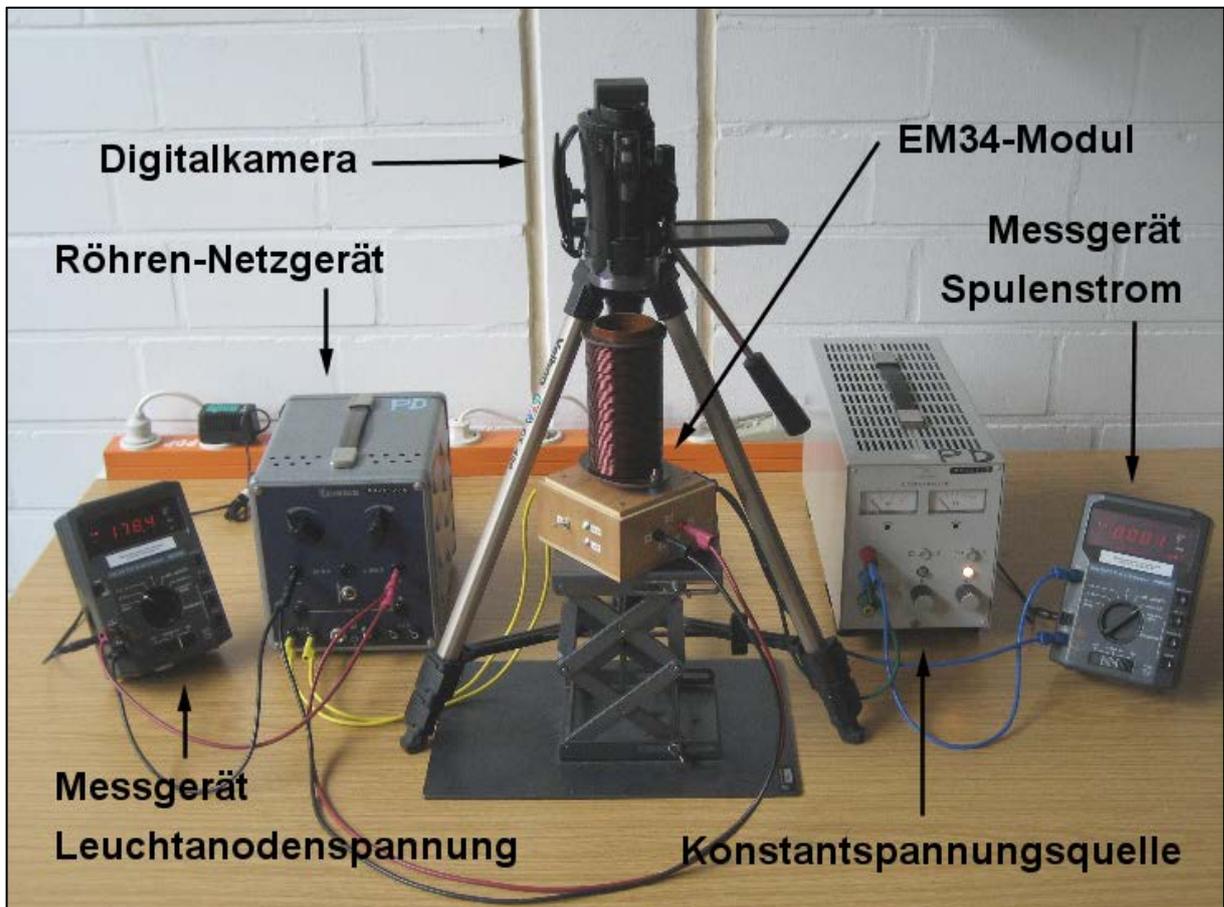


Abb. 3.1: Fertiger Versuchsaufbau zur e/m -Messung mit dem Magischen Auge EM34. Die Spulenkonstante wird in einem Vorversuch mit einer Hallsonde ermittelt. Eine Geräteliste ist Kap. A.3 (Anhang) zu entnehmen.

Optimale Betriebswerte (Leuchtschirmspannung U_L und Spulenstrom I) ergeben sich aus der Fehlerbetrachtung von in Vorversuchen aufgenommenen Messreihen (vgl. Kap. 4.1.2).

²³ In der Regel sind die Drahtquerschnitte der an Schulen vorhandenen Zylinderspulen ausreichend hoher Windungszahl so klein, dass die Spannungsbegrenzer transistorstabilisierter Gleichspannungsquellen an die Grenzen stoßen, noch bevor der erforderliche Spulenstrom erreicht wurde. Würde man auf die Anfertigung einer eigenen „Spezialspule“ verzichten, bleiben bezüglich der Messunsicherheits-Minimierung zwei unbefriedigende Lösungen: 1. Es wird eine konventionelle Gleichspannungsquelle verwendet. Da die Gleichrichter konventioneller Spannungsquellen (Siebkette, Kondensator-Tiefpass) eine 100Hz-periodische Restwelligkeit erzeugen, die im Vergleich zur geometrisch bedingten Feldinhomogenität groß ist, kommt es zum „Verwischen“ der Schattenwinkel und so zur Unschärfe der fotografierten Krümmungen. 2. Es wird eine rechteckige Transformatorenschule (z. B. MAE541) eingesetzt, die zwar transistorstabilisiert betrieben werden kann, aber geometrisch bedingt ein inhomogenes Feld aufweist.

3.1.1 Konstruktion des Röhrenmoduls

Das Röhrenmodul besteht aus einem Hartholzkasten mit einer quadratischen Grundfläche von 108mm × 108mm und einer Höhe von 60mm (vgl. Abb. 3.2). In die Deckplatte (D) des Kastens ist mittig ein 8-poliger Röhrensockel aus Kunststoff (Oktalsockel) (O) eingelassen, daneben sind im Abstand von 75mm achsensymmetrisch zwei 4mm-BIL-Einbaubuchsen („Banananbuchsen“) (B) eingesetzt (Abb. 3.3). Diese beiden Einbaubuchsen stellen später über 4mm-Lammellenstecker die elektrische Verbindung zu der aufsteckbaren Zylinderspule (Z) dar, sie sind zur Einspeisung der Spulenspannung mit zwei Einbaubuchsen auf der Rückseite des Röhrenmoduls leitend verbunden.

Die Spannungsversorgung (Heiz- und Leuchtanodenspannung) des Magischen Auges erfolgt über Einbaubuchsen an den Seitenflächen des Röhrenmoduls. Zur besseren Orientierung entsprechen die farblichen Kennzeichnungen der Buchsen den üblichen Aderkordierungen aus der Röhren-

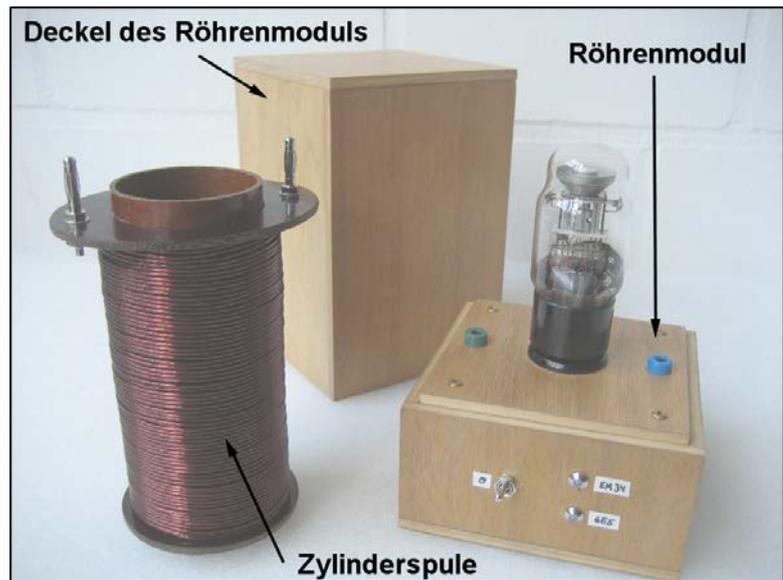


Abb. 3.2: Fertiges Röhrenmodul mit Deckel und Zylinderspule

technik:

Farbkodierung der Buchse	Funktion
gelb (1) gelb (2)	Heizspannung (Filament-Spannung) $U_f = 6.3V \cong$
schwarz	Kathode, Betriebsmasse
rot	Leuchtanodenspannung $U_L = 0 \dots 300V =$
grün blau	Spulen-Spannung $U_{Sp} = 0 \dots 12V =$

Auf der Vorderseite des Röhrenmoduls befindet sich ein Wahlschalter, mit dem die Sockelbeschaltung an beliebige Magische Augen mit Oktalsockel angepasst werden kann. Das Gerät ist so universell einsetzbar. Abb. 3.4 zeigt die vollständige Selektor-

schaltung. Im Unterschied zu bisherigen Aufbauten wurden alle Steuergitter und -stege fest auf Kathodenpotential gelegt. Dies ist notwendig, da sich diese Elektroden durch Elektronenbeschuss schwach negativ aufladen und das elektrische Feld in der Röhre verzerren (vgl. Abb. 2.4b: Hier ist der Steuersteg unbelegt, was dazu führt, dass die Schattenwinkelgrenzen bereits ohne Magnetfeld leicht gekrümmt sind).

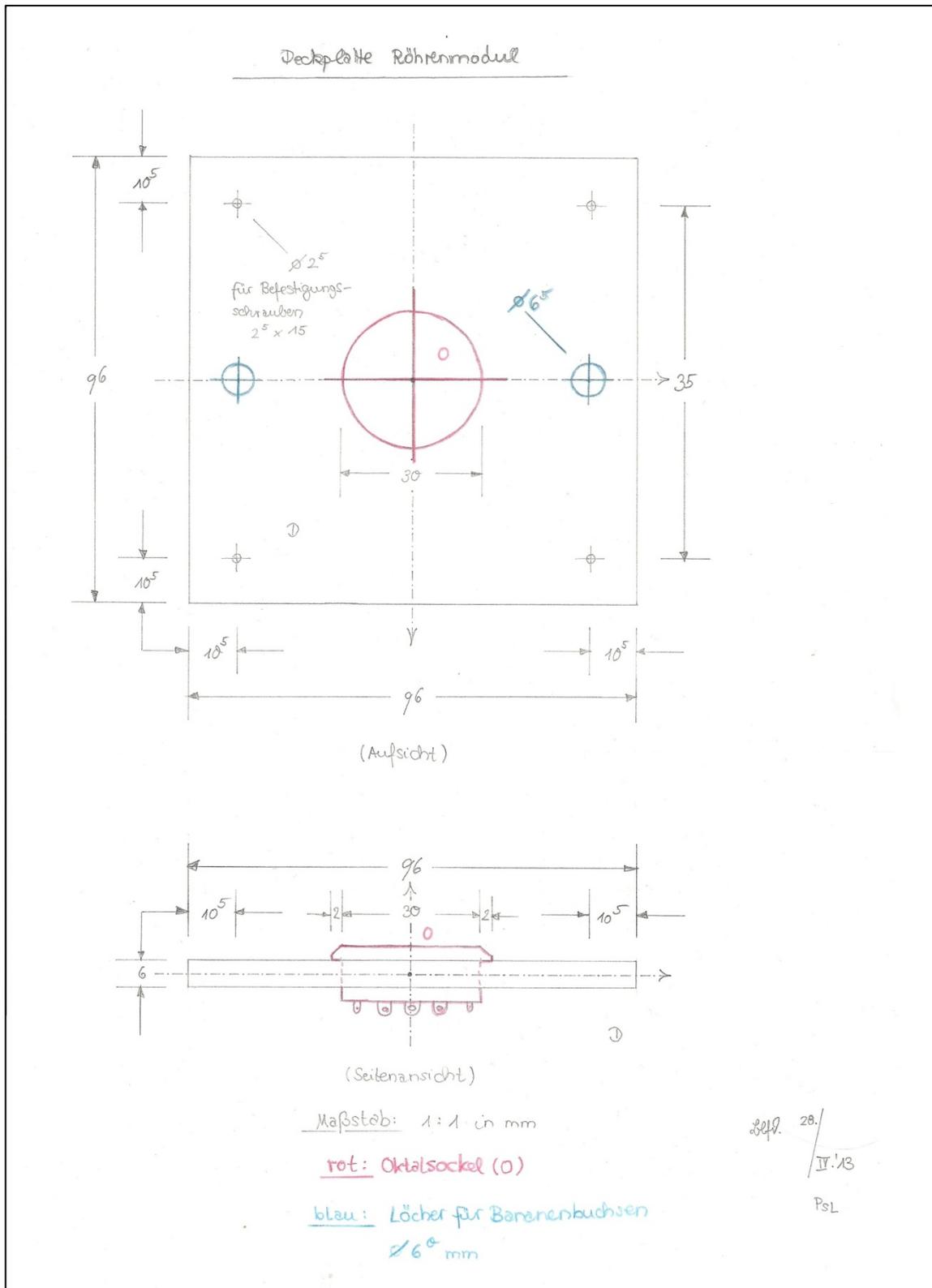


Abb. 3.3: Deckplatte des Röhrenmoduls. Ausschnitt aus den Konstruktionsplänen (vgl. Kap. A.4.1)

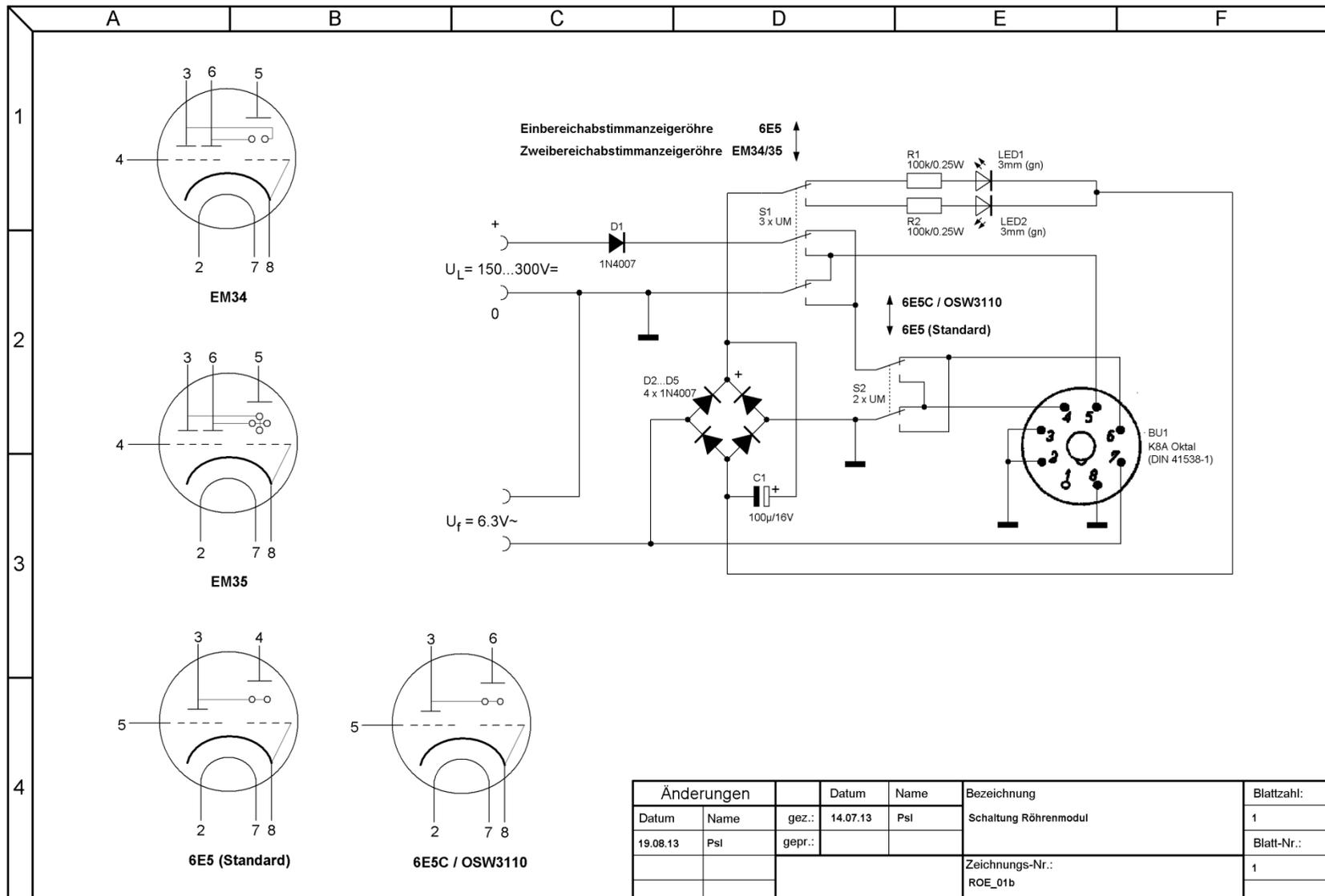


Abb. 3.4: Selektorschaltung zur Anpassung der Sockelbeschriftung an beliebige Magische Augen mit Oktalsockel (links).

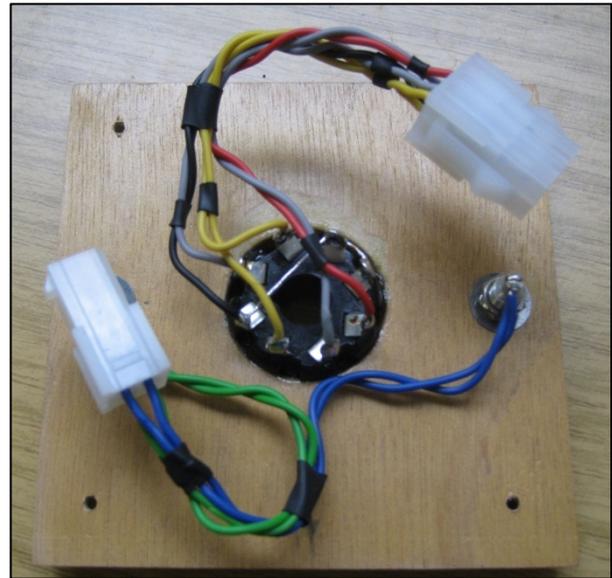
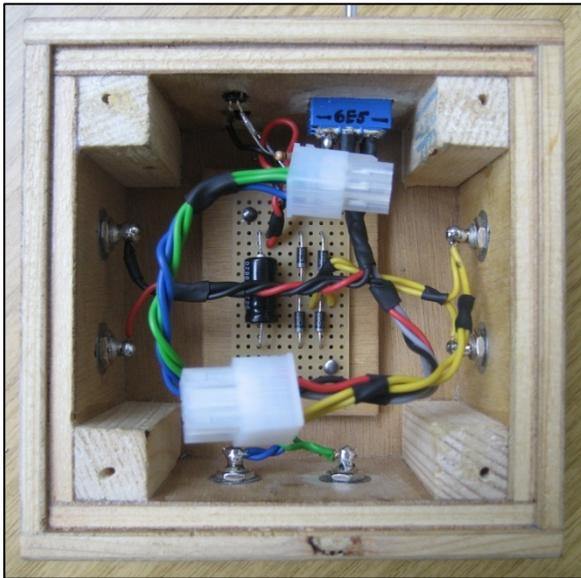


Abb. 3.5: Das Röhrenmodul von Innen. Links: Selektorschaltung, Rechts: Verdrahtung des Oktalsockels

3.1.2 Betriebsgerät für das Röhrenmodul (optional)

Auf Anregung von zwei Q2-Schülern sei an dieser Stelle eine Anleitung über den Aufbau eines (optionalen) *Betriebsgeräts für das Röhrenmodul* gegeben (Abb. 3.7), welches das regulär benötigte *Netzgerät für Röhrenversuche* ersetzen kann²⁴. Die Schaltungsidee geht auf [zuL92] zurück, wurde für diesen Einsatzzweck allerdings stark umgearbeitet und in den Bauteildimensionierungen angepasst.

Zentrales Bauteil des Betriebsgeräts ist ein Netztransformator, welcher einem ausgedienten Röhrenradio entnommen ist. Er stellt sekundär die benötigte Heizspannung von $U_f = 6.3V \sim$ zur Verfügung und besitzt zusätzlich eine Hochspannungswicklung mit Mittelanzapfung²⁵. Die Hochspannung wird über die Dualdiode EZ80 gleichgerichtet, über den Elektrolytkondensator C_{2a} geglättet und durch einen auf die Restwelligkeit von 100Hz abgestimmten Tiefpass aus R_1 und C_{2b} gesiebt. Die Stabilisierung übernimmt eine *Komparator-Schaltung* aus den Hochspannungstristoren $T_{1,2}$ (BUT112A o.Ä.), und einem rückkoppelnden Spannungsteiler bestehend aus dem Potentiometer P_1 und den Widerständen $R_{4,5}$ (als Übersteuerungsschutz). T_1 arbeitet als spannungsbestimmender Längstristor, dessen Basis durch den Steu-

²⁴ Wunsch der Schüler war es, den Versuch auch unabhängig von schulischem Inventar mit eigenen Experimentiermaterialien durchführen zu können. Bei Verwendung des beschriebenen Betriebsgeräts, eines Blei-Akkus (Autobatterie) für die Bereitstellung des Spulenstroms (Kap. 3.1.4), zwei Multimetern und Laborkabeln ist dies kostengünstig möglich.

²⁵ Röhrenradios enthalten in der Regel viele Röhre, sodass die Heizströme beträchtlich sind. Die Sekundärwicklung ist nun bei Radionetzteilen so bemessen, dass der zwangsläufig an den Wicklungen auftretende Spannungsabfall kompensiert wird; die Ruhespannung ist daher größer als die Heizspannung. Bei niedriger Belastung (wie in diesem Versuch) ist der Spannungsabfall zu gering, daher ist in den Heizkreis ggf. ein kleiner Heizwiderstand von $R \approx 8.2\Omega/1W$ einzubauen.

ertransistor T_2 geregelt wird. Die Zenerdioden $D_{1,2}$ stabilisieren zusammen mit den Widerständen $R_{2,3}$ und dem Elektrolytkondensator C_3 den Arbeitspunkt des Steuertransistors. R_7 und C_4 bilden einen weiteren Tiefpass zur Unterdrückung eventueller Regelschwankungen des Komparators. Der hochohmige Ausgangswiderstand R_8 dient der Kurzschlusssicherung und sorgt dafür, dass der Ausgangsstrom auf ungefährliche Werte $I_A < 25\text{mA}$ begrenzt bleibt.

Die vorgestellte Schaltung lässt sich mit etwas Übung auf einer Doppel-Lötleiste aufbauen (vgl. Abb. 3.6), sollte wegen der gefährlichen Berührungsspannungen aber unbedingt zusammen mit dem Netztransformator in ein isolierendes Gehäuse eingesetzt werden. Wegen der hohen Spannungsabfälle müssen die Transistoren durch Aluminiumkühlbleche gegen Erwärmung geschützt werden. Zu beachten ist weiterhin die ausreichende Dimensionierung der Widerstände: Wegen der hohen Spannungsabfälle treten trotz minimaler Steuerströme große Verlustleistungen auf! Insbesondere $R_{4,5}$ sollten daher nicht zu dem Normwiderstand $22\text{k}\Omega$ zusammengefasst werden! Die Kosten für den Bau des Betriebsgeräts betragen etwa 20 Euro. Hiervon entfällt ein Drittel auf die Beschaffung des Röhrenradios²⁶ (s. Materialliste in Kap. A.4.3).

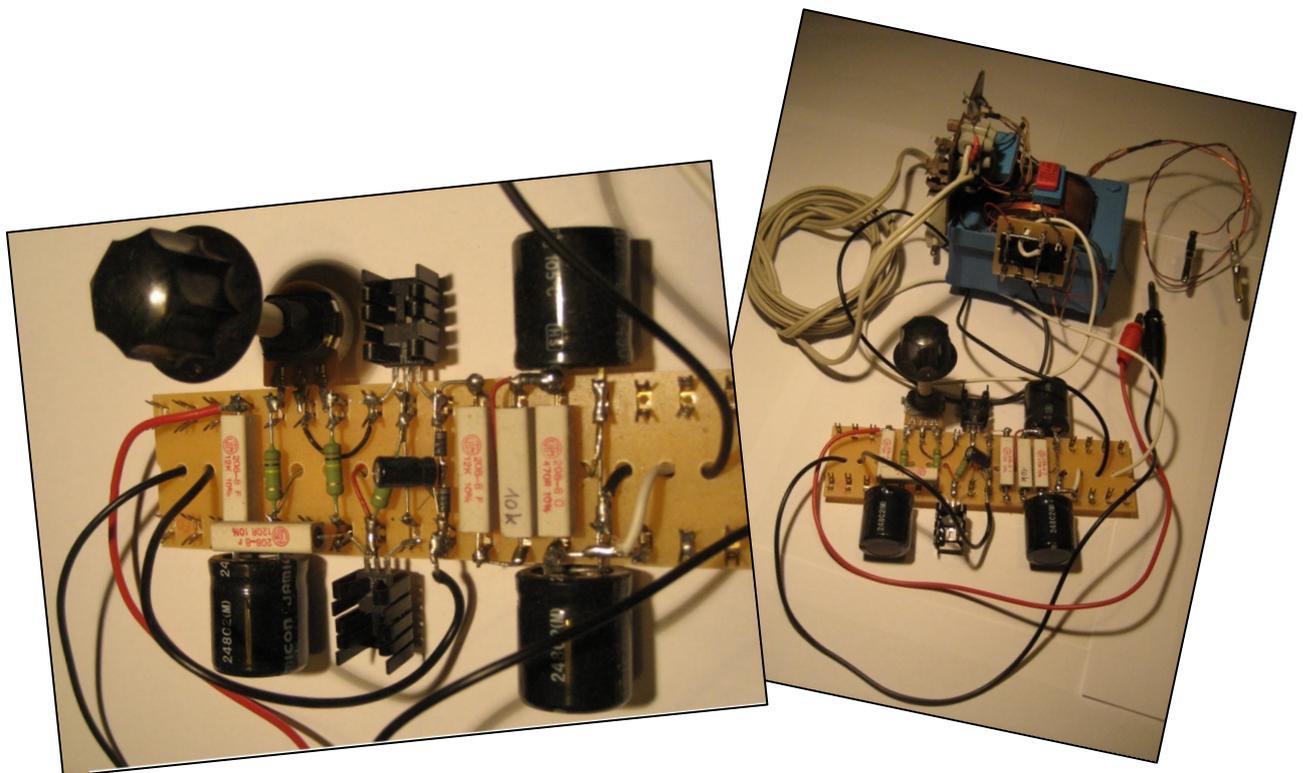


Abb. 3.6: Betriebsgerät für das Röhrenmodul (optionaler Eigenbau)

²⁶ Mit etwas Glück findet sich ein Röhrenradio, in dem bereits ein Magisches Auge mit unverbrauchter Leuchtschicht enthalten ist. Der Zustand des Magischen Auges lässt sich im Licht einer Halogenlampe (Taschenlampe) leicht beurteilen: Heben sich auf der grau-matten Leuchtschicht deutliche helle Streifen (hinter den Haltern der Abdeckkappe) hervor, ist das Auge unbrauchbar.

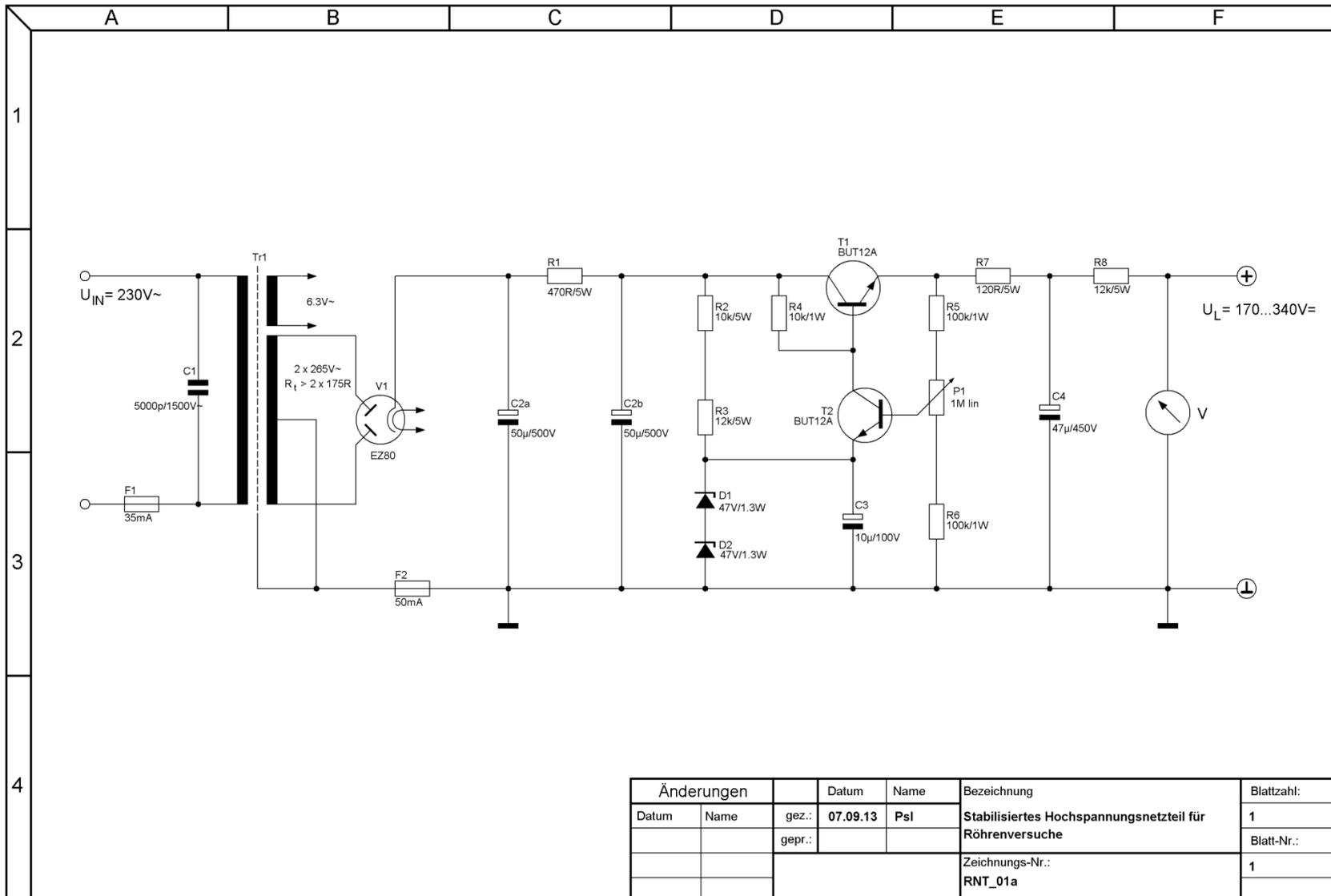


Abb. 3.7: Betriebsgerät für das Röhrenmodul.

3.1.3 Konstruktion der Zylinderspule

Die (Hochstrom)Zylinderspule besteht aus einem röhrenförmigen Wickelkörper (W) mit einem Außendurchmesser $2R_0 = 50\text{mm}$ aus Phenolharz-Hartpapier (Pertinax), der auf einer Länge von $L = 115\text{mm}$ vierlagig mit insgesamt $N = 282$ Windungen aus $1.4\text{mm-}\emptyset$ -Kupferlackdraht (S) umwickelt ist (vgl. Abb. 3.8). Beide Seiten der Wicklung werden durch Pertinax-Platten (A, B) begrenzt. Platte (B) ist mit zwei Lamellensteckern (L) versehen, die in die Einbaubuchsen auf der Deckplatte des Röhrenmoduls gesteckt werden. Die Spulenlänge ist so gewählt, dass das Leuchtschirmsystem des Magischen Auges genau im Spulenzentrum (höchstmögliche Magnetfeldhomogenität) liegt.

Offensichtlich handelt sich *nicht* um eine lange Zylinderspule mit $L \gg R_0$, sondern um einen *Solenoid*. In diesem Fall ist eine exakte Feldberechnung unumgänglich, da die vereinfachte Spulenformel (2.8) die magnetische Flussdichte im Spuleninneren überschätzt.

3.1.3.1 Spulenkonstante der Zylinderspule

Zerlegt man den Solenoid in einzelne Leiterschleifen, erzeugt jedes Längenelement $d\vec{l}$ auf einer Leiterschleife nach dem Biot-Savartschen Gesetz

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} \quad (3.1)$$

im Abstand \vec{r} die magnetische Flussdichte $d\vec{B} \equiv d\vec{B}_z + d\vec{B}_\rho$ (vgl. Abb. 3.9). Unter Berücksichtigung von $r^2 = z^2 + R_0^2$ beträgt die absolute Flussdichteänderung damit

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \left| d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r} \right|}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{z^2 + R_0^2} dl \quad (3.2)$$

Aus Symmetriegründen kompensieren sich auf der Spulen- bzw. z -Achse bei einer Integration über die geschlossene Leiterschleife alle Radialkomponenten $d\vec{B}_\rho$ der magnetischen Flussdichte gegenseitig, d.h. $\vec{B}_\rho(z)|_{\rho=0} \equiv B_\rho \cdot \vec{e}_\rho = 0$.

Übrig bleibt nur eine Axialkomponente $\vec{B}(z)|_{\rho=0} = \vec{B}_z \equiv B_z \cdot \vec{e}_z$, deren Betrag sich mit $|d\vec{B}_z|/|d\vec{B}| = \cos \beta = R_0/r$ aus (3.2) zu

$$\left| d\vec{B}(z)|_{\rho=0} \right| = |d\vec{B}| \cdot \cos \beta = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot R_0}{(z^2 + R_0^2)^{3/2}} dl \quad (3.3)$$

ergibt.

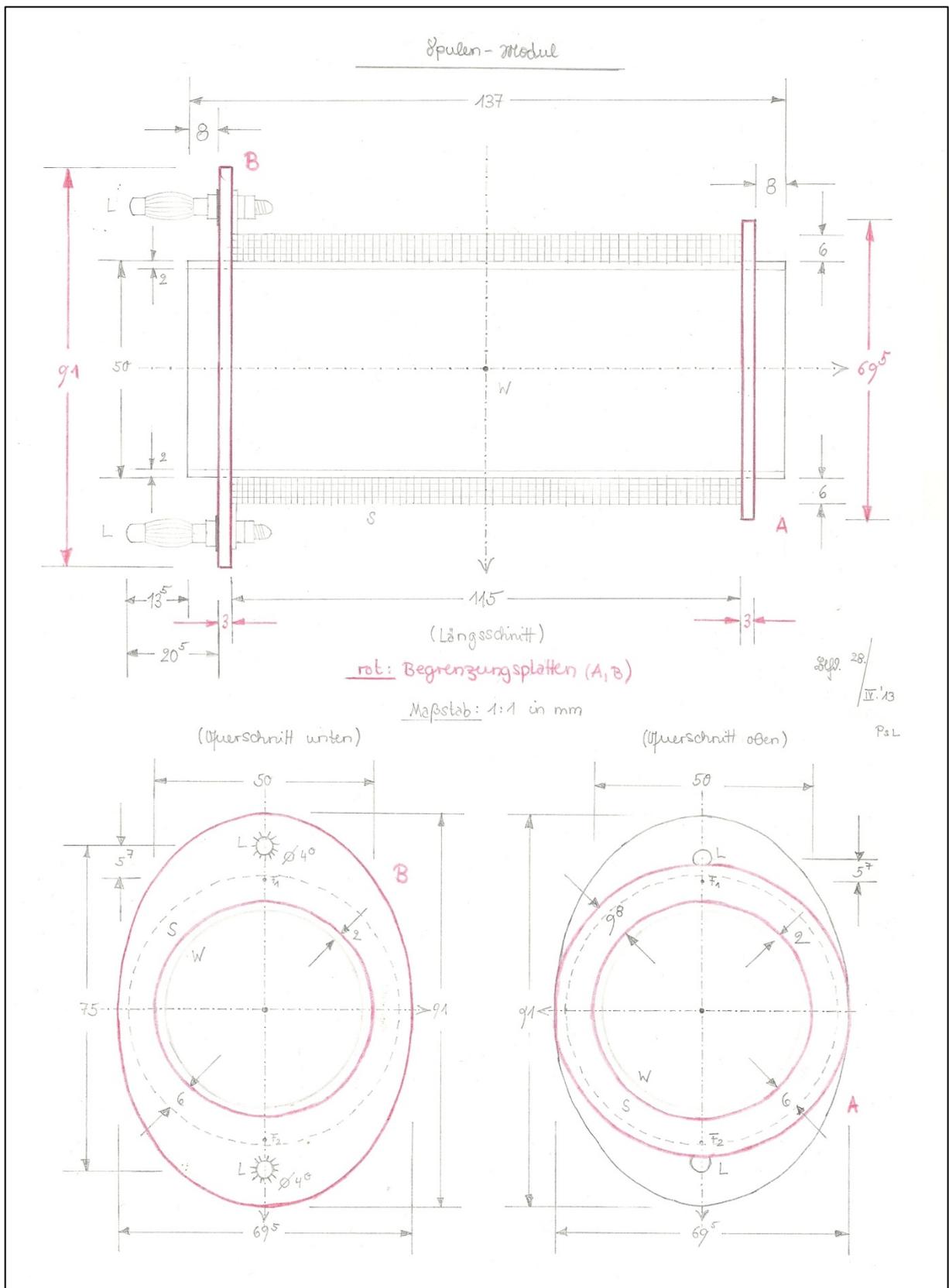


Abb. 3.8: Zylinderspule mit Wickelkörper. Ausschnitt aus den Konstruktionsplänen (vgl. Kap. A.4.1)

Die Integration (über eine geschlossene Spulenwindung) liefert dann:

$$|\vec{B}(z)|_{\rho=0} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot R_0}{(z^2 + R_0^2)^{3/2}} \cdot \underbrace{\oint dl}_{=2\pi \cdot R_0} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I \cdot R_0^2}{(z^2 + R_0^2)^{3/2}} \equiv B_{\parallel}. \quad (3.4)$$

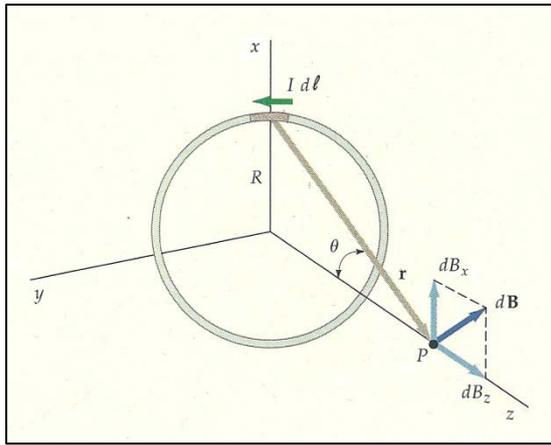


Abb. 3.9: Magnetische Flussdichte entlang der Axialachse einer stromdurchflossenen Leiterschleife. Ergänzt nach [Tip94]

Um nun die gesamte magnetische Flussdichte am Ort z zu bestimmen, ist es notwendig, die Einzelbeiträge aller Windungen nach (3.3) aufzusummieren. Dazu wird der Solenoid in guter Näherung als stromdurchflossener Zylinder der Länge L betrachtet, und die Windungszahl dN^* auf dem Längenintervall dz^* über das totale Differential

$$dN^* = \frac{N}{L} dz^* \quad (3.5)$$

dargestellt, wodurch die Summe in ein (kontinuierliches) Integral übergeht (vgl. Abb. 3.10). Die differentielle Effektivstromstärke dI^* im Zylinder beträgt

$$dI^* \equiv I \cdot dN^* = I \cdot \frac{N}{L} dz^* \quad (3.6)$$

und man erhält aus (3.4)

$$dB_z = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{R_0^2}{(z^{*2} + R_0^2)^{3/2}} dI^* = \frac{\mu_0 N}{2L} \cdot \frac{R_0^2}{(z^{*2} + R_0^2)^{3/2}} dz^* \quad (3.7)$$

Mit der Konvention $z_0 = 0$ in Spulenmitte ist die magnetische Flussdichte an einem beliebigen Ort z auf der Axialachse durch

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 IN}{2L} \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{R_0^2}{((z + z^*)^2 + R_0^2)^{3/2}} dz^* = \frac{\mu_0 IN}{2L} \cdot \int_{z-\frac{L}{2}}^{z+\frac{L}{2}} \frac{R_0^2}{(z^{*2} + R_0^2)^{3/2}} dz^* \quad (3.8)$$

gegeben. Das Integral lässt sich leicht in die Form des allgemeinen Bronstein-Integrals Nr. 242

$$\int \frac{dz}{(az^2 + bz + c)\sqrt{a_1z^2 + bz + c}} = \frac{2(2az + b)}{(4ac - b^2) \cdot \sqrt{az^2 + bz + c}} \quad (3.9)$$

bringen [Bro08], wobei die Integrationskonstanten nach Koeffizientenvergleich zu $a = 1$, $b = 0$ und $c = R_0^2$ gewählt werden. Man erhält schließlich

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 IN}{2L} \cdot \left[\frac{z^*}{\sqrt{z^{*2} + R_0^2}} \right]_{z-\frac{L}{2}}^{z+\frac{L}{2}} = \frac{\mu_0 N}{2L} \cdot \left(\frac{z + \frac{L}{2}}{\sqrt{\left(z + \frac{L}{2}\right)^2 + R_0^2}} - \frac{z - \frac{L}{2}}{\sqrt{\left(z - \frac{L}{2}\right)^2 + R_0^2}} \right) \cdot I \quad (3.10)$$

In der Spulenmitte vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$B_z(0) = \frac{\mu_0 N}{2L} \cdot \left(\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + R_0^2}} - \frac{-\frac{L}{2}}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + R_0^2}} \right) \cdot I = \frac{\mu_0 N}{2 \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{L^2}{4} + R_0^2}}_{\equiv \kappa}} \cdot I \quad (3.10a)$$

wobei κ die Spulenkonstante des Solenoids ist.

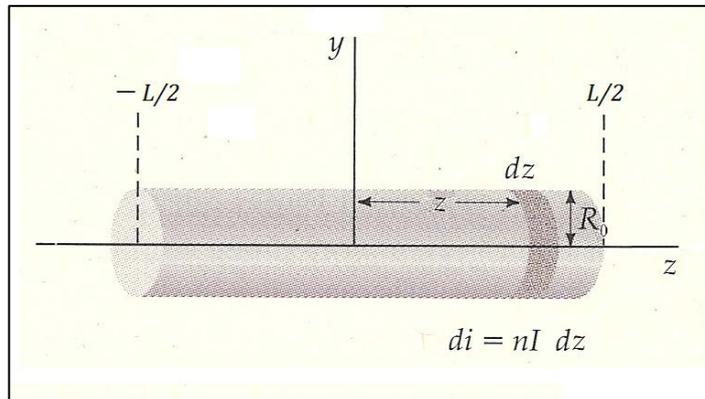


Abb. 3.10: Stromzylinder-Darstellung des Solenoids.
Ergänzt nach [Tip94]

Bei einem Solenoid mit mehreren Wicklungslagen ist zu berücksichtigen, dass R_0 und L wegen der endlichen Dicke des Wicklungsdrahtes nicht ganz konstant sein können. Für sorgfältig gewickelte Spulen ist die getrennte Betrachtung der einzelnen Lagen i durch Superpositionieren jedoch unproblematisch:

$$B_z^*(0) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \sum_i \underbrace{\frac{N_i}{\sqrt{\frac{L_i^2}{4} + R_{0i}^2}}}_{\equiv \kappa^*} \cdot I \quad (3.11)$$

Mit den Wicklungsdaten der Zylinderspule ergibt sich gemäß untenstehender Tabelle eine Spulenkonstante von $\kappa^* = (2.840 \pm 0.021) \frac{\text{mT}}{\text{A}}$. Die auftretenden Unsicherheiten resultieren aus den Fertigungstoleranzen des Wickelkörpers, gegen die das Auflösungsvermögen der verwendeten Messlehre vernachlässigt werden kann.

Nr. der Wicklung i	Parameter			$\kappa_i^* \equiv \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{N_i}{\sqrt{\frac{L_i^2}{4} + R_{0i}^2}} \text{ in } \frac{\text{mT}}{\text{A}}$
	N_i	R_{0i} in mm $\pm 0.25\text{mm}$	L_i in mm $\pm 1.0\text{mm}$	
1	72	25.75	112	0.73396 ± 0.0056
2	70	27.25	111	0.71136 ± 0.0054
3	71	28.75	112	0.70868 ± 0.0052
4	69	30.25	111	0.68588 ± 0.0050
Spulenkonstante $\kappa^* = \sum_i \kappa_i^*$ in $\frac{\text{mT}}{\text{A}}$				2.840 ± 0.021

$\Delta\kappa_i^*$ beträgt nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\kappa_i^* = \sqrt{\left(\mu_0 N_i R_{0i} \left(\frac{L_i^2}{4} + R_{0i}^2\right)^{-3/2} \cdot \Delta R_{0i}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 N_i L_i}{4} \left(\frac{L_i^2}{4} + R_{0i}^2\right)^{-3/2} \cdot \Delta L_i\right)^2} \quad (3.12)$$

und $\Delta\kappa^* = \sum_i \Delta\kappa_i^*$ (als Größtfehler). Zur Orientierung: Die nach klassischer Spulenformel (2.8) berechnete Spulenkonstante von $\kappa \approx 3.118 \frac{\text{mT}}{\text{A}}$ weicht um +9.5% von der Solenoid-Berechnung ab!

Außerhalb der Spulenachse besitzt die magnetische Flussdichte im Solenoid (außer bei $z = 0$) auch eine radiale Komponente B_\perp . Für die Radialkomponente entlang der Radialachse auf z liefert die Theorie

$$B_z(\rho)|_z = \frac{IN}{500 \cdot L} \cdot \left[(F_- + \Pi_- \sqrt{1-n}) \cdot \sqrt{1 - \frac{k_-^2}{n}} + (F_+ + \Pi_+ \sqrt{1-n}) \cdot \sqrt{1 - \frac{k_+^2}{n}} \right] \quad (3.13)$$

worin F_\pm und Π_\pm die vollständigen elliptischen Integrale erster und dritter Gattung mit den Modulen

$$k_\pm^2 = \frac{4R_0\rho}{(R_0 + \rho)^2 + \left(z \mp \frac{L}{2}\right)^2} \quad (3.14a) \quad n = \frac{4R\rho}{(R + \rho)^2} \quad (3.14b)$$

sind. Auf die genaue mathematische Herleitung dieser komplizierten Relation kann an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. Für eine umfassende Berechnung sei auf [Foe36] verwiesen.

3.1.4 Regelung des Spulenstroms bei Verwendung eines Blei-Akkus (optional)

Wie bereits oben angedeutet, ist die Bereitstellung des restwelligkeitsfreien Spulenstroms mit schulischen Transistor-Netzgeräten oft schwer möglich. Abhilfe schafft eine einfache Regelschaltung, mit der ein herkömmlicher 12V/44Ah-Blei-Akku (Autobatterie) zur Bestromung der Spule eingesetzt werden kann.

Herzstück der Regelschaltung sind zwei parallel geschaltete Hochstromtransistoren ($T_{1,2}$: 2N3055, 2N6033 o. Ä.), dessen Kollektor-Emitter-Strecken in Serie mit Akku und Zylinderspule liegen (vgl. Abb. 3.11). Der Spannungsabfall an den Transistoren lässt sich mit einem hochbelastbaren Drahtpotentiometer (P_1) kontinuierlich im Bereich $0 \dots 12\text{V}$ einregeln²⁷.

²⁷ Um eine gleichmäßige Belastung der Transistoren zu gewährleisten, werden die geringfügig verschiedenen Offset-Ströme mit zwei zusätzlichen Draht-Trimern ($VDR_{1,2}$) kompensiert. Die Transistoren sind zur Wärmeableitung auf Aluminium-Kühlkörper mit $P_{\text{ab}} > 10\text{W}$ aufzubringen.

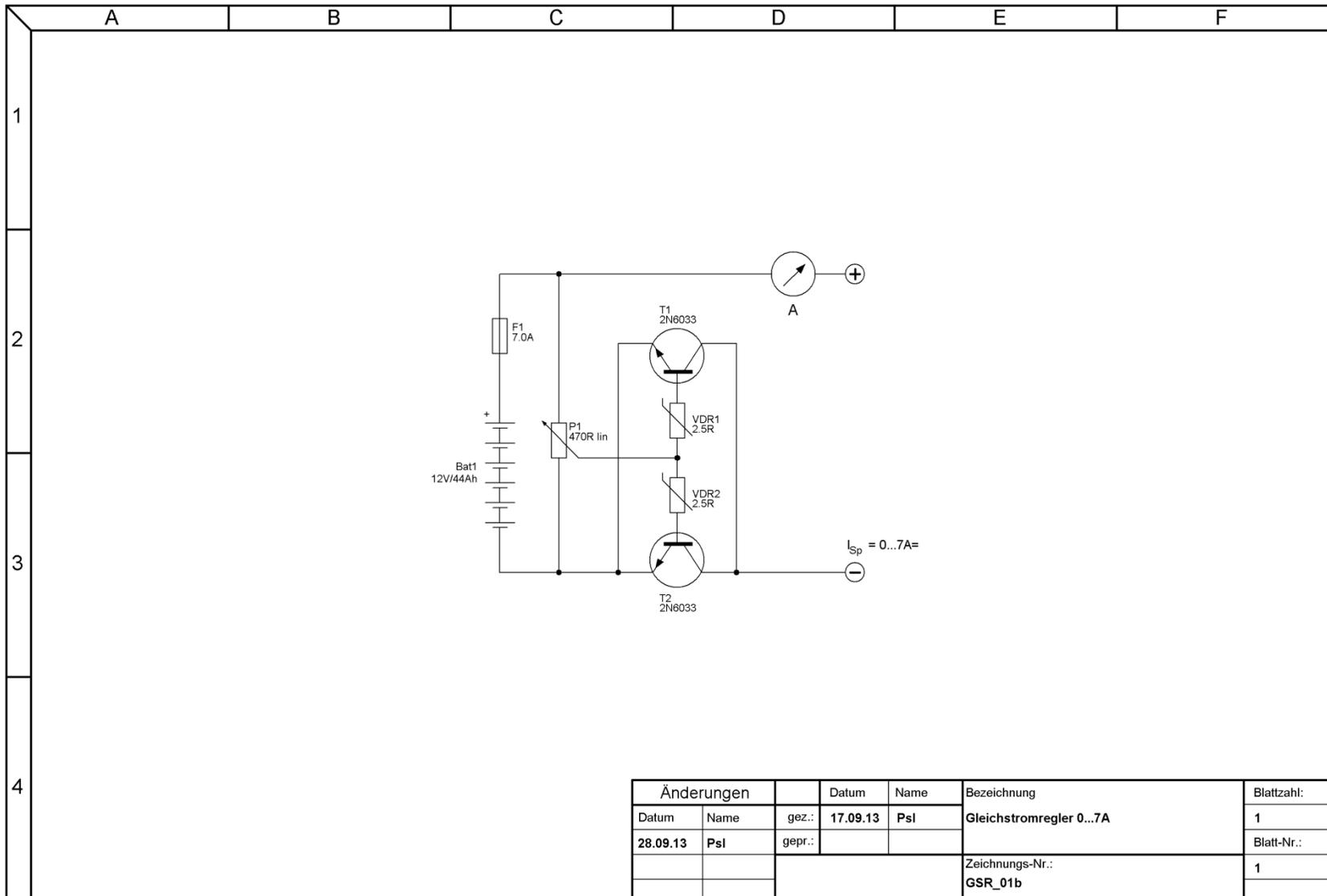


Abb. 3.11: Schaltung zur Regelung des Spulenstroms bei Verwendung eines Blei-Akkus.

3.1.5 Experimentelle Bestimmung der Spulenkonstanten

Die experimentelle Bestimmung der Spulenkonstanten geschieht mit einem analogen Axial-Magnetfeldsensor „MG-BTA“ des Lehrmittelherstellers Vernier (Abb. 3.12). Der Sensor lässt sich über ein Interface direkt mit TI-*nspire*TM-Taschenrechnern (Texas Instruments, Abb. 3.13), wie sie inzwischen häufig im Oberstufenunterricht an Schulen eingesetzt werden, auslesen.



Abb. 3.12: Magnetfeldsensor „MG-BTA“



Abb. 3.13: TI-NspireTM-CX (Texas Instruments) [Tex12]

Herzstück des Sensors ist ein Hallelement, das in Gegenwart eines magnetischen Felds eine Hallspannung $U_{\text{Hall}} \propto B$ erzeugt, welche über einen eingebauten Operationsverstärker messbar gemacht wird.

Die verstärkte Hallspannung U_{Hall}^* rechnet der TI-*nspire*TM-CX in dem standardmäßig implementierten Tool „Vernier DataQuest“ mit der voreingestellten –nach Herstellerangaben kalibrierten– Konstante

$$K_1 = 3.2249999046 \frac{\text{mT}}{\text{V}} \text{ [Ver06]}$$

direkt in die magnetische Flussdichte B um:

$$B = K_0 + K_1 \cdot U_{\text{Hall}}^* \quad (3.15)$$

K_0 ist der Offset, der im Erfassungsmodus-Menü unter 1: Experiment → 9: Sensoren einrichten → 3: Null so eingestellt wird, dass die Offsetspannung des Operationsverstärkers und ggf. magnetische Hintergrundfelder kompensiert werden.

Mit dem Messprogramm wird nun im Erfassungsmodus Ereignisse mit Eingabe eine $B(I)$ -Kennlinie der Zylinderspule aufgenommen, indem der Magnetfeldsensor genau im Spulenzentrum platziert wird (Abb. 3.14). Eine detaillierte Anleitung zur TI-*nspire*TM-CX-gestützten Erstellung dieser Kennlinie ist in Kapitel A.5 beschrieben.

Gemäß (3.11) ist die gesuchte Spulenkonstante κ^* gerade durch die Steigung im linearen Teil der Kennlinie gegeben; sie kann direkt mit dem Taschenrechner unter Menu \rightarrow 4: Analysieren \rightarrow 6: Kurvenanpassung \rightarrow 1: Linear durch lineare Regression bestimmt werden (vgl. Abb. 3.15).

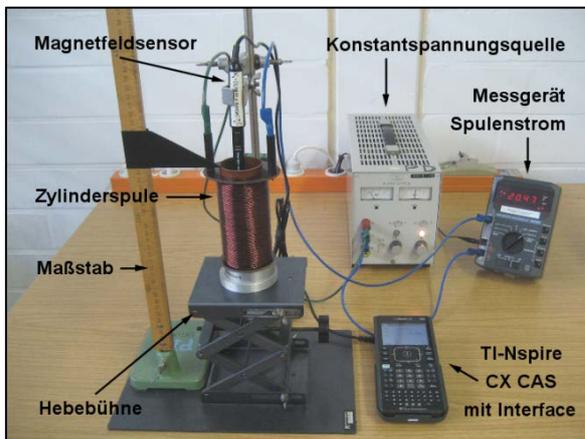


Abb. 3.14: Versuchsaufbau zur experimentellen Bestimmung der Spulenkonstante (Abbildung in Kap. 4 größer)

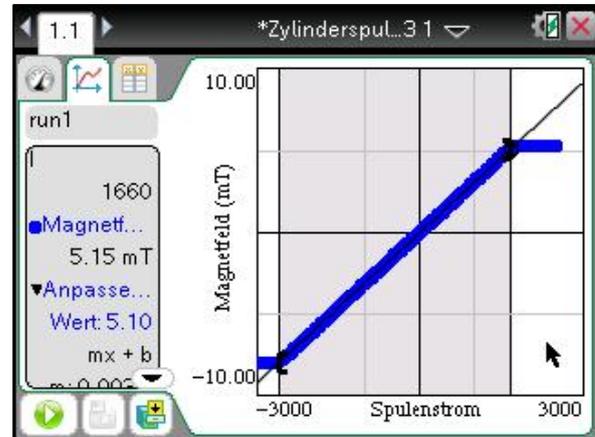


Abb. 3.15: Kurvenanpassung mit dem TI-Nspire™
Abbildung erstellt mit: [Tex12]

3.1.6 Computergestützte Bestimmung der Krümmungsradien im Magischen Auge

Zur Auswertung aufgenommenen Leuchtbilder wurde im Rahmen dieser Bachelor-Arbeit mit der Freeware-Geometriesoftware „GeoGebra“ die Benutzeroberfläche `Radien_EM34.ggb` programmiert²⁸ (Abb. 3.16, eine Kopie der Datei (227KB) befindet auf der beiliegenden Daten-Disk in Kapitel A.7).

Das zu analysierende (digitale) Leuchtbild wird zunächst über das GeoGebra-Menü unter Bearbeiten \rightarrow Bild einfügen von \rightarrow Datei von der Speicherkarte der Digitalkamera oder einem beliebigen anderen Verzeichnis geladen, automatisch zentriert und proportionsgetreu vergrößert als Hintergrundbild eingefügt. Den zugehörigen Abbildungsmaßstab T kalibriert das Programm durch Vergleich des (maximalen) Leuchtschirmdurchmessers $\overline{D_1 D_2}$ mit dem tatsächlichen Durchmesser D (Referenzwert). Hierzu werden die Punkte $D_{1,2}$ mit dem Cursor im Arbeitsmodus  manuell auf den Leuchtschirmrand geschoben (Abgleich auf maximale Entfernung). Der Referenzdurchmesser wird zunächst mit einer Messlehre bestimmt und am Schieberegler D eingestellt (vgl. Abb. 3.16). T beträgt dann

$$T \equiv \frac{D}{\overline{D_1 D_2}} \quad (3.16)$$

²⁸ Die Datei kann mit GeoGebra 4.2 oder einer beliebigen neueren Version ausgeführt werden.

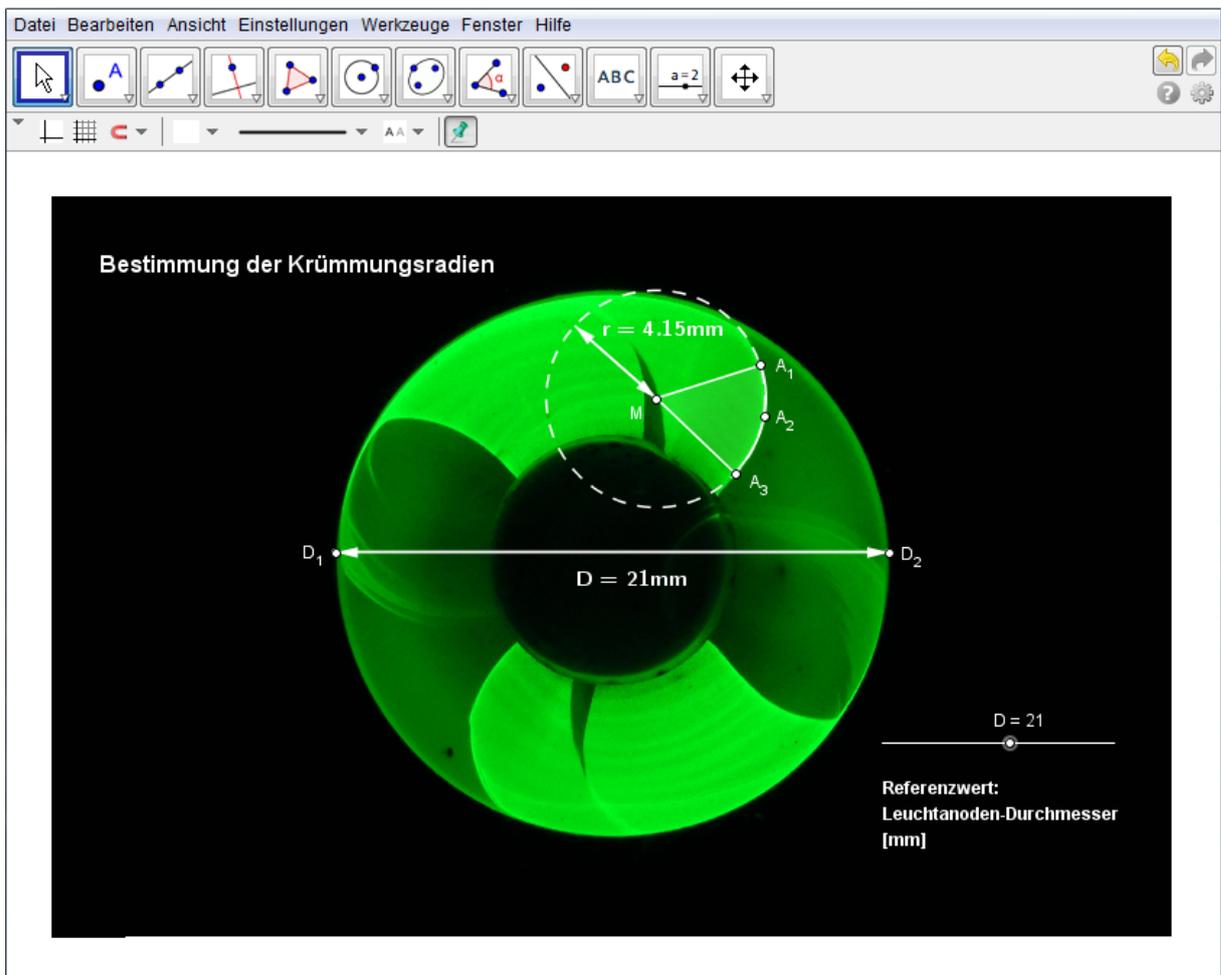


Abb. 3.16: GeoGebra-Benutzeroberfläche Radien_EM34.ggb. © S. Pischel
Abbildung erstellt mit: [Geo13].

Die Radien-Punkte $A_{1,2,3}$ werden sodann manuell auf eine beliebige Schattenwinkelgrenze verschoben, bis der durch das Programm nach der Drei-Punkte-Methode generierte Kreis (mit dem Mittelpunkt M) mit der Schattenwinkelgrenze zur Deckung kommt²⁹. Der zugehörige (tatsächliche) Bahnradius r ist direkt ablesbar.

3.2 Didaktische Überlegungen

Didaktische Grundidee bei der Planung des Versuchsablaufs ist es, möglichst alle Schüler *aktiv* in die Versuchsdurchführung und -auswertung einzubeziehen (vgl. Kap. 1.2). Dies wird mit der folgenden Versuchskonzeption erreicht:

1. Viele Einzelmessungen: *Jeder Schüler* erzeugt durch beliebige Wahl von Spulenstrom I und Leuchtanodenspannung U_L innerhalb der Betriebsgrenzen der Röhre mindestens drei verschiedene Krüm-

²⁹ Der Kreis entspricht der axialen Projektion, d.h. dem Querschnitt des Elektronenzylinders (vgl. Kap. 1.1.1), in Abb. 3.16 weiß/weiß-gestrichelt dargestellt.

mungsbilder (einschließlich Fotografien). So haben alle die Möglichkeit, das Krümmungsverhalten der Schattenwinkel aktiv zu untersuchen und Messwerte zu sammeln.

2. Arbeitsteilige Auswertung der Krümmungsbilder: Die Schüler vermessen selbstständig die Radien auf ihren eigenen Schattenwinkelbildern und bestimmen in Partnerarbeit die Spezifische Elementarladung e/m unter Verwendung der Spulenkonstante. Sie verknüpfen damit theoretische Konzepte mit der subjektiven, praktischen Handlung und entwickeln ein tieferes Verständnis der Lerninhalte (vgl. [MSW99a]).
3. Bestimmung der Spulenkonstanten in einer Kleingruppe: Die zeitaufwändigere Bestimmung der Spulenkonstanten geschieht in einer Kleingruppe; das Gruppenergebnis dient als Input für die übrigen Schüler.
4. „Gemeinschaftsergebnis“: Zum Abschluss wird ein Durchschnittswert für die Spezifische Elektronenladung aus allen Schülerergebnissen berechnet. Hierdurch erlangen die Schüler eine Vorstellung von der statischen Streuung der Messwerte –die bei diesem Versuch relativ offensichtlich in Erscheinung tritt– und erkennen die Notwendigkeit von Wiederholungsmessungen³⁰. Durch die Einbeziehung aller Einzelwerte ist eine ausreichende „Wiederholung“ gewährleistet, gleichzeitig ist dies eine Würdigung und Wertschätzung der Leistungen eines jeden Schülers.

Eine ausführlichere Verlaufsplanung zu dieser Konzeption ist in Kapitel A.6 (Anhang) dargelegt.

In Anlehnung an [Bro06] ist alternativ auch die Anfertigung mehrerer Einzelaufbauten denkbar. So kann der Versuch vollständig in Partner- oder Kleingruppenarbeit durchgeführt werden, sodass die Schüler die Problemstellung völlig selbstständig lösen. Der Zeitbedarf ist etwas höher. Problematisch ist eventuell die Bereitstellung einer ausreichenden Anzahl an Interfaces und Magnetfeld-Sensoren.

³⁰ Dies ist eine anschauliche, anwendungsbezogene Hinführung an die Gauß'sche Normalverteilung (Reserve für mathematisch begabte Schüler).

4 Ergebnisse

4.1 Das magnetisches Feld der Zylinderspule

Das magnetische Feld der Zylinderspule wurde zunächst im Rahmen einer Probe-messung untersucht, indem die Spulenkennlinie $B(I)$ im Intervall $-3.5A \leq I \leq 3A$ bei einer Abtastrate $\delta I = 250\text{mA}$ mit dem TI-*nspire*TM-CX dargestellt wurde³¹. Hierbei war die Zylinderspule auf einer Hebebühne mit Maßstab positioniert und wurde solange vertikal und horizontal verschoben, bis ein in das Spuleninnere eintauchender, fest im Stativ eingespannter Magnetfeldsensor MG-BTA maximalen magnetischen Fluss zeigte, der Sensor also das Spulenzentrum bei $B = B(\rho, z = 0)$ erreichte³² (Abb. 4.1).

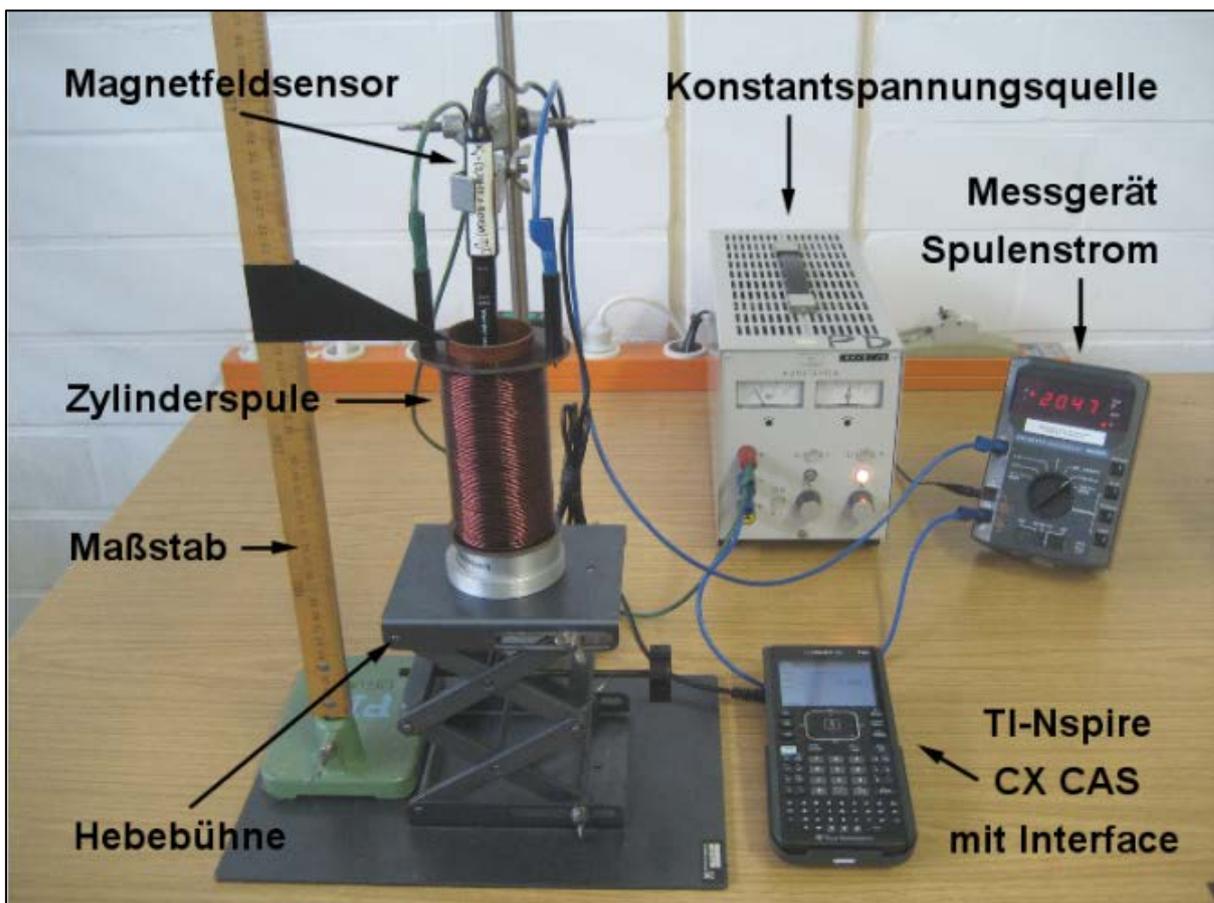


Abb. 4.1: Versuchsaufbau zur experimentellen Bestimmung der Spulenkonstanten.

Im linearen Bereich der aufgezeichneten Kennlinie (Abb. 3.12, vgl. Kap. 3.1.3) entspricht die gesuchte Spulenkonstante κ^* gerade der Steigung der Tangenten

$$B(I) = a + b \cdot I \quad . \quad (4.1)$$

³¹ Die Wahl dieser Grenzen ist auf den endlichen Messbereich des Magnetfeldsensor MG-BTA von $|B| = 6.4\text{mT}$ zurückzuführen. Bei großen Spulenströmen übersteuert der eingebaute Messverstärker und das Ausgangssignal geht in Sättigung über, liefert also keine verwertbaren Informationen mehr.

³² Eine feste Sensor-Position besitzt den Vorteil, dass magnetische Hintergrundfelder durch einen Offset vollständig kompensiert werden, daher war hier die Zylinderspule zu verschieben.

Die lineare Regression (nach der Methode der kleinsten Quadrate) mittels GnuPlot [Gnu12] liefert $\kappa^* \equiv b = (3.114 \pm 0.058) \frac{\text{mT}}{\text{A}}$; dieser Wert stimmt mit demjenigen der taschenrechnerimplementierten Analysesoftware überein (vgl. Kap. A.5). Ein direkter Vergleich mit der nach (3.11) ermittelten Spulenkonstanten $\kappa_{\text{theo}}^* = (2.840 \pm 0.021) \text{mTA}$ ergibt keine Übereinstimmung innerhalb der 3σ -Grenze. Im Hinblick auf die eingangs erfolgte Optimierung der Sensorposition auf eine maximale magnetische Flussdichte kann dieses Ergebnis nur durch eine mangelhafte Kalibrierung des –nach Herstellerangaben kalibrierten Magnetfeldsensors [Ver06]– erklärt werden!

4.1.1 Kalibrierung des Magnetfeldsensors MG-BTA (Vernier)

Zur Überprüfung der Sensor-Kalibrierung wurden weitere Messungen mit drei baugleichen MG-BTA-Axialsensoren und einem (älteren) MG-BTA Tangentialsensor an einem Helmholtzspulenpaar ($N = 320$, $R_{\text{eff}} = (6.80 \pm 0.01) \text{cm}$) mit einem sehr homogenen Magnetfeld der Stärke

$$B(I) = \frac{8}{\sqrt{125}} \underbrace{\mu_0 \cdot \frac{N}{R_{\text{eff}}}}_{\equiv \lambda} \cdot I \approx (4.232 \pm 0.006) \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot I \quad (4.2)$$

[Ley72] durchgeführt. Abb. 4.2 zeigt den zugehörigen Versuchsaufbau.

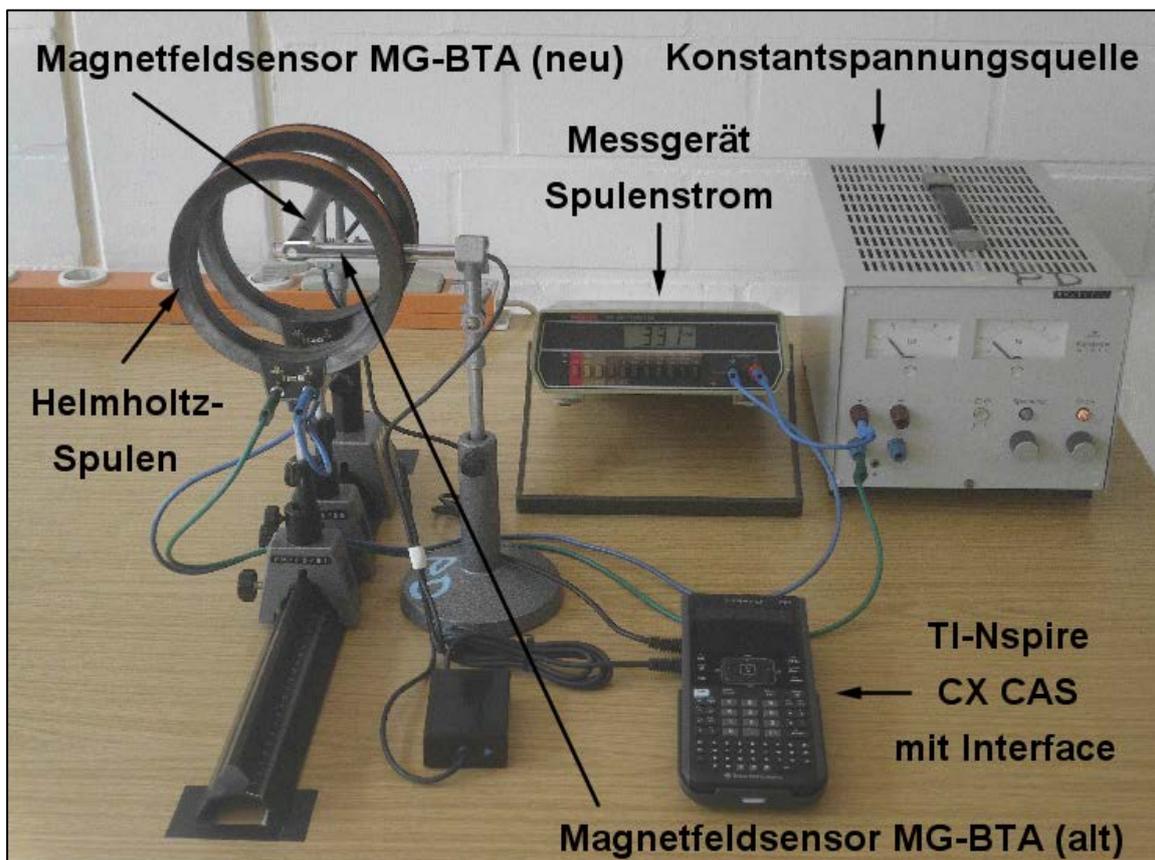


Abb. 4.2: Kalibrierungsmessungen am Helmholtzspulenpaar.

Die Bestimmung der Spulenkennlinie $B(I)$ erfolgte im Intervall $-2.0\text{A} \leq I \leq 2.0\text{A}$ bei einer Abtastrate $\delta I = 200\text{mA}$ nacheinander mit den vier oben bezeichneten Vernier-Sensoren und dem TI-nspire™-CX. Abb. 4.3 zeigt die graphische Darstellung der erhaltenen 189 B - I -Wertepaare³³. Alle Messwerte (einschließlich Unsicherheiten) finden sich auf der beiliegenden Datendisk (Kap. A.7) im Verzeichnis :\`Daten-Disk\Kalibrierung_HHS_Daten`.

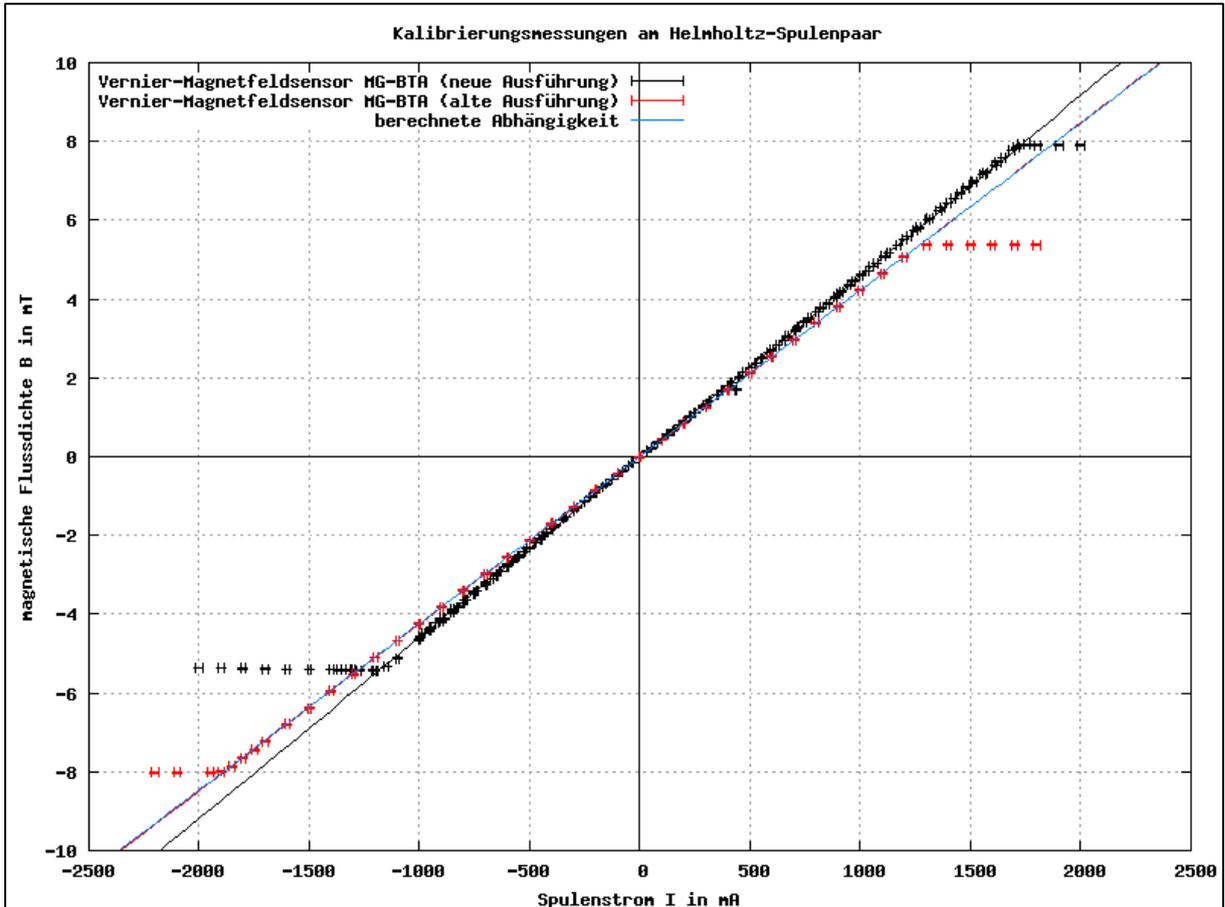


Abb. 4.3: Kalibrierungsmessungen am Helmholtzspulenpaar. $B(I)$ -Kennlinien der einzelnen Sensoren.

Wie dem $B(I)$ -Diagramm zu entnehmen ist, entspricht die Tangentensteigung im Linearbereich des alten MG-BTA-Tangentialsensors (rot eingezeichnet) mit

$$b_{\perp} = (4.240 \pm 0.002) \frac{\text{mT}}{\text{A}} \quad (4.3a)$$

der theoretisch berechneten Spulenkosten $\lambda = (4.232 \pm 0.006) \frac{\text{mT}}{\text{A}}$ nach (4.2) (blau eingezeichnet) überein (1σ -Intervall, Unsicherheit der Steigung als asymptotischer Standardfehler nach der Methode der kleinsten Quadrate mit GnuPlot).

³³ Die Unsicherheit des Spulenstroms betrug $\Delta I = 15\text{mA}$ (im verwendeten 2000mA -Messbereich des Multimeters „Keithley Model 169“), die Unsicherheit der magnetischen Flussdichte $\Delta B = 0.02\text{mT}$ [Ver13].

Die Steigungen der drei neuen MG-BTA-Axialsensoren liegen in Übereinstimmung im Bereich

$$b_{\parallel} = (4.458 \pm 0.081) \frac{\text{mT}}{\text{A}} , \quad (4.3b)$$

sind also im 3σ -Intervall nicht mit dem Theoriewert vereinbar (schwarz eingezeichnet). Eine nähere Betrachtung zeigt, dass sowohl der (ältere) MG-BTA-Tangentialsensor, als auch der neue MG-BTA-Axialsensor mit derselben Konstanten $K_1 = 3.22499 \dots \frac{\text{mT}}{\text{V}}$ kalibriert wurden (vgl. [Ver03], [Ver06]). Nach obigen Messungen erscheint dieser Kalibrierungsparameter für den (älteren) Tangentialsensor zutreffend. Die Übernahme desselben Parameters für die Axialsensoren ist jedoch eindeutig unzulässig, da sie zu deutlichen systematischen Fehlern führt³⁴.

Leider lässt sich magnetische Flussdichte im Inneren von Zylinderspulen aus geometrischen Gründen nicht direkt mit dem kalibrierten Tangentialsensor messen. Daher ist es hier zunächst notwendig, den *tatsächlichen* Kalibrierungsparameter K_1^* für MG-BTA-Axialsensoren abzuleiten, sodass

$$B_{\text{wahr}}(U_{\text{Hall}}^*) = K_0^* + K_1^* \cdot U_{\text{Hall}}^* \quad (4.4)$$

gilt.

Ein Vergleich von (3.15) und (4.1) liefert zunächst die Abhängigkeit zwischen dem *tatsächlichen* Spulenstrom I und der *tatsächlichen* Ausgangsspannung des Messverstärkers im Magnetfeldsensor U_{Hall}^*

$$a + b \cdot I_{\text{Sp}} \equiv B = K_0 + K_1 \cdot U_{\text{Hall}}^* \quad (4.5)$$

$$\Rightarrow U_{\text{Hall}}^*(I) = \frac{a - K_0}{K_1} + \frac{b}{K_1} \cdot I , \quad (4.5a)$$

womit (4.4) in

³⁴ Schon der äußere Vergleich von Tangential- und Axialsensoren zeigt, dass beide Sensortypen aus unterschiedliche Hallelemente und Messverstärker zusammengesetzt sind. Warum der Hersteller Vernier dennoch für den neu entwickelten Axialsensor keine neue Kalibrierung vornahm, erscheint unverständlich, zumal auf Datenblättern des Produkts [Ver06] mit der exakten Kalibrierung geworben wird und eindringlich gewarnt wird, den vorprogrammierten Parameter K_1 zu ändern. Ein möglicher Grund könnte darin bestehen, dass die Kalibrierungsdaten nicht in den Sensoren, sondern in der Software des TI-*nspire*TM-CX implementiert sind. Trifft dies zu, kann der Taschenrechner vermutlich nur erkennen, dass ein Magnetfeldsensor angeschlossen wurde, nicht aber unterscheiden, ob es sich um einen Tangential- oder Axialsensor handelt; somit kann nur ein Kalibrierungsparameter verarbeitet werden und das Messprogramm gibt bei der Verwendung aller neuen Axialsensoren (!) systematisch falsche Messwerte aus!

$$\begin{aligned}
B_{\text{wahr}}(I) &= K_0^* + K_1^* \cdot \left(\frac{a - K_0}{K_1} + \frac{b}{K_1} \cdot I \right) \\
&= \left(K_0^* + K_1^* \cdot \frac{a - K_0}{K_1} \right) + \left(K_1^* \cdot \frac{b}{K_1} \right) \cdot I
\end{aligned} \tag{4.4a}$$

übergeht.

Als Referenz für $B_{\text{wahr}}(I)$ dient die Kennlinie des kalibrierten MG-BTA-Tangential-sensors:

$$B_{\text{wahr}}(I_{\text{Sp}}) = a_{\perp} + b_{\perp} \cdot I \quad . \tag{4.6}$$

Ein Koeffizientenvergleich zwischen (4.4a) und (4.6) liefert:

$$K_0^* + K_1^* \cdot \frac{a - K_0}{K_1} \equiv a_{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad K_0^* = \underbrace{a_{\perp} - K_1^* \cdot \frac{a - K_0}{K_1}}_{\text{Offset}} \tag{4.7a}$$

$$K_1^* \cdot \frac{b}{K_1} \equiv b_{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad K_1^* = \frac{b_{\perp}}{b} K_1 \tag{4.7b}$$

Mit

$$b_{\perp} = (4.240 \pm 0.002) \frac{\text{mT}}{\text{A}}$$

$$b = b_{\parallel} = (4.458 \pm 0.081) \frac{\text{mT}}{\text{A}}$$

$$K_1 = 3.2249999046 \frac{\text{mT}}{\text{V}}$$

beträgt die korrigierte Kalibrierungskonstante des Axialsensors nach (4.7b)

$$K_1^* = (2.9812 \pm 0.070) \frac{\text{mT}}{\text{V}}$$

wobei die Unsicherheit nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta K_1^* = \sqrt{\left(\frac{1}{b} K_1 \cdot \Delta b_{\perp} \right)^2 + \left(\frac{b_{\perp}}{b_{\parallel}^2} K_1 \cdot \Delta b_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{b_{\perp}}{b} \cdot \Delta K_1 \right)^2} \tag{4.8}$$

resultiert. K_0^* braucht nicht mehr gesondert betrachtet zu werden, da es nach Wahl von K_1^* über den automatischen Offset-Abgleich des Messprogramms „DataQuest“ unter 1: Experiment → 9: Sensoren einrichten → 3: Null (vgl. Kap. 3.1.5) automatisch eingestellt wird.

4.1.2 Messungen an der Zylinderspule

Mit korrigiertem Kalibrierungsparameter K_1^* erfolgte die eigentliche Vermessung der magnetischen Flussdichte in der Zylinderspule, der Versuchsaufbau entspricht dem aus den Probemessungen (s.o.).

4.1.2.1 Bestimmung der Spulenkonstanten

Abb. 4.4 zeigt die B - I -Wertepaare für die Messung im Spulenzentrum bei einer Abtastrate $\delta I = 100\text{mA}$. Eine lineare Regression liefert folgende $B(I)$ -Kennlinie:

$$B(I)|_{\rho,z=0} = (15.9 \pm 4.0)\mu\text{T} + \underbrace{(2.878 \pm 0.002)}_{\equiv \kappa^*} \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot I \quad (4.9)$$

(vgl. Abb. 4.4), die zugehörigen Messdaten einschließlich der Messunsicherheiten finden sich auf der beiliegenden Daten-Disk (Kap. A.7) im Verzeichnis : \Daten-Disk\Zylinderspule_Kennlinie_Daten.

Der erwarteten Wert $\kappa_{\text{theo}}^* = (2.840 \pm 0.021) \frac{\text{mT}}{\text{A}}$ weicht relativ um $\frac{\kappa_{\text{theo}}^* - \kappa^*}{\kappa^*} = -1.3\%$ (knappe 1σ -Grenze) von der gemessenen Spulenkonstante $\kappa^* = (2.878 \pm 0.002) \frac{\text{mT}}{\text{A}}$ ab.

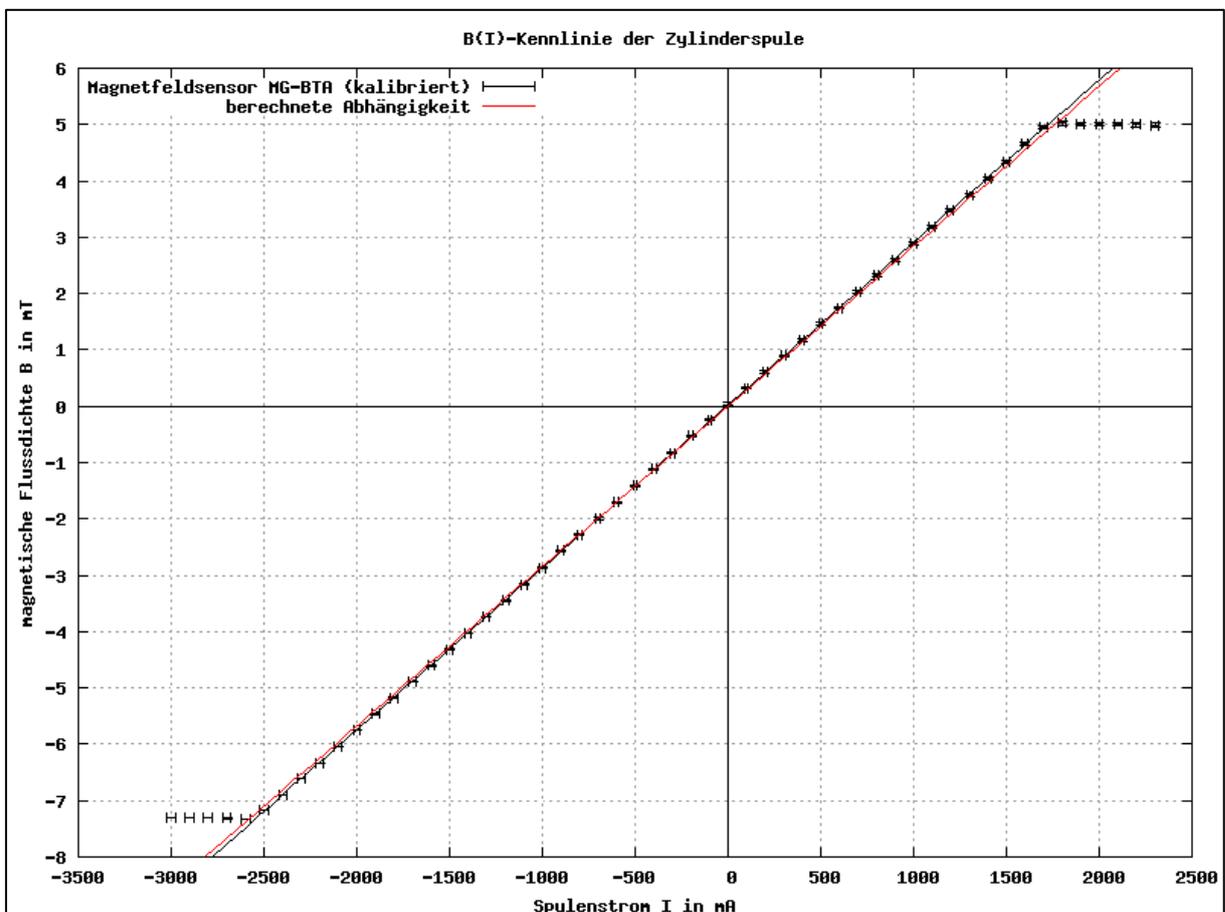


Abb. 4.4: $B(I)$ -Kennlinien der Zylinderspule. Rot eingezeichnet: erwarteter Verlauf nach (3.11).

4.1.2.2 Axialer und tangentialer Verlauf der axialen magnetischen Flussdichte

Bei der Untersuchung des axialen Verlaufs der (axialen) magnetischen Flussdichte (entlang der Spulenachse bzw. z-Achse) lag der Spulenstrom konstant bei $I = (2.000 \pm 0.016)A$. Die Zylinderspule wurde mittels einer Hebebühne mit Stellschraube so verschoben, dass $B(z)|_{\rho=0}$ bei einer Abtastrate $\delta z = (2.5 \pm 2.0)mm$ entlang der z-Achse mit dem fest eingespannten und kalibrierten MG-BTA-Axialsensor gemessen werden konnten (vgl. Abb. 4.1).

Abb. 4.5 zeigt die relative Abweichung der axialen magnetischen Flussdichte an der Stelle z im Vergleich zur Flussdichte im Spulenzentrum

$$b(z) \equiv \frac{B(z) - B(0)}{B(0)} \Big|_{\rho=0} \quad (4.10)$$

mit einer Unsicherheit von

$$\Delta b(z) = \sqrt{\left(\frac{1}{B(0)} \cdot \Delta B(z)\right)^2 + \left(\frac{B(z)}{B(0)^2} \cdot \Delta B(0)\right)^2} . \quad (4.11)$$

Die zugehörigen Messwerte sind auf der Daten-Disk (A.7) im Verzeichnis : \Daten-Disk\Zylinderspule_Struktur_Daten\axial abgelegt.

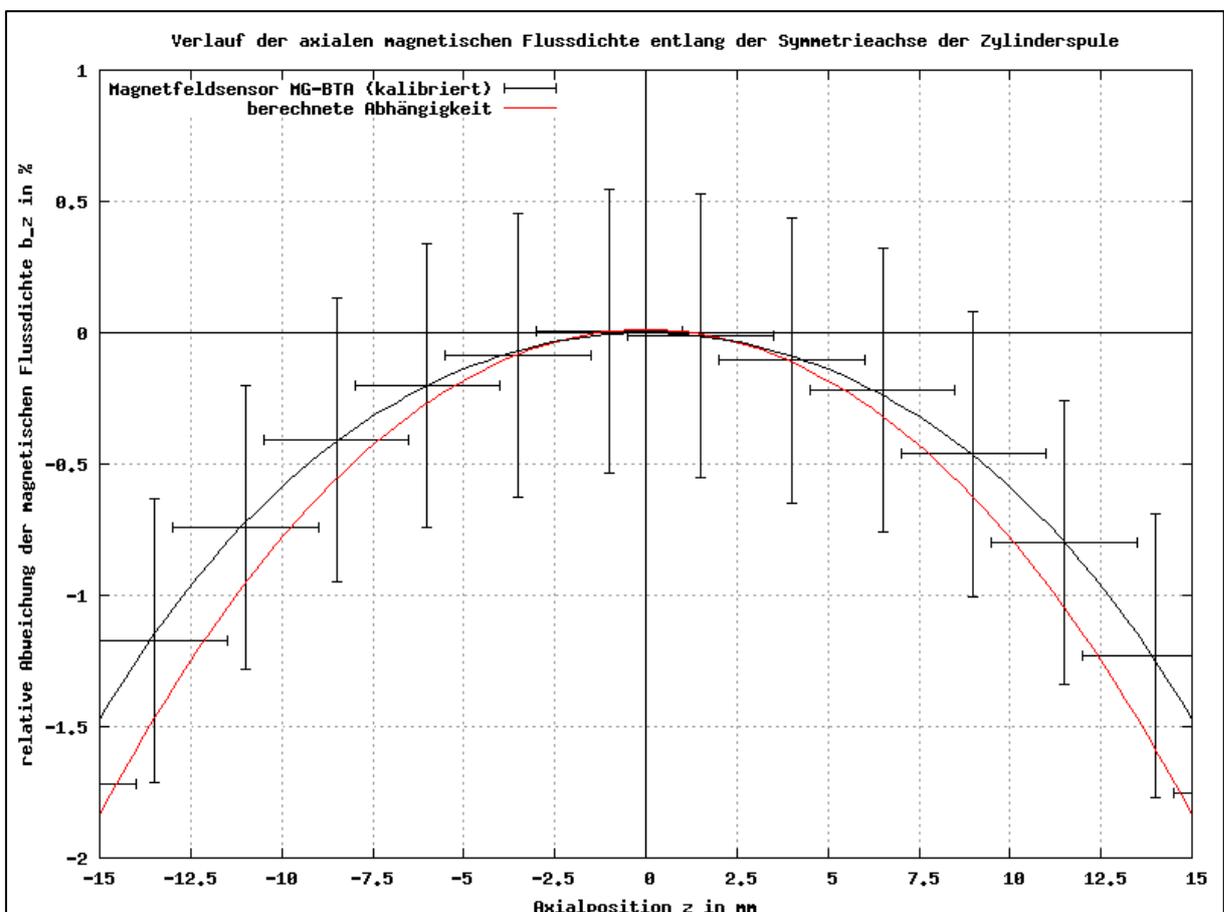


Abb. 4.5: $b(z)$ -Kennlinien der Zylinderspule entlang der z-Achse. Rot: erwarteter Verlauf nach (3.10).

An der Position $z = 5.00\text{mm}$ erfolgte zusätzlich eine Untersuchung der (axialen) magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit von der radialen Position ρ . Der Spulenstrom betrug wieder konstant $I = (2.000 \pm 0.016)\text{A}$. $B(\rho)|_{z=2.5\text{mm}}$ und wurde mit einer Abtastrate von $\delta\rho = (1.0 \pm 2.0)\text{mm}$ erfasst.

Abb. 4.6 zeigt die relative Abweichung der axialen magnetischen Flussdichte an der Stelle ρ im Vergleich zur Flussdichte an der Stelle $B(0)|_{z=5.0\text{mm}}$:

$$b(\rho) \equiv \frac{B(\rho) - B(0)|_{z=5.0\text{mm}}}{B(0)|_{z=5.0\text{mm}}} \Bigg|_{z=5.0\text{mm}} \quad (4.12)$$

(Unsicherheit analog (4.11)).

Die zugehörigen Messwerte sind auf der Daten-Disk (A.7) im Verzeichnis `:\Daten-Disk\Zylinderspule_Struktur_Daten\radial` abgelegt.

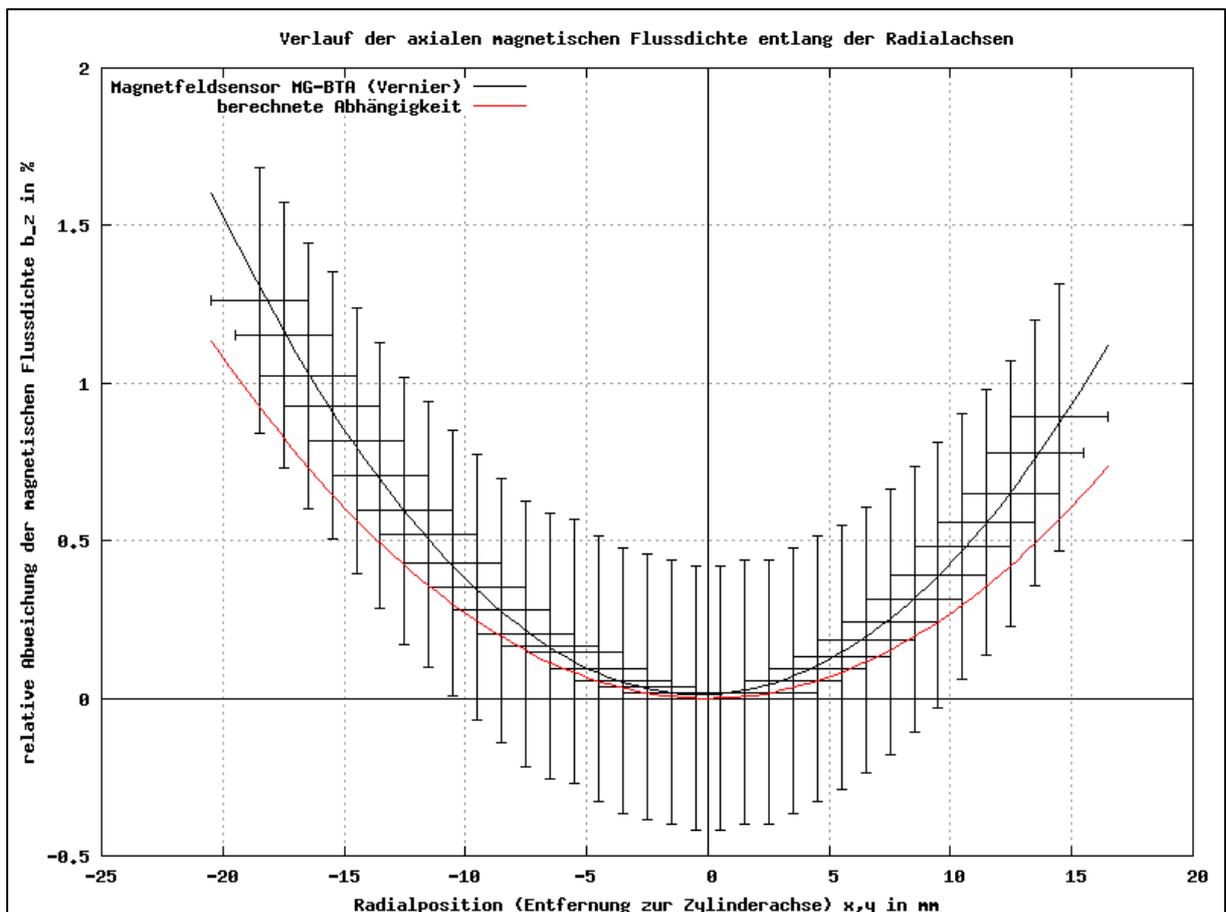


Abb. 4.6: $b(\rho)$ -Kennlinien der Zylinderspule entlang der ρ -Achse durch $z = 5.0\text{mm}$. **Rot:** erwarteter Verlauf³⁵.

Wie den Flussdichte-Verläufen zu entnehmen ist, beträgt die Schwankung des magnetischen Feld in Bereich $-5\text{mm} \leq z \leq 5\text{mm}$ und $-10\text{mm} \leq \rho \leq 10\text{mm}$ (dies ist der Raumbereich, in dem später das Leuchtschirmsystem des Magischen Auges liegt) weniger als 0.25%.

³⁵ Die Berechnung der elliptischen Integrale erster und dritter Ordnung erfolgte unter Verwendung der Integraltafeln in [Han17].

4.1.3 Die Erdfeldkorrektur

Da in den bisherigen Betrachtungen die magnetischen Hintergrundfelder noch unberücksichtigt blieben, stimmt die theoretisch erwartete (und mit dem obigen Verfahren gemessene) magnetische Flussdichte B im Inneren der Zylinderspule i. A. nicht exakt mit der *tatsächlichen* magnetischen Flussdichte B^* übereinstimmt. Für Präzisionsmessungen sind daher weitere Korrekturen erforderlich.

Bei einem freistehenden Aufbau ist das magnetische Hintergrundfeld in guter Näherung durch das Magnetfeld der Erde gegeben, sodass nur die *Erdfeldkorrektur* anfällt. Hierfür ist die genaue Stärke und Orientierung des lokalen Erdfelds, also die Kenntnis der erdmagnetischen Elemente Deklination D , Inklination i und Horizontalintensität H am Experimentierplatz notwendig (vgl. Abb. 4.7).

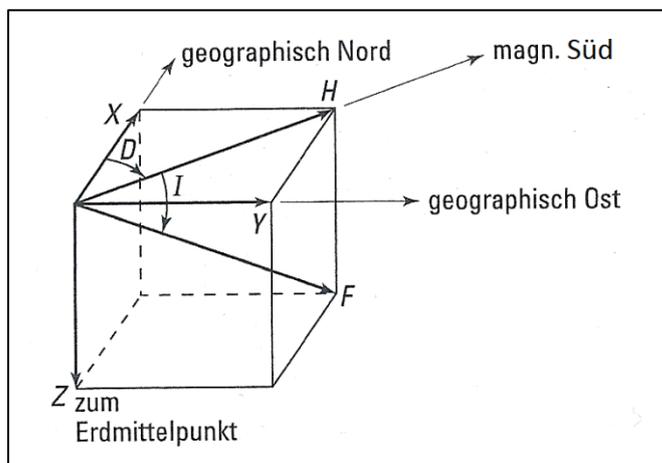


Abb. 4.7: Zur Definition der erdmagnetischen Elemente.
Abb. nach: [Rai06].

Die Verfälschung der axialen magnetischen Flussdichte in der Zylinderspule beträgt (bei vertikaler Ausrichtung der Spulenachse) gerade

$$|B_{\text{Erde}}| \equiv H \cdot \tan i \quad (4.13)$$

womit

$$B^* \cong B \pm |B_{\text{Erde}}| \quad (4.14)$$

wird.

Das Vorzeichen ist entsprechend der Orientierung des Spulenfeldes zu wählen: Zeigt das Feld vertikal zum Erdmittelpunkt, gilt das obere Zeichen, da die Vertikalintensität auf der Nordhalbkugel ebenfalls in Richtung Erdmittelpunkt orientiert ist und sich die Felder addieren. Im umgekehrten Fall schwächt das Erdfeld das vertikal vom Erdmittelpunkt weg weisende Feld und es ist das untere Vorzeichen zu wählen.

Die erdmagnetischen Elemente betragen für Bielefeld

$$D = -0.6^\circ$$

$$i = 67.2^\circ$$

$$H = 18.9 \mu\text{T}$$

[Vop95], sodass

$$|B_{\text{Erde}}| = 45.0 \mu\text{T}$$

ist.

4.2 Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit der Abstimmanzeigeröhre EM34

Für die genaue Beschreibung der Leuchtbildkrümmung in der Abstimmanzeigeröhre EM34 wurde die in Abb. 4.8 dargestellte Nomenklatur gewählt. Die Steuerstege I/II sind durch ihre unterschiedlichen Steueranoden immer identifizierbar, sodass auch die dahinterliegenden Schattenwinkel I/II eindeutig definiert sind. Jeder Schattenwinkel besitzt zwei Leuchtgrenzen, von denen jeweils eine dem Steuersteg abgewandt und die andere dem Steuersteg zugewandt ist³⁶. Wie der Abbildung deutlich zu entnehmen ist, weisen die steuerstegabgewandten Leuchtgrenzen eine stärkere Krümmung aus, als die steuerstegzugewandten. Im Folgenden wurden nur die steuerstegabgewandten Leuchtgrenzen vermessen, da sie nicht durch die Feldinhomogenität in Steuerstegnähe beeinflusst werden (vgl. Kap. 2.3.1).

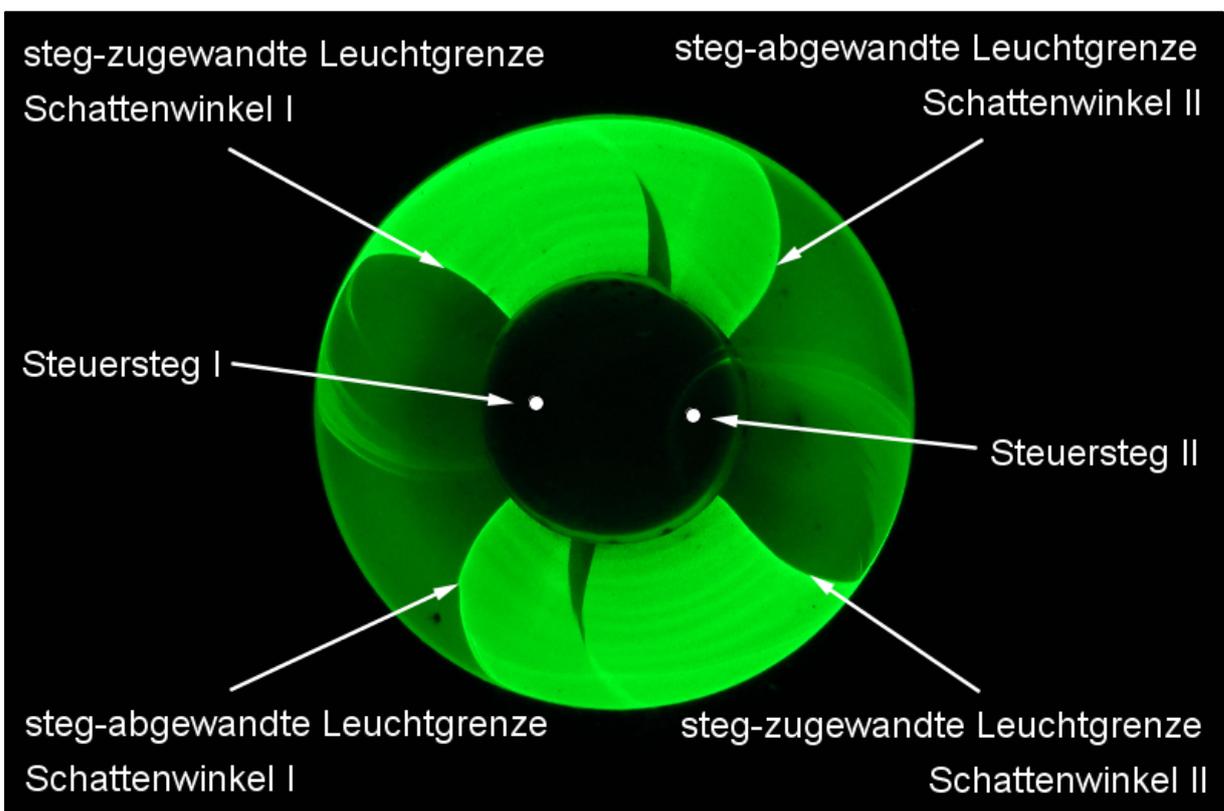


Abb. 4.8: Nomenklatur der Leuchtwinkelgrenzen bei einer EM34-Röhre.

4.2.1 Festlegung der Betriebswerte

Zur Festlegung der Betriebswerte für die e/m -Bestimmung sind zwei Faktoren zu berücksichtigen: 1. Die *Grenzdaten der verwendeten Abstimmanzeigeröhre EM34*

³⁶ Welche der Grenzen jeweils steuerstegzu- oder -abgewandt ist, hängt von der Orientierung des Magnetfelds ab.

bzw. der Zylinderspule und 2. die Wertebereiche, in denen keine systematischen Verzerrungen der Messwerte auftritt.

Nach Herstellerangaben [Phi56], [RFT53] sind

$$\begin{aligned} U_{L,\min} &= 100\text{V} & I_{\min} &= 0.0\text{A} \\ U_{L,\max} &= 300\text{V} & I_{\max} &= 7.0\text{A} . \end{aligned}$$

Innerhalb dieser Grenzen erfolgte zunächst eine Analyse systematischer Unsicherheiten, wofür jeweils die Parameterabhängigkeit der Spezifischen Elementarladung $e/m = f(I)$ und $e/m = f(U_L)$ betrachtet wurde.

e/m ergibt sich nach (1.8) mit $U_a \equiv U_L$ und (4.14) aus der eingestellten Leuchtschirmspannung U_L , dem mit GeoGebra bestimmten Krümmungsradius r und der um das Erdfeld korrigierten magnetischen Flussdichte B^* :

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_L}{r^2 \cdot B^{*2}} \quad (4.15)$$

Die Unsicherheit der Einzelmessung beträgt nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\left(\frac{e}{m}\right) = \sqrt{\left(\frac{2}{r^2 \cdot B^{*2}} \cdot \Delta U_L\right)^2 + \left(\frac{4U_L}{r^3 \cdot B^{*2}} \cdot \Delta r\right)^2 + \left(\frac{4U_L}{r^2 \cdot B^{*3}} \cdot \Delta B^*\right)^2} \quad (4.16)$$

Die Untersuchung der systematischen Stromstärkeabhängigkeit $e/m(I)$ erfolgte bei drei verschiedenen Leuchtschirmspannungen³⁷: $U_{L1} = (175.0 \pm 0.9)\text{V}$, $U_{L2} = (225.0 \pm 1.0)\text{V}$ und $U_{L3} = (275.0 \pm 1.1)\text{V}$. Bei jeder Spannung wurden 16 unterschiedliche magnetische Flussdichten durch Wahl einer Stromstärke innerhalb der Grenzdaten eingestellt und die Krümmungsbilder nach Erreichen der thermischen Gleichgewichte³⁸ mit einer digitalen Videokamera vom Typ „Panasonic HDC-TM900“ (Auflösung: $4864 \times 2736\text{Px} = 14.2\text{MPx}$) abfotografiert.

Alle Bilder wurden maßstabsgetreu im Verhältnis $1.290\text{GE} \times 0.736\text{GE}$ in GeoGebra abgebildet (GE: GeoGebra-Einheit). Die Bildunschärfe der Schattenwinkelgrenzen lag im Mittel bei 25 Pixel-Längen, sodass mit dem Maßstab $T = \frac{21\text{mm}}{0.64\text{GE}} \approx 32.8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{GE}}$ für die Messunsicherheit des Krümmungsradius' folgt:

$$\Delta r = 25 \cdot \frac{1.290\text{GE}}{4864} \cdot T \approx \frac{1}{5} \text{mm} \quad (4.17)$$

Das magnetische Feld der Zylinderspule wies bei allen Messungen vertikal vom Erd-

³⁷ Die Unsicherheit der Spannungsmessung betrug bei dem verwendeten Spannungsmesser „Phillips 2517E multimeter“ nach Herstellerangaben $\Delta U_L = \pm(0.2\% \cdot U_L + 0.05\% \cdot 1000\text{V})$. Spannungsschwankungen waren nicht zu beobachten.

³⁸ In Folge der am Spulendraht abfallenden Verlustleistung (Wärmeentwicklung) steigt der Spulenwiderstand, sodass der Spulenstrom bis zum Erreichen des thermischen Gleichgewichts fällt.

Mittelpunkt weg, sodass die korrigierte magnetische Flussdichte B^* aus der gemessenen Stromstärke I nach (4.9) und (4.14) zu

$$B^* = B - |B_{\text{Erde}}| = \kappa^* \cdot I - |B_{\text{Erde}}| = 2.878 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot I - 45.0 \mu\text{T} \quad (4.18)$$

hervorgeht. Bei einem als genau angenommen Erdmagnetfeld ist die Unsicherheit ΔB^* gegeben durch

$$\Delta B^* = \sqrt{(\kappa^* \cdot \Delta I)^2 + (I \cdot \Delta \kappa^*)^2} \quad (4.19)$$

In Abb. 4.9 ist die $\frac{e}{m}(I)$ -Abhängigkeit bei den verschiedenen Leuchtschirmspannungen eingezeichnet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde auf die Darstellung der Fehlerbalken verzichtet. Alle Messungen einschließlich der vollständigen Fehlerrechnung sind auf der Daten-Disk (A.7) im tabellarisch unter dem Pfad `: \Daten-Disk\EM34_l_Systematische_Abhängigkeiten\Daten_EM34_l_S.xlsx` abgelegt³⁹. Die Unsicherheit $\Delta(e/m)$ nach (4.16) beträgt im Mittel $\pm 0.17 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$.

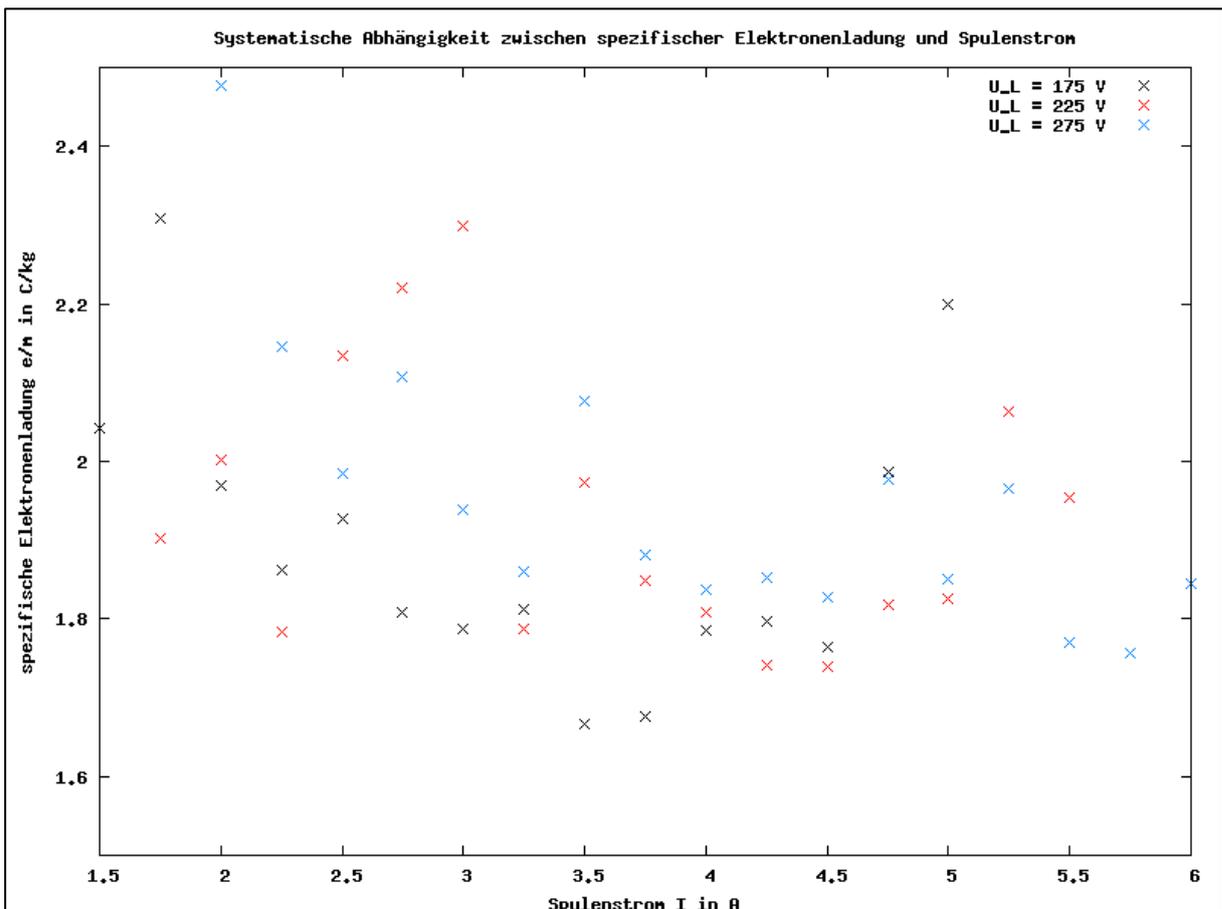


Abb. 4.9: Abhängigkeit der (berechneten) Spezifischen Elektronenladung vom eingestellten Spulenstrom.

³⁹ Die Unsicherheit der Strommessung betrug bei dem verwendeten Strommesser „Phillips 2517E multimeter“ nach Herstellerangaben $\Delta I = \pm(0.5\% \cdot U_L + 0.05\% \cdot 10.0\text{A})$.

Wie der Abbildung zur entnehmen ist, ist die (berechnete) Spezifische Elektronenladung im Rahmen der Messunsicherheiten nur im Intervall $3.75\text{A} < I < 4.75\text{A}$ näherungsweise spulenstrom- bzw. flussdichteunabhängig. Außerhalb des Intervalls hängt e/m außerdem signifikant von der Leuchtanodenspannung U_L ab.

Diese Beobachtungen spiegeln sich auch in der Untersuchung der systematischen Leuchtschirmspannungsabhängigkeit $\frac{e}{m}(U_L)$ wieder (Abb. 4.10). Bei konstanten Spulenströmen, die innerhalb des oben bezeichneten Spulenstromintervalls mit $I_1 = (3.500 \pm 0.0028)\text{A}$, $I_2 = (4.000 \pm 0.030)\text{A}$ und $I_3 = (4.500 \pm 0.033)\text{A}$ gewählt waren, schwankte die (berechnete) Spezifische Elektronenladung innerhalb der Messunsicherheiten unabhängig von der Leuchtschirmspannung U_L um einen konstanten Wert von $\langle \frac{e}{m} \rangle \approx 1.9 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$. Dabei ist die Varianz bzw. Standardabweichung der Einzelmessungen bei $I \approx 4.5\text{A}$ über das insgesamt beobachtete Spannungsintervall besonders gering (blaue Datenreihe). Im Leuchtschirmspannungsintervall $225\text{V} < U_L < 275\text{V}$ divergieren die für die verschiedenen Spulenströmen berechneten Spezifischen Elektronenladungen besonders wenig.

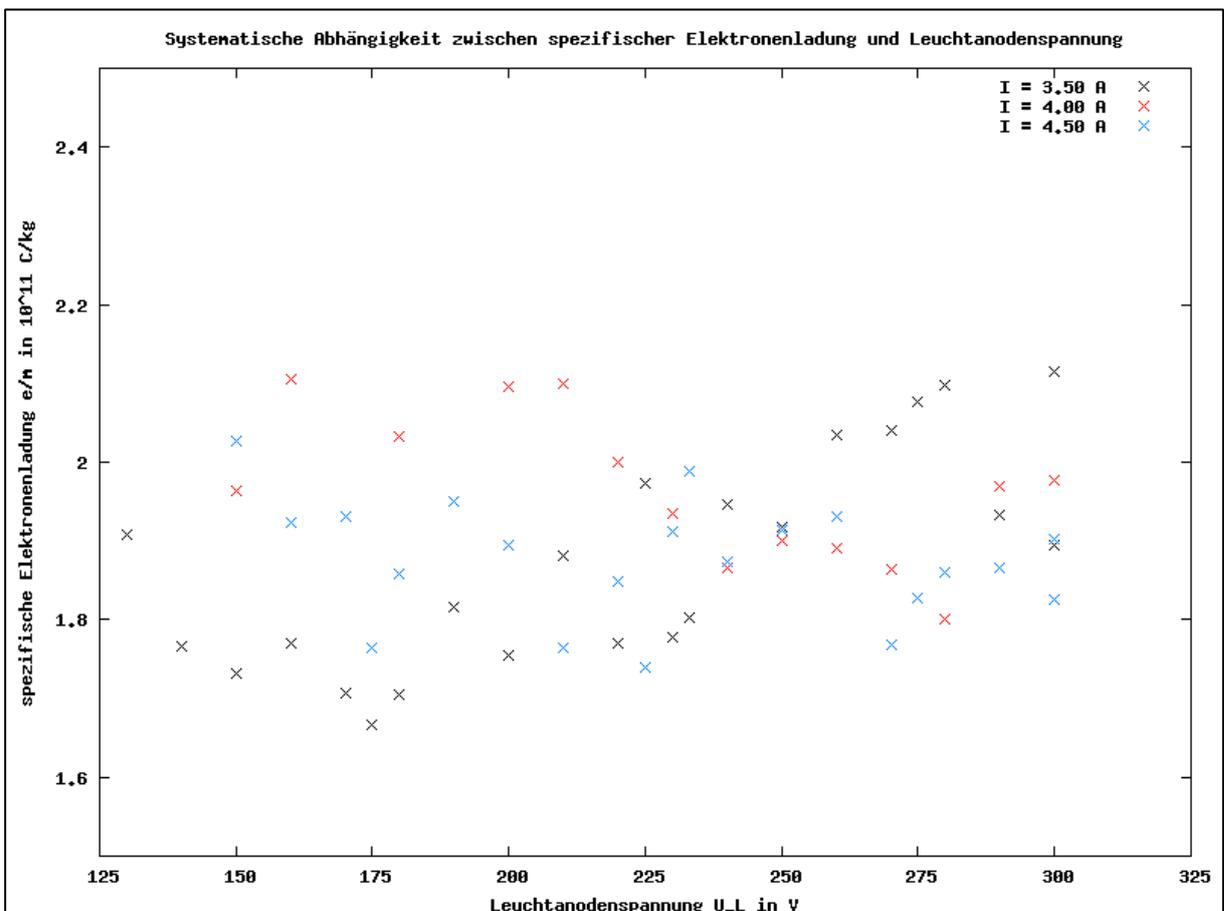


Abb. 4.10: Abhängigkeit der (berechneten) Spezifischen Elektronenladung von der eingestellten Leuchtschirmspannung.

Aus der beobachteten Leuchtschirmspannungs-Unabhängigkeit der (berechneten) Spezifischen Elektronenladung ist zu schließen, dass die Inhomogenitätseffekte des elektrischen Feldes im untersuchten Wertebereich *höchstens* zu einem systematischen, aber *konstanten, proportionalen (!) Fehler* in der e/m -Messung führen, das Messverfahren ansonsten aber nicht beeinträchtigen. Dies stimmt mit den theoretischen Modellierungen aus Kap. 2.3.1 überein.

Die systematische Spulenstrom- bzw. Flussdichte-Abhängigkeit von e/m kann nicht auf Inhomogenitätseffekte der Spule selbst zurückgeführt werden, da deren Feldhomogenität nach (3.10a), (3.13) und (3.14) nur von festen äußeren Abmessungen abhängt und nicht von dem Spulenstrom begrenzt wird. Daher muss die Verzerrung auf Wechselwirkungen zwischen den Röhrenbauteilen und dem magnetischen Feld zurückzuführen sein. Denkbar wäre, dass Bestandteile des Leuchtschirm- oder Triodensystems ferromagnetische Komponenten bzw. Verunreinigungen enthalten.

Nach obigen Betrachtungen sind die Verzerrungen in den Wertebereichen

$$I = 3.75 \dots 4.75 \text{ A}$$

$$U_L = 225 \dots 275 \text{ V}$$

minimal, diese Bereiche werden daher als *Betriebswerte* der Apparatur festgelegt.

4.2.2 (Wiederholungs-)Messungen am linksgekrümmten Schattenwinkel II

Die relativen Unsicherheiten der Einzelmessungen

$$\Delta \left(\frac{e}{m} \right)_{i\%} = \frac{s_i}{\left(\frac{e}{m} \right)_i} \cdot 100\% \quad (4.20)$$

bei den obigen Betrachtungen deuteten mit durchschnittlich $\langle \Delta \left(\frac{e}{m} \right)_{i\%} \rangle = 9.8\%$ (als Schätzwert für das erwartete 1σ -Vertrauens-Intervall) auf eine relativ starke, statistische Streuung der Einzelmessungen hin (vgl. beigefügter Datensatz, s_i : Standardabweichung). Daher erscheint es sinnvoll, den genauen Wert der Spezifischen Elementarladung aus dem Mittelwert vieler Wiederholungsmessungen abzuleiten.

Im Falle statistischer, *zufälliger* Unsicherheiten geht die Streuung der Messwerte i in eine Gauß'sche Normalverteilung mit einer Wahrscheinlichkeitsdichte

$$w \left[\left(\frac{e}{m} \right)_i \right] = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left(- \frac{\left[\left(\frac{e}{m} \right)_i - \mu \right]^2}{2\sigma^2} \right) \quad (4.21)$$

mit dem Erwartungswert μ und der Varianz σ^2 über. Für $n > 100$ liefert der Mittelwert der Einzelmessungen $\langle \left(\frac{e}{m}\right) \rangle$ eine auf mehr als 0.5% genaue Abschätzung für den Erwartungswert und die Standardabweichung des Mittelwerts

$$\langle s \rangle \equiv \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{e}{m}\right)_i - \langle \left(\frac{e}{m}\right) \rangle \right)^2} = \frac{s_i}{\sqrt{n}} \quad (4.22)$$

eine Abschätzung für σ . (Student-Faktor: $t(n=100)|_{1\sigma} = 1.005$) [Str08].

$w\left[\left(\frac{e}{m}\right)_i\right]$ kann aus der *Häufigkeitsverteilung* der beobachteten n Einzelmessungen $\left(\frac{e}{m}\right)_i$ mit der Klassenbreite $\delta\left(\frac{e}{m}\right)$ approximiert werden, die Wahrscheinlichkeit δn_i Werte im Intervall $\left(\frac{e}{m}\right)_i + \delta\left(\frac{e}{m}\right)$ zu finden beträgt

$$w\left[\left(\frac{e}{m}\right)_i\right] = \frac{\delta n_i}{n} \cdot \frac{1}{\delta\left(\frac{e}{m}\right)} \quad (4.23)$$

Durch Optimierung von (4.23) nach den Variablen μ und σ in (4.21) resultiert schließlich eine im Vergleich zur Einzelmessung um den Faktor \sqrt{n} genauere Schätzung der Spezifischen Elektronenladung $\frac{e}{m}$.

Für die möglichst exakte Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung fanden $n = 139$ Einzelmessungen innerhalb der Betriebswerte aus Kap. 4.2.1 statt. Alle Krümmungsbilder wurden wie in den Vormessungen fotografiert (Einzelbilder sind auf der Daten-Disk unter dem Pfad : \Daten-Disk\EM34_1_Messungen\Bilder beigefügt). Die verwendete Versuchsanordnung (einschließlich der Messinstrumente und der Orientierung des magnetischen Feldes) entsprach der aus den Vormessungen, sodass alle Unsicherheiten nach (4.16), (4.17), (4.19), sowie die Erdfeldkorrektur nach (4.18) analog obiger Betrachtungen anfallen. Eine Berechnung der Spezifischen Elektronenladung aus den Einzelmessungen, sowie die vollständige Fehlerrechnung sind tabellarisch unter : \Daten-Disk\EM34_1_Messungen\Daten_EM34_1_equal.xlsx aufgeführt.

Für die Approximation der erwarteten Spezifischen Elektronenladung μ aus der Häufigkeitsverteilung nach (4.21) und (4.23) erfolgte zunächst eine Klasseneinteilung. Die Klassenbreite wurde dabei nach der Scottschen Klassenbreiten-Optimierung zu

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = 3.49 \cdot \frac{\langle s \rangle}{\sqrt[3]{n}} \quad (4.24)$$

[Sco79] gewählt. Mit $\langle s \rangle = 0.07369 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ ist $\delta\left(\frac{e}{m}\right) \approx 0.05 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$.

Hieraus resultiert folgende Verteilung der Einzelmessungen:

Intervall, $\left[\left(\frac{e}{m}\right)_i\right] = 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$	Häufigkeit δn_i
$1.5875 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.6375$	1
$1.6375 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.6875$	3
$1.6875 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.7375$	14
$1.7375 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.7875$	32
$1.7875 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.8375$	34
$1.8375 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.8875$	23
$1.8875 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.9375$	19
$1.9375 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 1.9875$	9
$1.9875 \leq \left(\frac{e}{m}\right)_i < 2.0375$	4
Gesamtzahl der Messungen n	139

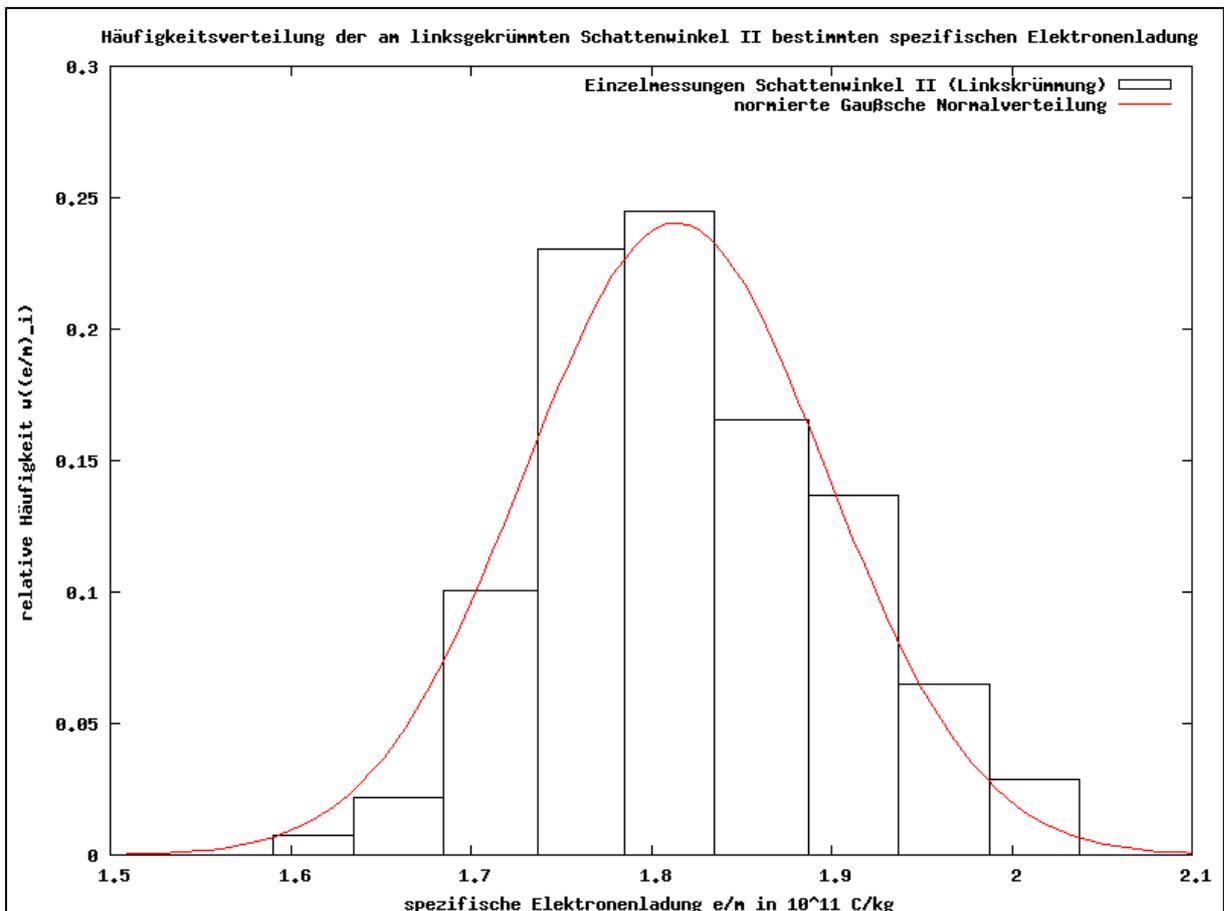


Abb. 4.11: Häufigkeitsverteilung der Einzelmessungen $(e/m)_i$.

Rot eingezeichnet: Nach μ, σ optimierte Gauß'sche Normalverteilung nach (4.21).

Abb. 4.11 zeigt eine Visualisierung der Häufigkeitsverteilung. Die Normalverteilung wurde nach dem Verfahren der kleinsten Quadrate mittels GnuPlot optimiert (rot eingezeichnet), womit der Erwartungswert und Standardabweichung der spezifischen Elektronenladung

$$\mu = (1.814 \pm 0.007) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\sigma = (0.084 \pm 0.008) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

betragen. Das arithmetische Mittel $\langle \left(\frac{e}{m}\right) \rangle = 1.813 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ stimmt mit seiner Standardabweichung $\langle s \rangle = 0.074 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ im Rahmen der 1σ -Grenze gut mit dem Erwartungswert $\mu \pm \sigma$ überein, wodurch in Übereinstimmung mit der Studentschen Vorhersage [Str08] bestätigt wird, dass $n = 139$ hinreichend groß gewählt wurde.

Aus der Regelmäßigkeit der Häufigkeitsverteilung mit einer Schiefe von

$$\gamma \equiv \frac{1}{n\sigma^3} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{e}{m}\right)_i - \mu \right]^3 \approx 0.6 \quad (4.25)$$

(leichte Rechtsschiefe) und einer Kurtosis von

$$c \equiv \frac{1}{n\sigma^4} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{e}{m}\right)_i - \mu \right]^4 - 3 \approx 0.6 \quad (4.26)$$

(geringe Peak-Neigung) kann die Streuung in guter Näherung als statistisch bzw. zufällig betrachtet werden [Squ71].

Mit dem Korrekturfaktor $\Gamma = 0.938$ folgt schließlich die um die Inhomogenitäts-Effekte der Röhre bereinigte spezifische Elektronenladung (Kap. 2.3.1) nach (2.12) zu:

$$\frac{e^*}{m} = \Gamma \cdot (\mu \pm \sigma) = (1.702 \pm 0.079) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Dieser Wert entspricht im Rahmen der Messunsicherheit (1σ -Grenze) dem aktuell gültigen CODATA-Literaturwert von $\left(\frac{e}{m_0}\right)_{\text{Lit}} = 1.758820088(39) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ [Moh12], die

relative Abweichung beträgt $\frac{\frac{e^*}{m} - \left(\frac{e}{m_0}\right)_{\text{Lit}}}{\left(\frac{e}{m_0}\right)_{\text{Lit}}} = -3.2\%$.

Relativistische Korrekturen brauchen nicht vorgenommen zu werden, da die Elektronengeschwindigkeit bei $U_L \approx 250\text{V}$ mit $v_0 \approx 9.4 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.1\% c$ gegenüber der Lichtgeschwindigkeit $c = 2.99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ vernachlässigt werden kann.

5 Zusammenfassung

Zielsetzung der vorliegenden Bachelor-Arbeit war es, ein quantitatives, kostengünstiges Verfahren zur Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit Radoröhren zu entwickeln, das im schulischen Physikunterricht der Sekundarstufe II eingesetzt werden kann. An dieser Stelle sei nun abschließend diskutiert, inwieweit dies mit dem vorgestellten Versuch „Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit Abstimmanzeigeröhren“ gelingt. Hieran schließt ein kurzer Ausblick über die e/m -Bestimmung mit anderen Radoröhren an.

5.1 Güte des Messverfahrens

Der vorgestellte Versuch liefert bei Verwendung einer Valvo-EM34-Abstimmanzeige eine auf 3.2% genaue Abschätzung der Spezifischen Elektronenladung. Damit ist das Verfahren um etwa eine Größenordnung präziser, als alle bereits vorgeschlagenen Methoden zur e/m -Bestimmung mit Magischen Augen [PSSC66], [Sci99], [Bro06], [Phy13] und liefert Ergebnisse, die in ihrer Genauigkeit denen des klassischen Fadenstrahlrohrs [Ley13] entsprechen.

Eine Einzelmessung (beliebige Wahl von Spulenstrom und Leuchtschirmspannung innerhalb der Betriebswerte, anschließend Aufnahme des Krümmungsbilds) beansprucht wenig Zeit. Die *Auswertung* der Aufnahmen ist deutlich aufwändiger, da jedes Bild zunächst in das Geometrieprogramm „GeoGebra“ eingefügt, vergrößert und vermessen werden muss.

Wie die Betrachtungen in Kap. 4.2.2 zeigen, liefert bereits die Berechnung des arithmetischen Mittels und seiner Standardabweichung bei $n > 100$ Wiederholungsmessungen eine gute Näherung für μ und σ , sodass nicht zwingend der Umweg über ein Histogramm oder die Gauß'sche Normalverteilung erforderlich ist. Selbst unter Vernachlässigung aller Inhomogenitätseffekte des Magischen Auges (Kap. 2.3.1) beträgt die Abweichung des Mittelwerts der Spezifischen Elektronenladung gegenüber dem Literaturwert weniger als 9.4%.

5.2 Bau der Versuchsanordnung

Ein Nachbau der Versuchsanordnung in der dargestellten Form ist bei fortgeschrittenen Kenntnissen in der Holzbearbeitung und (Fein-)Elektronik mit entsprechendem

Werkzeugen unproblematisch. Kap. A.4 (Anhang) bietet eine chronologische Übersicht über die wichtigsten Arbeitsschritte, weitere Zwischenschritte enthält die Daten-Disk unter dem Pfad : \Daten-Disk\Röhrenmodul_Konstruktion. Die insgesamt einzukalkulierende Bauzeit beträgt etwa 30 Stunden (ohne Trocknungszeiten), die zu gleichen Teilen auf mechanische und elektrische Arbeiten entfällt. Der hohe Zeitaufwand und die auf den ersten Blick kompliziert erscheinende Konstruktion sind den technischen und ästhetischen Ansprüchen, die an den Aufbau gestellt wurden geschuldet⁴⁰.

Mit weniger Vorkenntnissen und geringerem Materialaufwand bzw. Werkzeugeinsatz kommt die Low-Cost-Variante des Versuchs aus: Der Röhrenkasten besteht nicht aus Holz, sondern einem einfach zu bearbeitenden Fertig-Kunststoffgehäuse, als Spule dient eine schulübliche, rechteckige Hochstrom-Transformatorenspule (z.B. MAE541, vgl. Fußnote 23 in Kap. 3.1). Die Selektorschaltung entfällt bei gegebenem Röhrentyp. Abb. 5.1–5.4 zeigen ein fertiges Low-Cost-Röhrenmodul⁴¹.



Abb. 5.1: Fertiges Low-Cost-Röhrenmodul.



Abb. 5.2: Das Innere des Low-Cost-Röhrenmoduls.

Die Kosten für den Bau der hochwertigen Holz-Variante betragen, einschließlich des Magischen Auges EM34 104,17€ (Kap. A.4.1). Ggf. kommen für ein Hochspannungsnetzteil noch 20,85€ (Kap. A.4.3) und für den optionalen Gleichstromregler

⁴⁰ Magische Augen entstammen einer Zeit, in der es noch üblich war, den Wert einer elektrischen oder physikalischen Apparatur durch ein individuelles, handgearbeitetes (und nicht selten äußerst kunstvolles) Holzgehäuse zu unterstreichen. Nach Ansicht des Autors wäre die bloße Verwendung eines fertigen, einfach zu bearbeitenden Kunststoffgehäuses bzw. eines Spulenkörpers aus Polypropylen-Rohr diesem Zeitgeist und dem ideellen Wert eines Magischen Auges nicht gerecht geworden.

⁴¹ Dieses Low-Cost-Röhrenmodul wurde von Frau Prof. Dr. B. Fromme (Universität Bielefeld) zur Verfügung gestellt.

31,94€ (Kap. A.4.4) hinzu. Für die Low-Cost-Variante fallen einschließlich der etwas günstigeren russischen Abstimmanzeigeröhre 6E5C 39,20€ (Kap. A.4.2) an.



Abb. 5.3: Verdrahtung des Low-Cost-Röhrenmoduls.

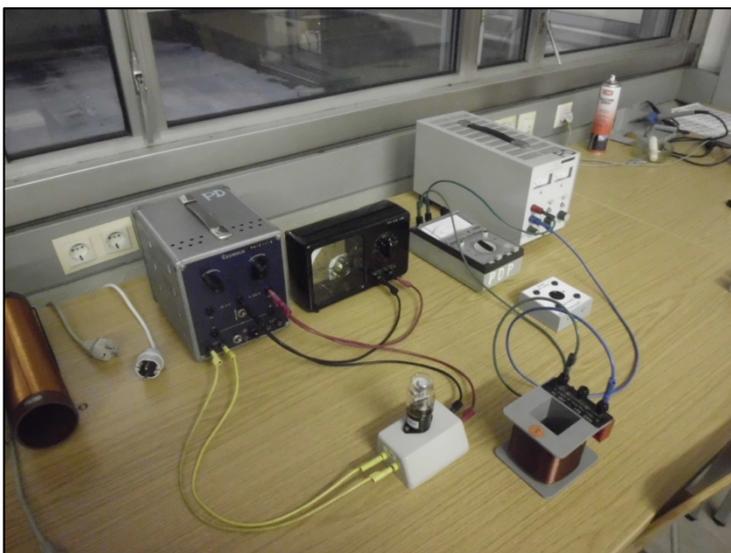


Abb. 5.4: Versuchsaufbau: e/m -Bestimmung mit dem Low-Cost-Röhrenmodul und einer 6E5-Röhre. Rechts im Vordergrund ist die rechteckige Transformatorenspule MAE541 zu erkennen.

Ein mitunter kniffliges Unterfangen ist die Beschaffung der Magischen Augen. Im Internet werden Röhren aus der 6E5-Serie, sowie deren russischen Kopien 6E5C kostengünstig (Stückpreis: 15-35€) angeboten. Häufig handelt es sich hierbei um Ware der Güteklasse II mit geringen Produktionsfehlern (ungleichmäßig beschichteter Leuchtschirm, schiefe „Pupille“ (Abdeckkappe), verkippte Zylindersymmetrie, schiefe Steuerstege)⁴². Solche Röhren sollten nicht verwendet werden, da für gute Messungen eine (nahezu) perfekte Zylindersymmetrie von existentieller Bedeutung ist.

Qualitativ hochwertiger sind die Zweibereich-Abstimmanzeigeröhren EM4/34 und EFM11, insbesondere die der namhaften Röhrenhersteller Valvo, Philips, Telefunken, Siemens (auch: Cifte, Mazda). Diese Röhren unterlagen nach der Fertigung strengen Prüfkriterien, sodass selten fehlerhafte Ware in den Handel gelangte⁴³. Leider sind entsprechende Röhren mittlerweile teuer geworden (Stückpreis: 90-150€); dies wird von unseriösen Anbietern, die Röhren mit verbrauchter Leuchtschicht vertreiben, ausgenutzt (bei entsprechend langer Belichtungszeit liefert auch eine un-

⁴² Russische 6E5C-Röhren sind –trotz sichtbarer Produktionsfehler– häufig mit dem OTK-Gütesiegel (militärisches, russisches Prüfzeichen) gekennzeichnet. Solche Röhren sollten nach Möglichkeit nur nach Begutachtung des Leuchtschirmsystems oder Leuchtbilds erworben werden.

⁴³ Mehrere Hersteller, insbesondere Telefunken und Valvo warben aktiv mit einer Garantie-Gewährleistung.

brauchbare Röhre noch eindrucksvolle Bilder für das Internet-Foto, s. Abb. 5.5!). Zeigt das grüne Leuchtbild um die Pupille herum gelblich-orange Verfärbungen (Streulicht des glimmenden Filaments) ist die Röhre mit Sicherheit verbraucht, so dass vom Kauf dringend abzuraten ist!

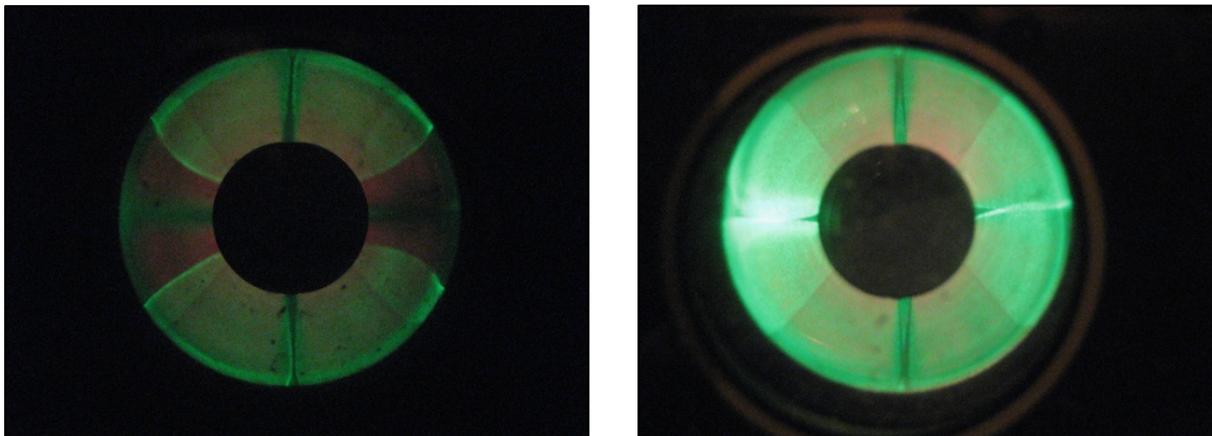


Abb. 5.5: Verbrauchte Magische Augen, fotografiert mit kurzer (links) und verlängerter (rechts) Belichtungszeit. Gut zu erkennen ist das gelblich-orange Streulicht des Filaments um die Pupille.

Grundsätzlich gilt: *hochwertige*, d.h. *perfekte* Magischen Augen werden wegen des hohen ideellen Werts grundsätzlich nicht in offenen Internet-Foren sondern nur nach persönlichem bzw. telefonischem Kontakt oder auf Empfehlung gehandelt. *Gute* Röhren sind im Röhrenhandel, z.B. „Klassische Röhren und mehr...“ (A. Kunisch), URL: <http://www.classic-tubeshop-kunisch.de> (Zugriff: 15.02.2014) erhältlich. Auf Anfrage sind detaillierte Beschreibungen über den Zustand und die Symmetrie einer angebotenen Röhre meist möglich.

Günstige Röhre können (ohne Garantie) auf Floh- oder Trödelmärkten durch den Kauf alter Röhrenradiogeräte (Stückpreis: 5-10€) erstanden werden⁴⁴.

5.3 Eignung des Versuchs für den Unterricht der Sekundarstufe II

Um realistisch beurteilen zu können, ob die Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit der Abstimmmanzeige im Unterricht der Sekundarstufe II umsetzbar ist, erfolgte im September 2013 ein „Praxistest“ mit zwei Schülern eines Leistungskurses Physik der Jahrgangsstufe Q2. Nach einem kurzen Input über den Aufbau einer Abstimmmanzeige, das Messverfahren und den geplanten Versuchsablauf bestimmten die Schüler zunächst die Spulenkonstante.

⁴⁴ Die meisten Röhrenradios enthalten auf der Geräterückseite eine Aufstellung über die verbauten Röhren. Insbesondere viele (private) Verkäufer sind sich des Wertes der Röhren nicht bewusst. Zur Erkennung potentiell brauchbarer Röhren vgl. Fußnote 26 in Kap. 3.1.2 (S. 43).

Die Messung der magnetischen Flussdichte in der Spulenmitte geschah mit der bereits im Vorfeld richtig kalibrierten MG-BTA-Tangentialsonde ($K_1 \equiv 2.9812 \frac{\text{mT}}{\text{V}}$) und dem TI-*nspire*TM-CX. Die Bedienung des Messprogramms „Vernier DataQuest“ wurde anhand einer gekürzten Version der Kurzanleitung aus Kap. A.5 zunächst besprochen, die Versuchsdurchführung den Schülern ansonsten selbst überlassen. Für die Datenauswertung wählten die Schüler das Tabellenkalkulationsprogramm „LibreOffice Calc“ (Abb. 5.6), nutzen also nicht die im Taschenrechner implementierte Analyse-Funktion.

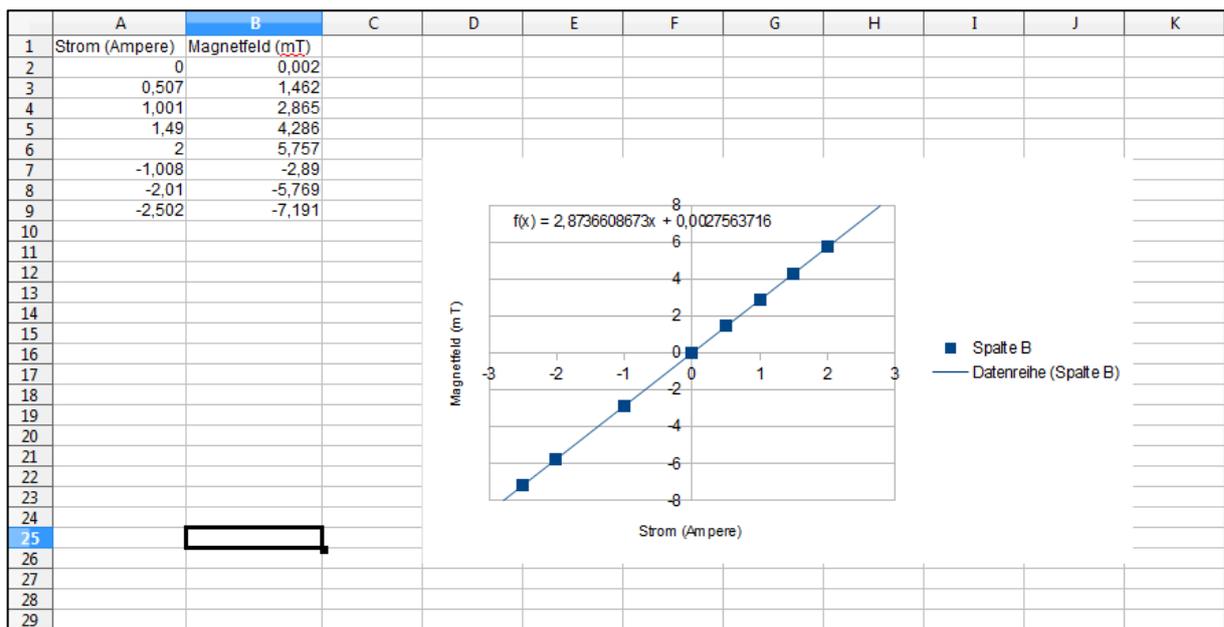


Abb. 5.6: Bestimmung der Spulenkonstante mit „LibreOffice Calc“ (Ergebnis der Schüler).

Im Anschluss erfolgten die Aufnahme der Krümmungsbilder und die computergestützte Datenauswertung. Auch hier arbeiteten die Schüler weitestgehend selbstständig, nur bei der optimalen Positionierung der Krümmungspunkte gab es die Rückfrage, wie es gelingt die Krümmungspunkte möglichst genau zu positionieren.

Nach Mittelwertbildung aus 11 Einzelmessungen bestimmten die Schüler die Spezifische Elementarladung schließlich zu $\frac{e}{m} \approx 1.95 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ (Abb. 5.7), auf die Inhomogenitätskorrekturen aus Kap. 2.3.1 wurde im Rahmen der didaktischen Reduktion verzichtet, der Spannungsgradient im Leuchtschirmsystem allerdings unter Verwendung der simulierten Elektronentrajektorien qualitativ besprochen.

In der Nachbesprechung zeigte sich, dass die Schüler im Rahmen des Physikunterrichts bereits häufiger mit dem Tabellenkalkulationsprogramm „LibreOffice Calc“ gearbeitet hatten und keine Vorerfahrung mit dem TI-*nspire*TM CX besaßen. Die Datenanalyse mit dem Taschenrechner erschien ihnen wegen der eingeschränkten Be-

nutzeroberfläche und der verschachtelten Unter-Menüs umständlich (siehe unten stehende Rückmeldung), weshalb als Verbesserung vorgeschlagen wurde, den Taschenrechner nur zur Bestimmung der Flussdichten zu verwenden und die B - I -Wertepaare „von Hand“ auszuwerten.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Spannung Leuchtschirm U(V)	Strom (Ampere)	r (m)	Magnetfeld B (mT)	+Fehler	=Gesamtfeld		$e/m=2*U/(Bges^2*r^2)$	
2	250	4,501	0,00391	12,9343475637	0,045	12,9793476		194138095607,356	
3	261,2	4,498	0,00424	12,9257265811	0,045	12,9707266		172720086095,24	
4	270,1	4,495	0,0038	12,9171055985	0,045	12,9621056		222656960506,514	
5	280,6	4,482	0,00421	12,8797480072	0,045	12,924748		189543677196,811	
6	289,9	4,479	0,00401	12,8711270246	0,045	12,916127		216134875795,541	
7	225	4,479	0,00389	12,8711270246	0,045	12,916127		178257863164,169	
8	234,9	4,502	0,00375	12,9372212246	0,045	12,9822212		198222279461,837	
9	240	4,704	0,0039	13,5177007198	0,045	13,5627007		171561433450,135	
10	240	3,999	0,00408	11,4917698083	0,045	11,5367698		216646888780,463	
11	240	3,755	0,00452	10,7905965567	0,045	10,8355966		200105356759,714	
12	240	3,802	0,00471	10,9256586175	0,045	10,9706586		179776955379,616	
13									
14							Mittelwert e/m	194524042927,018	$=1,94*10^{11}C/kg$
15									
16									
17									

Abb. 5.7: Berechnung von e/m mit „LibreOffice Calc“ (Ergebnis der Schüler).

Ansonsten wird der Versuch recht positiv bewertet, und insbesondere die Möglichkeit des freien, kooperativen Experimentierens hervorgehoben. Wird das Experiment in einer ganzen Lerngruppe durchgeführt, könnte daher die Anschaffung mehrerer Aufbauten gewinnbringend sein (gerade bei der Low-Cost-Variante unproblematisch).

LOB	KRITIK
<ul style="list-style-type: none"> • Unterschiede zwischen idealen und nichtidealen Spulen werden deutlich. • Der Versuch lässt sich gut in Partnerarbeit durchführen. • Die Versuchsdurchführung ist nicht langweilig, weil man viele unterschiedliche Dinge tut. • Viel selbst planen (Messpunkte, Vorgehen...). • Wenig <i>spezielles</i> Material erforderlich. 	<ul style="list-style-type: none"> • Die „Elektronenbahn“ ist nicht als vollständiger Kreis sichtbar, d.h. nicht so anschaulich wie das Fadenstrahlrohr. • Es ist schwierig nachzuvollziehen, warum die Schattenwinkel verschieden gekrümmt sind. • Die Radiusbestimmung fordert große Sorgfalt und viel Zeit. • Viele Bedienungsschritte bei Data-Quest.
VERBESSERUNGSVORSCHLÄGE	
<ul style="list-style-type: none"> • Maßstäbe „von Hand“ durchführen und nicht von GeoGebra ausführen lassen. • B-I-Wertepaare bei der Kalibrierung nur aufschreiben und selbst zeichnen. • Zeigen, wie das Magische Auge im Radio funktioniert (Schattenwinkel durch Anlegen einer Gitterspannung schließen). • Erdfeld messen. • Hochspannungs-Netzteil bauen. 	

Tab. 5.1: Rückmeldungen der Q2-Schüler (Leistungskurs) zur e/m -Bestimmung mit dem Magischen Auge.

Die (elektrotechnisch begabten) Schüler zeigten Interesse an der Abstimm-
anzeigeröhre und der Magnetfeldmessung. Dies spiegelt sich in ihren Vorschlägen,
das Magische Auge im „normalen“ Betrieb auszuprobieren, ein Hochspannungs-
netzteil zu konstruieren und das Erdfeld zu vermessen, wieder. Eine solch hohe
intrinsische Motivation kann nicht bei allen Schülern vorausgesetzt werden, trotzdem
empfiehlt es sich, zusätzliches Material zu den Themen

- Schaltungstechnik des Magischen Auges
Steuerung der Schattenwinkel mit der Trioden-Gitterspannung.
- Elektrisches Feld in Steuerstegnähe
(Ergebnis der Simulation aus Kap. 2.3.1)
- Vermessung des Erdfelds mit dem Smartphone
Unter Android sind die (kostenfreien) Apps
Sensor Kinetics
Android Sensor Box
gut geeignet. Die direkte Bestimmung aller Richtungskomponenten
des Erdfelds am Experimentierplatz können die Schüler mit ihren ei-
genen Smartphones durchführen, was zusätzlichen Anwendungs-
bezug ermöglicht. Diese Messung besitzt gegenüber der theoretischen
Berechnung des Hintergrundfelds aus Kap. 4.1.3 den Vorteil,
dass auch lokale Störfelder berücksichtigt werden können⁴⁵.

für eine vertiefende Auseinandersetzung mit dem Versuch bereitzustellen. Diese Ma-
terialzusammenstellung befindet sich z. Zt. in Arbeit.

Für den Einsatz des e/m -Aufbaus in einer Grundkurs-Facharbeit (Q1) erfolgte be-
reits der Bau eines Elektronenzylinder-Modells, woran deutlicher wird, dass es sich
bei der beobachteten Krümmung um eine Projektion, d.h. um ein virtuelles Bild han-
delt (vgl. : \Daten-Disk\Modell_Leuchtschirmsystem), den Entwurf einer
dreidimensionalen Ansicht mit der in Schulen verbreiteten Software „Archimedes
Geo3D“ [Goe13] ist in Abb. 5.8 dargestellt.

Die Funktion des Magischen Auges in einem Röhrenradio kann mit einem zusätzli-
chen Röhrenadapter (Abb. 5.9) gezeigt werden. In diesem Gerät sind die Steuerste-
ge über $1M\Omega$ -Widerstände mit der Leuchtanode verbunden und lassen sich über eine
schwachnegative Gittervorspannung ansteuern.

⁴⁵ Alternativ können die Störfelder folgendermaßen herausgerechnet werden: Es werden zwei Mess-
reihen bei zueinander entgegengesetzter Orientierung des magnetischen Feldes aufgenommen. Der
Mittelwert aus den Durchschnittswerten beider Messreihen liefert den um die Störfelder bereinigten,
„wahren“ e/m -Wert.

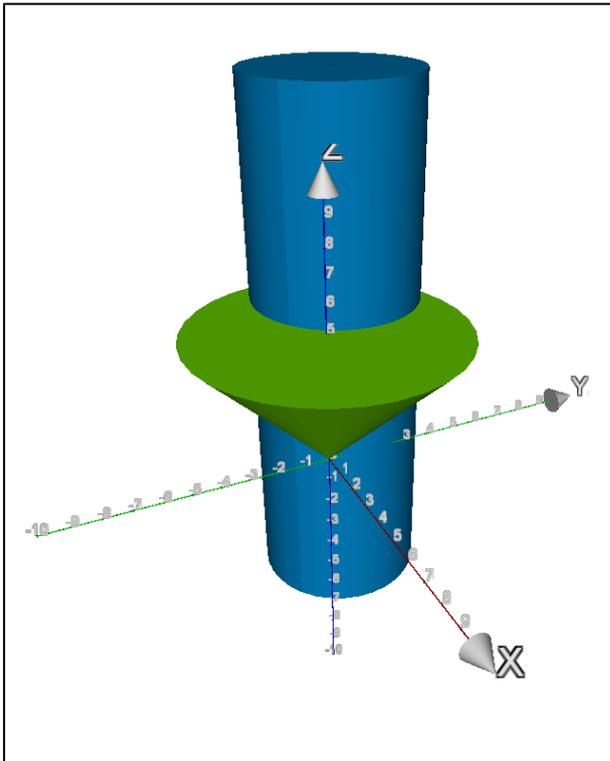


Abb. 5.8: Darstellung des Röhrenzylinders unter „Archimedes Geo3D“ [Goe13]



Abb. 5.9: Röhrenadapter für den „Normalbetrieb des Magischen Auges. Rechts im Vordergrund liegt der separat herausgeführte Gitteranschluss (rote Buchse).

5.4 Ausblick: Weitere Versuchsaufbauten zur Bestimmung von e/m mit Radoröhren

5.4.1 Ein Modul mit dem Magischen Fächer EM80



Abb. 5.10: Unangesteuerter Magischer Fächer EM80.

Für eindrucksvolle, qualitative Demonstrationen der Lorentzkraft ist der „Magische Fächer“ EM80 geeignet. Es handelt sich um eine Abstimmanzeigeröhre, die im unangesteuerten Zustand einen virtuellen „Leuchtfaden“ erzeugt (vgl. Abb. 5.10).

Wird die Röhre einem homogenen Magnetfeld ausgesetzt, kommt es zur Krümmung des virtuellen Fadens (Abb. 5.11). Die Inhomogenität des elektrischen Feldes im Röhreninneren ist so groß, dass keine perfekte Kreisbahn entsteht, für Präzisionsmessungen ist die EM80 daher ungeeignet.

Zum Betrieb ist, ähnlich wie bei der EM34, ein Modul

mit Fassung notwendig, das aus wenigen Bauteilen kostengünstig aufgebaut werden kann (Abb. 5.12), ein Plan ist : \Daten-Disk\EM80_Modul zu entnehmen.



Abb. 5.11: Gekrümmtes Leuchtbild der EM80.

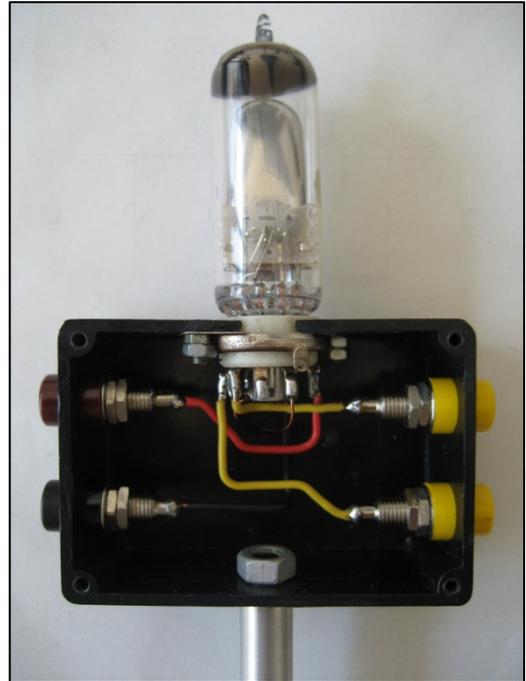


Abb. 5.12: Röhrenmodul der EM80 (Eigenbau).

Einen möglichen Versuchsaufbau mit Helmholtz-Spulen zeigt Abb. 5.13:

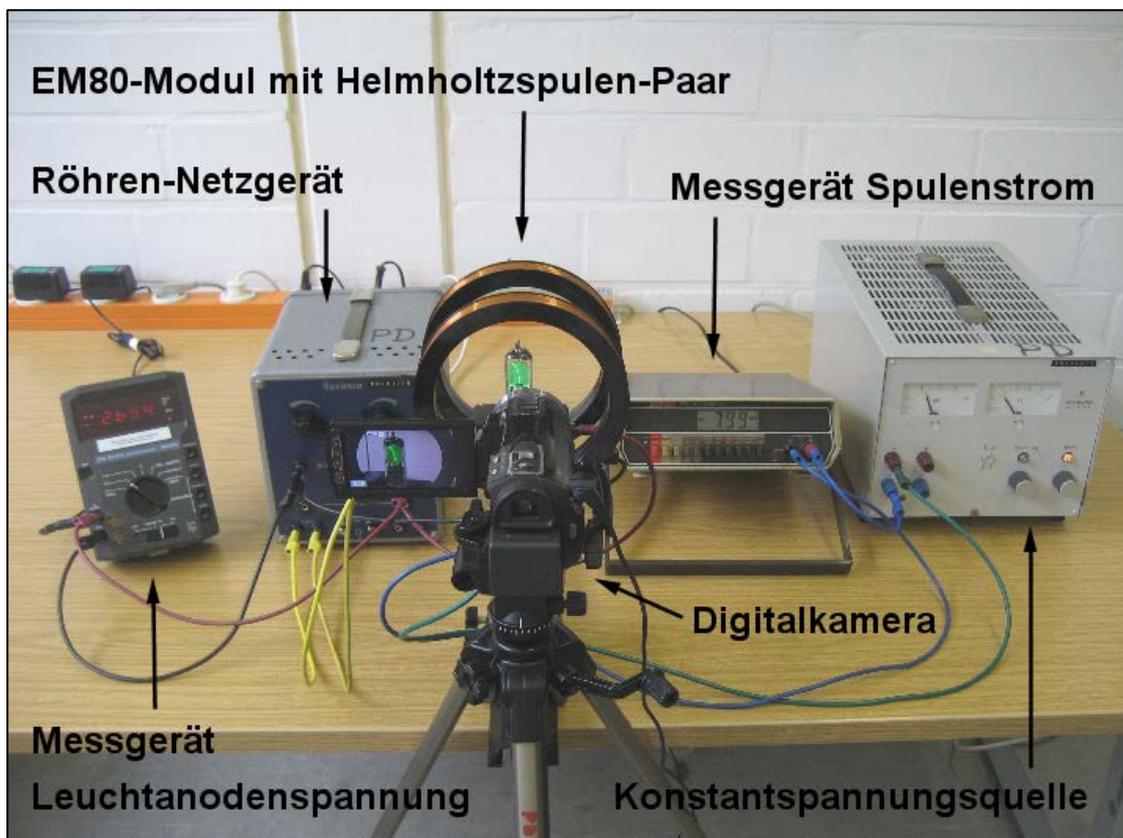


Abb. 5.13: Versuchsaufbau: Gekrümmter „Leuchtfaden“ der EM80.

5.4.2 Messungen an dem Einweggleichrichter RFG5

Ganz ohne magnetische Felder kommt die e/m -Bestimmung am Raumladungsgesetz nach Kap. 1.1.4 aus. Abb. 5.14 zeigt exemplarisch die $I_a(U_0\sqrt{U_0})$ -Kennlinie des Einweggleichrichters RFG5 (Abb. 5.15). Die Steigung im Anlaufstrombereich beträgt

$$\frac{dI_a}{d(U_0\sqrt{U_0})} = (26.21 \pm 0.15) \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^{3/2}} .$$

Mit den geometrischen Röhrendaten

$$\rho_A = 5.5\text{mm}$$

$$\rho_K = 0.9\text{mm}$$

$$l_{\text{eff}} = 9.5\text{mm}$$

sowie dem Korrekturfaktor $\beta^2 \left(\frac{\rho_A}{\rho_K} \approx 6 \right) = 0.8362$ [Lan23] resultiert die Spezifische Elektronenladung zu $\frac{e}{m} \approx 1.3 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$. Dieser Wert ist nur eine grobe Annäherung, da die verwendete GRD5 keine feldstabilisierenden Schutzringe besitzt, also eigentlich ungeeignet ist; die eigentlich einzusetzende GRD7 (vgl. Kap. 1.1.4) ließ sich leider nicht beschaffen.

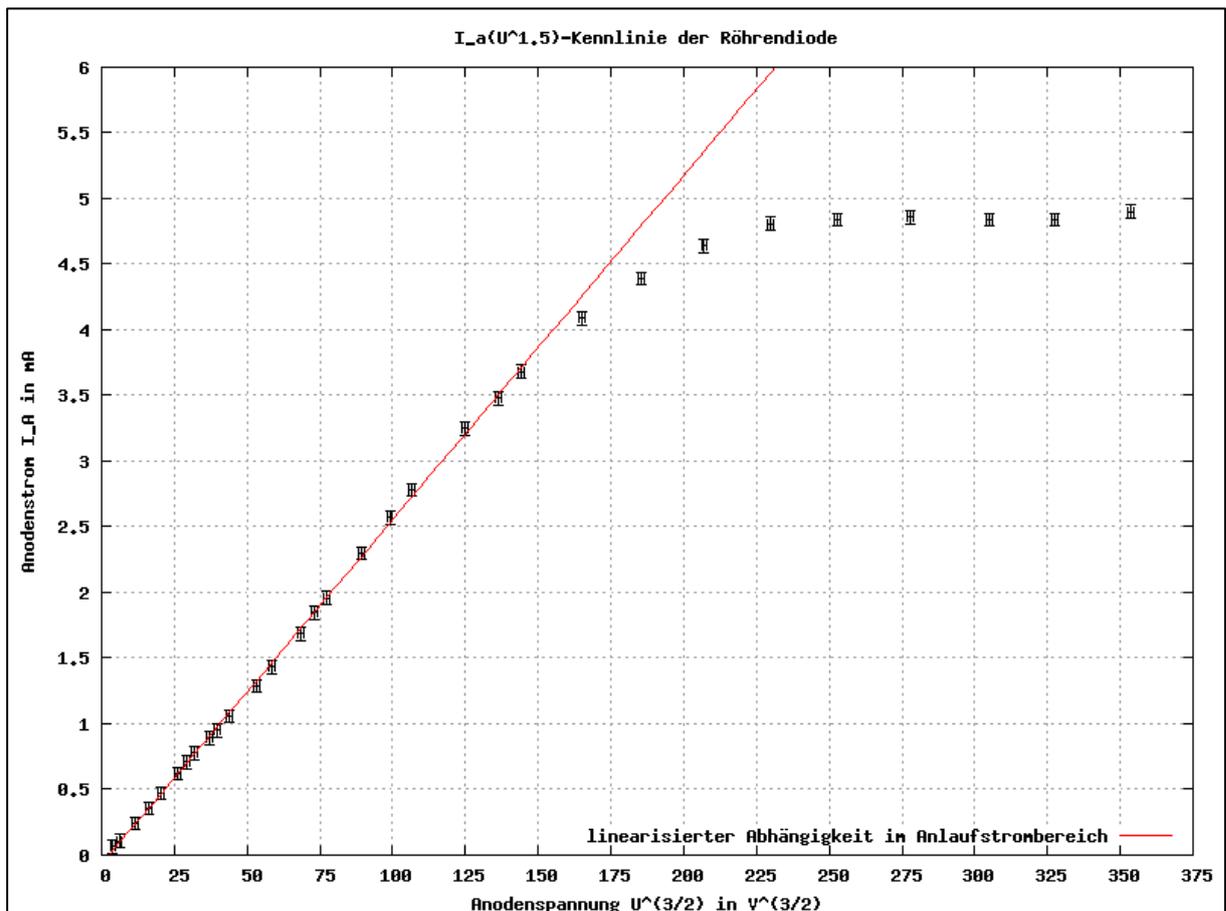


Abb. 5.14: Kennlinie einer Vakuumdiode (Anlaufstrombereich) zur Bestimmung von e/m aus dem Raumladungsgesetz.



Abb. 5.15: (Hochspannungs-)Einweggleichrichter RFG5
(Telefunken).

6 Literaturverzeichnis

[Bar65]

BARKHAUSEN, Heinrich: *Lehrbuch der Elektronenröhren und ihrer technischen Anwendungen – 1. Band: Allgemeine Grundlagen*. Herausgegeben und erweitert von Eugen Georg Woschni. 11. Aufl. Leipzig : Hirzel Verlag, 1965.

[Bec00]

BECHTEL BWTX IDAHO LLC: *Simion 3D Version 7.00*. Idaho, 2000. [online] URL: <http://simion.com>
(Zugriff: 08.04.2013)

[Bes66]

BESSERT, Klaus: *Schaltungstechnik I – Lehrbrief 11. Lehrmaterial für den Fernunterricht*. 1. Aufl. Langenau : Zentrale Betriebsschule des Lichtspielwesens, 1966.

[Bro06]

BROWN, Jeremy: Blending Old Technology With New: Measuring the Mass of the Electron. In: *The Physics Teacher*. 44 (2006), S. 457-459.

[Bro08]

BRONSTEIN, Ilja u.a.: *Taschenbuch der Mathematik*. 7. vollständig überarb. und erg. Aufl. Frankfurt a. Main : Harri Deutsch Verlag, 2008.

[Bus22]

BUSCH, Hans: Eine neue Methode zur e/m-Bestimmung. In: *Physikalische Zeitschrift*. 23 (1922), S. 438-441.

[Dem09]

DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 2 – Elektrizität und Optik*. 5. überarbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg : Springer, 2009.

[Esp61]

ESPE, Werner: *Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik – Band III: Hilfswerkstoffe*. 1. Aufl. Berlin : VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1961.

[Fer61]

FERRANTI LIMITED: *GRD7 – Guard Ring Diode (Datenblatt)*. Chadderton u.a. 1961. – Firmenschrift. [online] URL: <http://frank.pocnet.net/sheets/074/g/GRD7.pdf>
(Zugriff: 07.04.2013)

[Foe36]

FOELSCH, Kuno: Magnetfeld und Induktivität einer zylindrischen Spule. In: *Archiv für Elektrotechnik*. Band III. 3 (1936), S. 139-157.

[Geo13]

INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE: *GeoGebra 4.4.4. Freie Geometrie-Analyse-Software*. o.O., 2013. [online] URL:
<http://www.geogebra.org/cms/de/>
(Zugriff: 17.12.2013)

[Gie82]

GIESE, W.: Experimentelle Beiträge zur Kenntniss vom electrischen Leitungsvermögen der Flammengase. In: *Wiedemanns Annalen*. 17(11) (1882), S. 519-550.

[Goe13]

GOEBEL, Andreas: *Archimedes Geo3D (Ver. 1.3.6)*. Göttingen, 2013. [online] URL:
<http://raumgeometrie.de/drupal/de>
(Zugriff: 29.12.2013)

[Gnu12]

SOURCEFORGE: *GnuPlot 4.6.0. Funktionsplotter*. o.O., 2012. [online] URL:
<http://www.gnuplot.info/>
(Zugriff: 08.02.2014)

[Han17]

HANCOCK, Harris: *Elliptic Integrals*. New York : Dover Publications, 1917.

[Her83]

HERTZ, Heinrich Gustav: Versuche über die Glimmentladung. In: *Wiedemanns Annalen*. 19 (1883), S. 782-816.

[Hon87]

HON, Giora: H. Hertz: 'The electrostatic and electromagnetic properties of the cathode rays are either *nil* or very feeble.' (1883). A case-study of an experimental error. In: *Studies in History and Philosophy of Science*. 18(3) (1987), S. 367-382.

[Hul21]

HULL, Albert W.: The effect of a uniform magnetic field on the motion of electrons between coaxial cylinders. In: *Physical Review*. 18(1) (1921), S. 31-57.

[ISB07]

STAATSMINISTERIUM FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG IN BAYERN (ISB): *Abiturprüfung 2007. Physik als Leistungskursfach – Die Bestimmung der spezifischen Ladung von Elektronen nach Busch*. München, 2007. [online] URL:
<http://www.isb.bayern.de/download/6013/aufgLph07.pdf>
(Zugriff: 29.10.2013)

[Lan23]

LANGMUIR, Irving; BLODGETT, Kathrine: Currents limited by space charge between coaxial cylinders. In: *Physical Review*. 22 (1923), S. 347-356.

[Len13]

LENZ, Christoph: Lumineszenz – Spektakuläre und nützliche Eigenschaften der Minerale 2013. [online] URL:

<http://www.chemie.uni-jena.de/institute/oc/weiss/Hilfsdateien/lumineszenz%20von%20Mineralien.pdf>

(Zugriff: 26.07.2013)

[Ley72]

LEYBOLD HERAEUS (LH): *Helmholtz-Spulenpaar. Gerätekarte 555 06*. Köln, 1972. – Firmenschrift.

[Ley13]

LEYBOLD DIDACTIC (LD): *Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons (P6.1.3.1)*. Hürth, 2013. – Firmenschrift. [online] URL:

<http://www.ld-didactic.de/index.php?id=53>

(Zugriff: 30.11.2013)

[Moh12]

MOHR, Peter; TAYLOR, Barry; NEWELL, David: CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010. In: *Review of Modern Physics*. 84(4) (2012), S. 1527-1606.

[MSW99a]

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG (MSW): *Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II – Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein Westfalen – Physik*. Frechen, 1999 (Heft 4721). – Ritterbach-Verlag. [online] URL:

http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/gymnasium_os/4721.pdf

(Zugriff: 17.11.2013)

[MSW99b]

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG (MSW): *Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II – Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein Westfalen – Mathematik*. Frechen, 1999 (Heft 4720). – Ritterbach-Verlag. [online] URL:

http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/gymnasium_os/4720.pdf

(Zugriff: 17.11.2013)

[Per95]

PERRIN, Jean: Nouvelles propriétés des rayons cathodiques. In: *Comptes Rendus*. 121 (1895), S. 1130-1134.

[Phi56]

PHILIPS: *EM34 – Abstimmanzeigeröhre mit zwei Systemen verschiedener Empfindlichkeit (Datenblatt)*. 1956. – Firmenschrift. [online] URL:

http://www.jogisroehrenbude.de/RoehrenGeschichtliches/Mag_Augen/EM34.pdf

(Zugriff: 14.03.2013)

[Phy13]

PHYSLAB: *Imaging electron trajectories: e/m measurement with a magic eye and ImageJ (1.15)*. o. O., 2013. [online] URL:
http://physlab.lums.edu.pk/index.php?title=magic_eye
(Zugriff: 17.12.2013)

[PSSC66]

PHYSICAL SCIENCE STUDY COMMITTEE (PSSC): *PSSC Laboratory Guide*. 2. Auflage. o.O. : D.C. Heath and Co., 1966. – Firmenschrift.

[Rai06]

RAITH, Wilhelm: *Elektromagnetismus. Lehrbuch der Experimentalphysik*. 9. Aufl. Berlin : de Gruyter, 2006.

[Sch84]

SCHUSTER, Arthur: Experiments on the Discharge of Electricity through Gases. Sketch of a Theory. In: *Proceedings of the Royal Society of London*. 37 (1884), S. 317-339.

[Sch90]

SCHUSTER, Arthur: The Discharge of Electricity through Gases. (Preliminary Communication). In: *Proceedings of the Royal Society of London*. 47 (1890), S. 526-561.

[Sch98]

SCHUSTER, Arthur: Die magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen. In: *Wiedemanns Annalen*. 65 (1898), S. 877-884.

[Sch08]

SCHAAF, Peter; GROßE-KNETTER, Jörn: *Das Physikalische Praktikum – Handbuch 2008 für Studentinnen und Studenten der Physik*. Göttingen : Universitätsdrucke Göttingen 2008.

[Sci99]

THE SCIENCE SOURCE: *Mass of Electron – Operating Instructions #14880*. Wal-doboro, 1966. – Firmenschrift.

[Sco79]

SCOTT, David W.: On optimal and data-based histograms. In: *Biometrika*. 66 (1979), S. 605-610.

[Squ71]

SQUIRES, Gordon Leslie: *Die Meßergebnisse und ihre Auswertung*. Berlin u.a. : de Gruyter 1971.

[Str08]

STROPPE, Heribert: *Physik für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften*. Bearbeitete 14., aktualisierte Auflage. Leipzig : Carl Hanser Verlag, 2008.

[Tex12]

TEXAS INSTRUMENTS INCORPORATED: *TI-nspire™-CAS Teacher Software*. o.O., 2012. – [online] URL:
<http://education.ti.com/de/deutschland/nspire-family/cx-handhelds> (Zugriff: 07.04.2013)

[Tho97]

THOMSON, Joseph John: Cathode Rays. In: *Philosophical Magazine*. Series 5. 44 (1897), S. 293-316.

[Tip94]

TIPLER, Paul: *Physik*. Deutsche Übersetzung, herausgegeben von Dieter Gerlich und Götz Jerke. Heidelberg u.a. : Spektrum Akademischer Verlag, 1994.

[RFT53]

VEB WERK FÜR FERNMELDEWESEN (RFT): *6E5 – Abstimmanzeigeröhre (Datenblatt)*. Berlin, 1953. – Firmenschrift. [online] URL:
<http://frank.pocnet.net/sheets/082/6/6E5.pdf>
(Zugriff: 07.04.2013)

[Ver03]

VERNIER SOFTWARE & TECHNOLOGY: *Magnetic Field Sensor – Order Code MG-BTA or MG-DIN*. Beaverton, 2003. – Firmenschrift.

[Ver06]

VERNIER SOFTWARE & TECHNOLOGY: *Magnetic Field Sensor – Order Code MG-BTA*. Beaverton, 2006. – Firmenschrift. [online] URL:
<http://www.vernier.com/files/manuals/mg-bta.pdf>
(Zugriff: 09.05.2013)

[Ver13]

VERNIER SOFTWARE & TECHNOLOGY: *Magnetic Field Sensor – Order Code MG-BTA. Specifications*. Beaverton, 2013. – Firmenschrift. [online] URL:
<http://www.vernier.com/products/sensors/mg-bta>
(Zugriff: 09.05.2013)

[Vop95]

VOPPEL, D.: Die erdmagnetischen Elemente 1995 von Städten der Bundesrepublik Deutschland. In: Kohlrausch, Friedrich: *Praktische Physik. Band III. Tabellen und Diagramme*. 24. Aufl. Stuttgart u.a. : Teubner, 1996, S. 395-396. [online] URL:
http://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/publikationen/buecher/Kohlrausch/Tabellen/Kohlrausch_3_Tabellen_und_Diagramme_Magnetismus.pdf (Zugriff: 01.06.2013)

[Wer10]

WERNER, Udo: *1 Simion (Simulationsprogramm für Ionentrajektorien)*. Bielefeld : Universität Bielefeld, Fakultät für Physik, 2010.

[zuL92]

ZUR LINDE, Rainer: *Verstärker in Röhrentechnik – Schaltungen für Hi-Fi und Gitarren*. Aachen : Elektor-Verlag, 1992.

A Anhang

A.1 Zusatzmaterial



Abb. A.1: Miniatur-Oszillographenröhre DH-3-91 mit Zinksulfid/Zinksilikat-Leuchtschicht (Valvo). Die Röhre erzeugt dasselbe Leuchtbild wie eine Standardkathodenstrahlröhre. Durch Anlegen von amplitudenmodulierten Kippspannungen an den Ablenkkondensatoren wird aus der Oszillographenröhre eine Aussteuerungsanzeige.

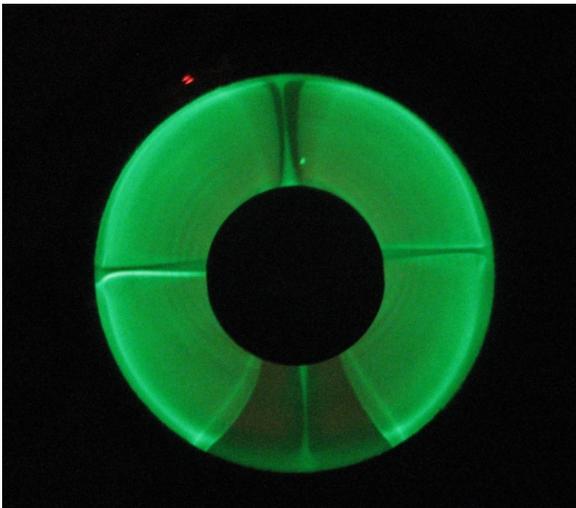


Abb. A.2a: Halb ausgesteuerte Zweibereich-Abstimmanzeigeröhre EM34

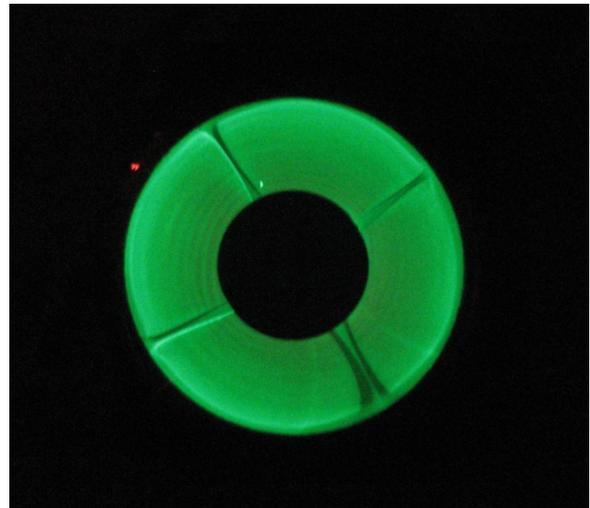


Abb. A.2b: Ausgesteuerte Zweibereich-Abstimmanzeigeröhre EM34



Abb. A.3a: PSSC'sches Röhrenmodul (Aufsicht). Das Gerät wurde bis zum Jahr 1999 durch die Firma „GRS-Lehrgeräte“ in der EU vertreiben.

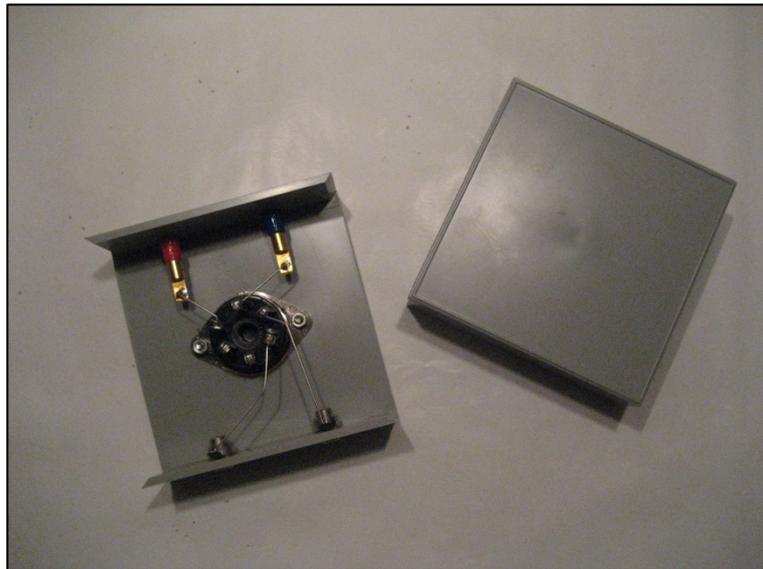


Abb. A.3b: PSSC'sches Röhrenmodul (geöffnet). Der Steuergitteranschluss des Sockels ist nicht leitend mit der Kathode verbunden!

A.2 Simulationsprogramm für Ionentrajektorien „Simion 3D (Ver. 7.00)“

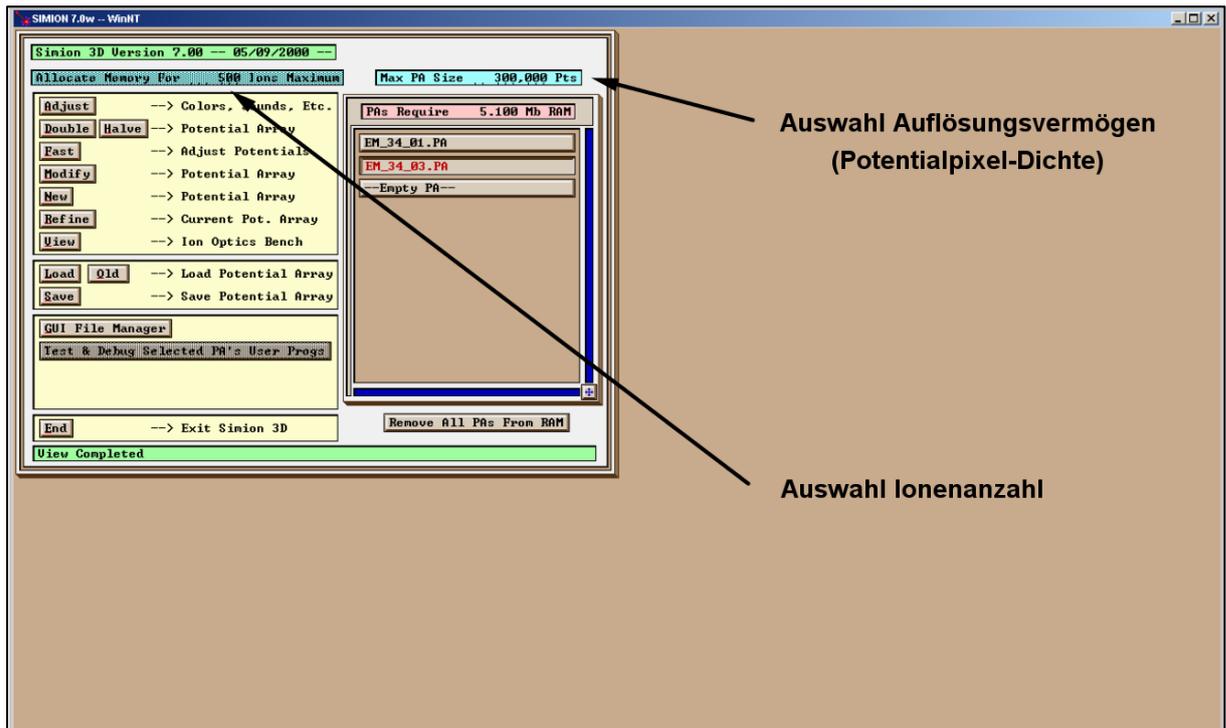


Abb. A.4: Startbildschirm von „Simion 3D (Ver. 7.00)“. **Funktionsübersicht:** Adjust: Einstellungen der Benutzeroberfläche; New: neue Elektrodenkonfiguration erstellen; Modify: ausgewählte Elektrodenkonfiguration bearbeiten; Load: gespeicherte Elektrodenkonfiguration in den Programmspeicher laden; Old: bestehende Elektrodenkonfiguration zur direkten Bearbeitung laden; Refine: Einstellungen für numerische Berechnung setzen; View: 2D- und 3D-Darstellungen der Simulation aufrufen.

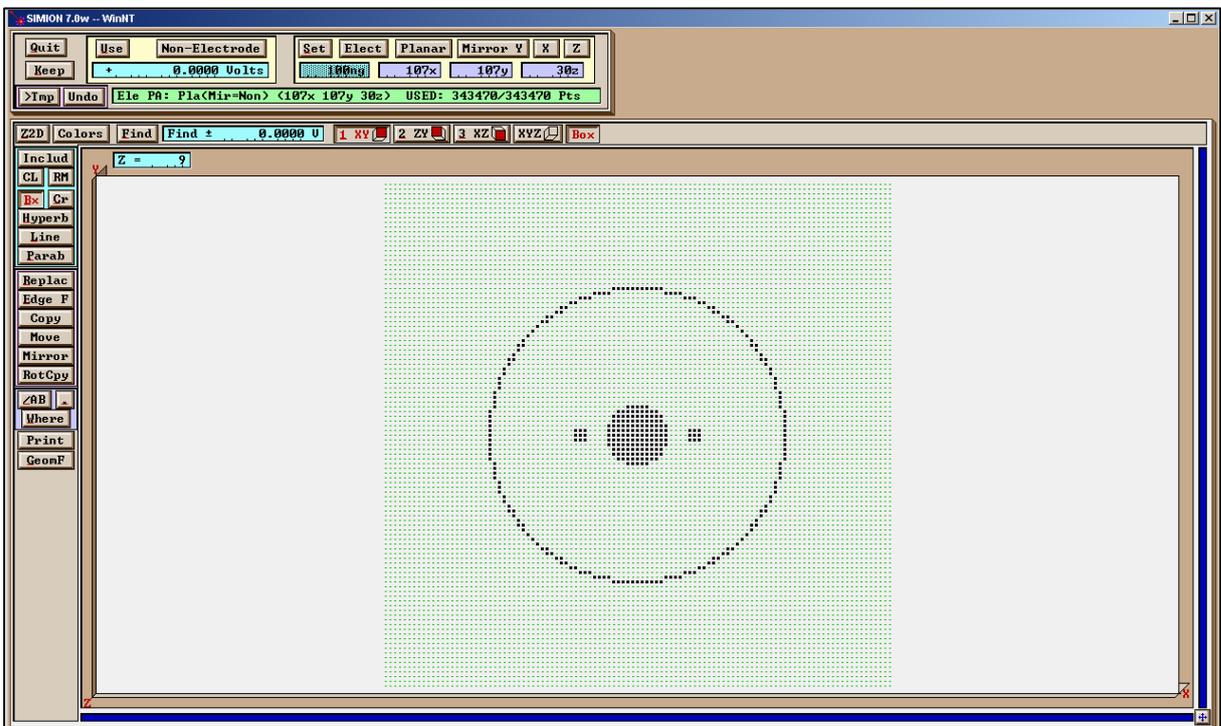


Abb. A.5: Erstellung der Elektrodenkonfiguration (Modify-Modus). **Legende:** grün: freie Potentialpixel („Non-Electrode“); schwarz: Pixel mit definiertem Potential („Electrode“). **Funktionsübersicht:** Cursor: markiert einzelnen Potentialpixel; Bx: markiert Potentialpixel innerhalb eines Rechtecks; Cr: markiert Potentialpixel innerhalb eines Kreises; Non-Electrode/Electrode: Potentialauswahl; Replace: ausgewählten Pixeln das festgelegte Potential zuweisen.

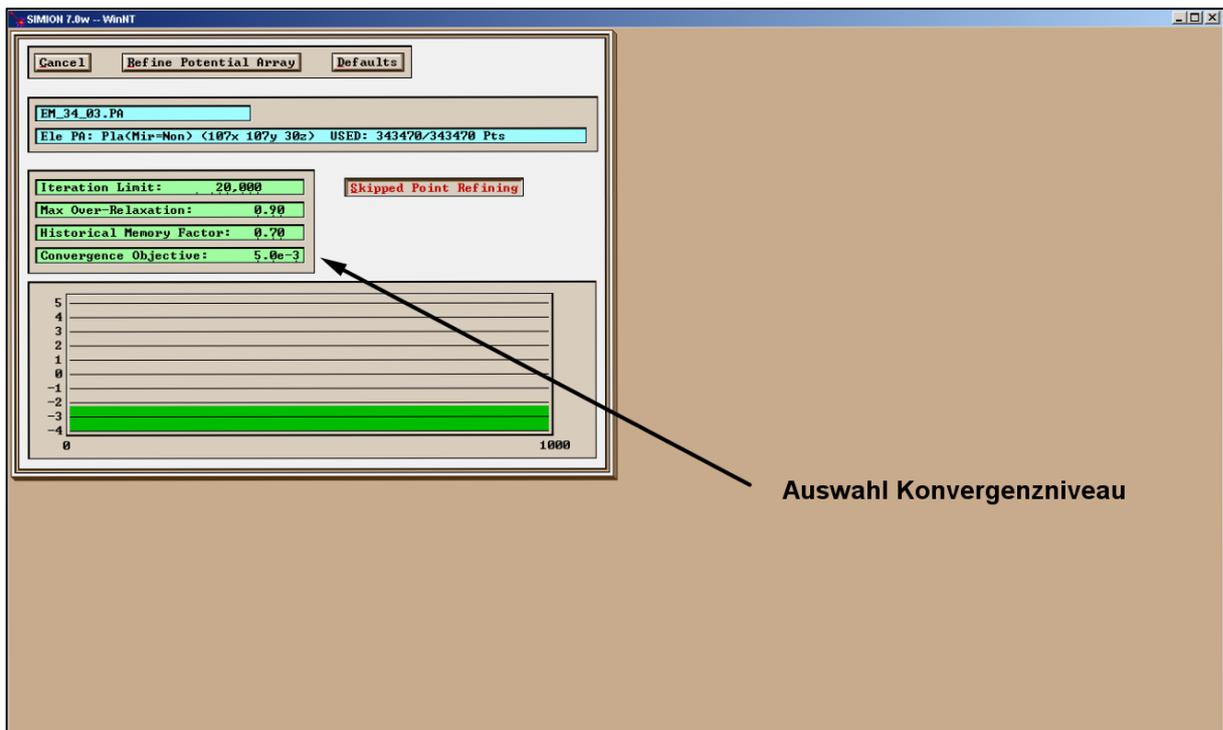


Abb. A.6: Festlegung der Simulationseigenschaften (Refine-Modus).

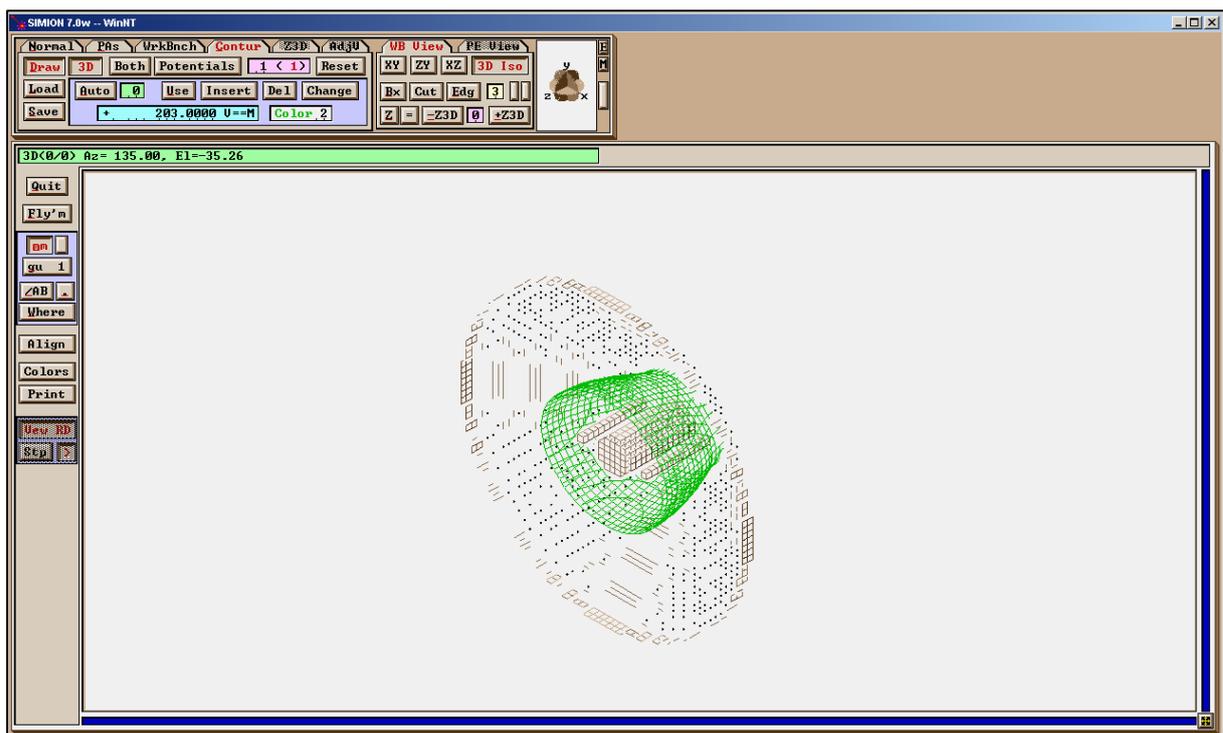


Abb. A.7: 3D-Darstellung einer Äquipotentialfläche (grün) zwischen den Elektroden (View-Modus). Die Ansicht ist beliebig drehbar und kann von allen Seiten betrachtet und gedruckt bzw. exportiert werden. Auch 2D-Schnitte sind möglich. **Funktionsübersicht:** WB View: Darstellungsmodus für Äquipotentialflächen; PE View: Darstellungsmodus für Potentialgradient; Contur: Definition einer beliebigen Äquipotentialfläche.

Detaillierte Anleitungen findet sich bei [Wer10], das ausführliche Benutzerhandbuch „Simion 3D“ unter [Bec00].

A.3 Geräteliste für den Versuch „ e/m -Bestimmung mit dem Magischen Auge“

Anzahl	Bezeichnung
--------	-------------

- | | |
|---|--|
| 1 | Röhrenmodul für Magische Augen mit Oktalsockel
(einschließlich EM34- oder 6E5-Röhre) |
| 1 | Zylinderspule ,
$N = 282$, $L = 111.5\text{mm}$, $\kappa = 2.840\text{ mT/A}$
(4-lagig aus 1.4mm CuL auf 50mm \varnothing Pertinax-Rohr gewickelt) |
| 1 | Netzgerät für Röhrenversuche , benötigte Sekundärspannungen:
$U_H = 6.3\text{V}\sim$, $I_H > 0.2\text{A}\sim$; $U_L = 0 \dots 300\text{V}=\$, $I_L > 2 \cdot 10^{-3}\text{A}=\$ (stabil)
z. B.: Röhren NG Nr. 522 35B / 7704 (Leybold) |
| 1 | Transistorstabilisierte Spannungsquelle ,
benötigte Sekundärspannungen:
$U_{Sp} = 0 \dots 12\text{V}=\$, $I_{Sp} = 0 \dots 7.0\text{A}=\$ (stabil)
z. B.: Konstanter, Typ 34K16R8 (Gossen) |
| 2 | Digitalmultimeter , benötigte Messbereiche:
$U_L = 0 \dots 300\text{V}=\$; $I_{Sp} = 0 \dots 7.0\text{A}=\$
z. B.: Philips-Multimeter Nr. PM2517E (Philips) |
| 1 | Digitalkamera mit Stativ
z. B.: HD-Videocam Nr. HDC-TM900 14.2MPixel (Panasonic) |
| 1 | Hebebühne |
| 2 | Experimentierkabel gelb, 0.45m |
| 1 | Experimentierkabel schwarz, 0.45m |
| 1 | Experimentierkabel schwarz, 0.95m |
| 2 | Experimentierkabel grün, 0.45m |
| 2 | Experimentierkabel blau, 0.45m |
| 1 | Experimentierkabel rot, 0.45m |
| 1 | Experimentierkabel rot, 0.95m |

A.4 Entstehung des Röhrenmoduls



Abb. A.8

Fertig gesägte Holzplatten für das Röhrenmodul

Im ersten Schritt werden die vier Seitenteile und die zwei Grundplatten aus 6.0mm-Limba-Sperrschichtholz für das Röhrenmodul mit einer Kreissäge zu- rechtgeschnitten.

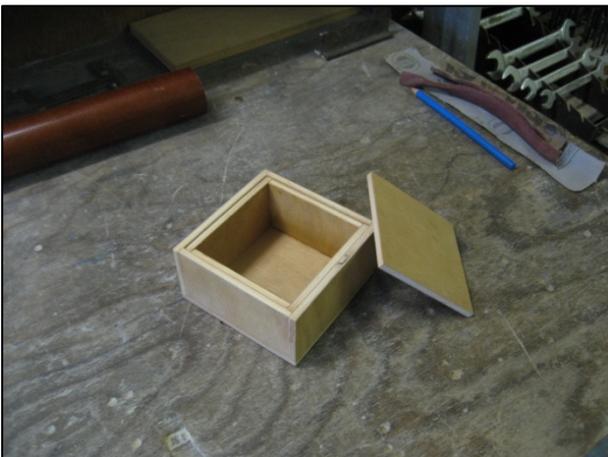


Abb. A.9

Fertiger Grundkasten mit Deckel

Aus den schmalen Seitenplatten, einer Grundplatte und weiteren inneren Sei- tenteilen wird der Grundkasten des Röhrenmoduls zusammengeleimt. Eine weitere Deckplatte schließt den Katen nach oben ab...

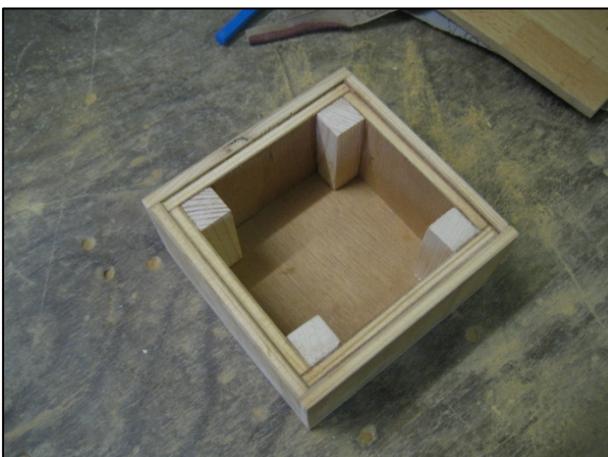


Abb. A.10

Geleimter Moduldeckel

...zur zusätzlichen Stabilisierung die- nen Kanthölzer in den inneren Ecken.



Abb. A.11

Geschlossener Grundkasten

Die sichtbare Deckplatte des Grundkastens wird später den Röhrensockel und die Buchsen für die Zylinderspule aufnehmen.



Abb. A.12

Der Deckel des Röhrenmoduls entsteht

Aus den breiten Seitenplatten, einer Grundplatte und der Zentrierplatte entsteht der Deckel des Röhrenmoduls. Für die Rechtwinkligkeit sorgt ein eingespannter Metallwinkel.



Abb. A.13

Geleimter Moduldeckel

Während des Trocknungsprozesses muss der Deckel wegen der im Holz auftretenden Biegespannungen weiterhin mit Zwingen fixiert werden.



Abb. A.14

Fertiger Röhrenkasten

Die Holzteile wurden so geschnitten, dass die Maserungen des Holzes zwischen Grundkasten und Deckel durchgängig ist.



Abb. A.15

Vorbereitete Deckplatte

Nach der Fertigstellung des Röhrenkastens wird die Deckplatte für die Aufnahme des Sockels vorbereitet, danach beginnt die Anfertigung der Zylinderspule aus einer Pertinax-Röhre und Pertinax-Platten.

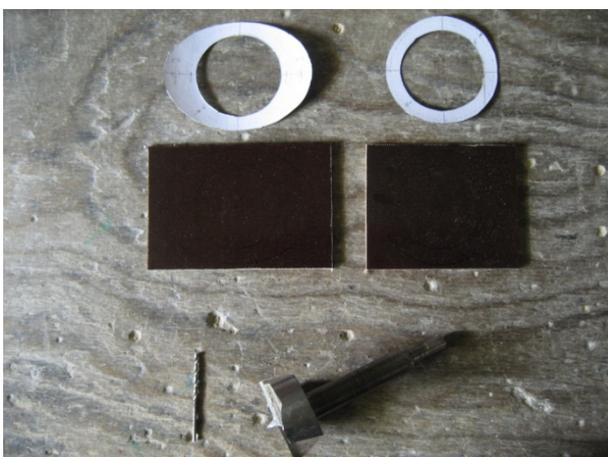


Abb. A.16

Anfertigung der Begrenzungsplatten für die Zylinderspule

Die Maße der Begrenzungsplatten werden per Schablone auf die Pertinax-Platten übertragen. Die Zentralbohrung erfolgt nach dem Ankörnen mit einem HSS-Forstner-Bohrer.



Abb. A.17

Nach dem Bohren...

An den Begrenzungen der Bohrung tritt die Schichtung Pertinax-Platte aus gekreuzten Leinen hervor. Der feine intensiv riechende weiße Staub ist das Phenol-Harz.



Abb. A.18

Bestandteile der Zylinderspule

Die fertig geschliffenen und gebohrten Begrenzungsplatten werden auf die Pertinax-Röhre aufgesteckt...



Abb. A.19

Der „nackte“ Spulenkörper

...und durch Epoxid-Komponenten-Kleber fest mit der Röhre verbunden. In die vorgesehenen Bohrlöcher kommen die versilberten Lamellenstecker, über die der Kontakt zum Röhrenmodul hergestellt wird.



Abb. A.20

Wickeln der Zylinderspule

Der Spulenkörper wird sorgfältig mit Kupferlackdraht umwickelt...



Abb. A.21

Wickeln der Zylinderspule

...jede Lage sollte dabei mit Klebeband fixiert werden, damit die neue Lage sauber aufliegt.

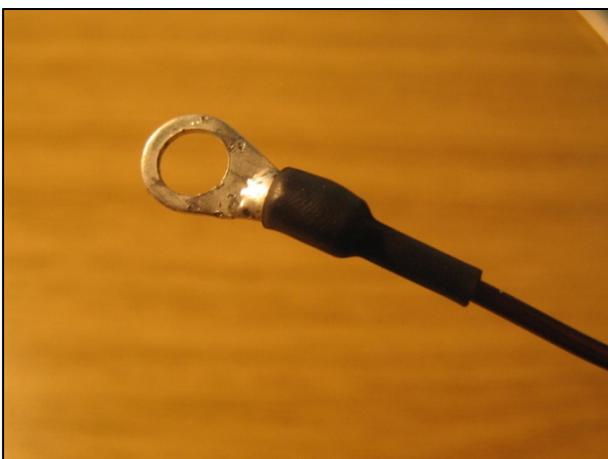


Abb. A.22

Die Enden des Spulendrahts

Jedes Drahtende wird an eine Ringöse angelötet. Die Ösen lassen sich auf die Lamellenstecker auffädeln und fest verschrauben.



Abb. A.23

Das fertige Röhrenmodul

Über die Steckverbindung sind Grundkasten und Zylinderspule jederzeit trennbar. Die Zentrierplatte im Deckel des Röhrenmoduls bewirkt, dass die Zylinderspule im geschlossenen Kasten transportiert werden kann, ohne dass die verrutscht.



Abb. A.24

Das fertige Röhrenmodul

Auf der Frontplatte befindet sich der Selektor-Schalter zur Röhrenausswahl. Eingesetzt ist eine unbedampfte Ultron-EM34 (Hersteller unbekannt).

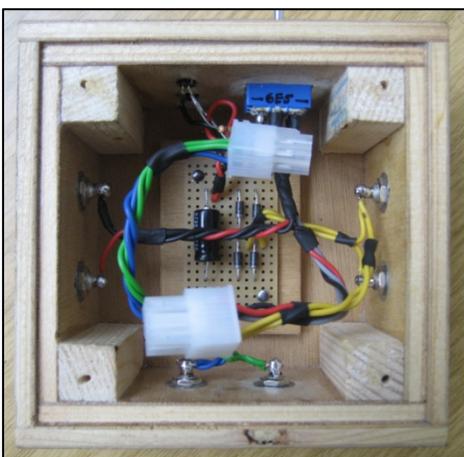


Abb. A.25

Der Grundkasten von Innen

Im Inneren des Grundkastens werden Steuerschaltung und Verpolungsschutzdiode unterbracht. Steckverbindungen ermöglichen das Abnehmen der Deckplatte mit der Fassung.

A.4.1 Materialliste für das Röhren-Modul

Material für Röhrenkasten und Spulenzylinder								
Pos.	Menge	Beschreibung	Normbezeichnung	Werkstoff	Maße (in mm)	Bemerkung / Referenz	Einzelpreis	Gesamt
1	2	Grundplatte	Sperrschichtholz	Limba	108 x 108 x 6.0	alternativ: Werkstoff: Eiche oder Buche	9,00 €/m ²	2,50 €
2	1	Modulplatte			96 x 96 x 6.0			
3a	2	Seitenteil Deckel (außen)			155 x 108 x 6.0			
3b	2	Seitenteil Deckel (außen)			155 x 96 x 6.0			
4a	2	Seitenteil Deckel (innen)			96 x 14 x 6.0			
4b	2	Seitenteil Deckel (innen)			84 x 14 x 6.0			
5a	2	Seitenteil Kasten (außen)			108 x 50 x 6.0			
5b	2	Seitenteil Kasten (außen)			96 x 50 x 6.0			
6a	2	Seitenteil Kasten (innen)			96 x 48 x 6.0			
6b	2	Seitenteil Kasten (innen)			84 x 48 x 6.0			
7	1	Zentrierplatte			96 x 96 x 6.0			
8	4	Distanzholz		Fichte	10 x 10 x 48		-	-
9	1	Hartpapier-Ring	HP 2061 PF CP201	Phenolharz- Hartpapier (Pertinax)	150 x 110 x 3.0	alternativ: PE-Kunststoffplatte		3,50 €
10	1	Hartpapier-Ring	HP 2061 PF CP201			Reststück von Pos. 9		
11	1	Wickelkörper (Rohr)	HP2065 PF CP21		50 x 46 Ø x 140	alternativ: Kunststoffrohr (Abflussrohr DN50)	139,83 €	19,58 €
12	4	Holz-Schraube		Messing			-	0,10 €
13	4	Muttern M3				für Pos. 18	-	0,10 €
14	2	Unterlegscheiben M3						-
		Klarlack (auf Wasserbasis)				nach Bedarf	-	-

		Weißleim (schnellhärtend)				nach Bedarf	-	-
Elektronische Bauteile								
Pos.	Menge	Beschreibung	Normbezeichnung	Werkstoff	Maße	Bemerkung / Referenz	Einzelpreis	Gesamt
15	1	Abstimmanzeigeröhre	6E5 (OSW3110)			Röhren Kunisch, Art.-Nr.: 15-1	28,50 €	28,50 € (7,50 €)
16	1	Röhrenfassung, 8polig („Ok- talsockel“)	K8A	Kunststoff		Röhren Kunisch, Art.-Nr.: 481102-62	2,30 €	2,30 € (0,00 €)
17a	1	Einbaubuchse 4mm, rot (Fa. Hirschmann)	BIL30			Conrad, Art.-Nr.: 733927-62	1,26 €	1,26 €
17b	1	Einbaubuchse 4mm, schwarz (Fa. Hirschmann)	BIL30			Conrad, Art.-Nr.: 733905-62	1,26 €	1,26 €
17c	2	Einbaubuchse 4mm, blau (Fa. Hirschmann)	BIL30			Conrad, Art.-Nr.: 734789-62	1,11 €	2,22 €
17d	2	Einbaubuchse 4mm, grün (Fa. Hirschmann)	BIL30			Conrad, Art.-Nr.: 734869-62	1,11 €	2,22 €
17e	2	Einbaubuchse 4mm, gelb (Fa. Hirschmann)	BIL30			Conrad, Art.-Nr.: 734828-62	1,11 €	2,22 €
18	2	Lamellenstecker 4mm zum Einbau, mit M3-Anschluss				Conrad, Art.-Nr.: 730319-62	1,28 €	2,56 €
19	2	Ringkabelschuh M3, 2.5qmm					0,15 €	0,30 €
20	5	Silizium-Diode 1A/1000V	1N4007				0,10 €	0,50 €
21	1	Elektrolytkondensator, 100µF/16V					0,25 €	0,25 €
22	1	Wechselschalter 1A/300V 3 x UM					1,90 €	1,90 €
23	1	Wechselschalter 1A/300V 2 x UM					1,50 €	1,50 €
24	2	Leuchtdiode 3mm, diffus, grün					0,15 €	0,30 €

25	2	Fassung für Leuchtdiode		Metall		für Pos. 24	0,25 €	0,50 €
26	2	Kohleschichtwiderstand 100kΩ ± 5%, 0.25W				für Pos. 24	0,10 €	0,20 €
27	100m	Kupferlackdraht, Ø 1.4mm	CuL Ø 1.4mm			alternativ: CuL Ø 1.8mm Pollin, Art.-Nr.: 561000	2,45 €/m	24,50 €
28	0.5m	Hochspannungs-Schaltdraht, Ø 0.25mm					1,00 €	0,50 € (0,00 €)
		Lötzinn (bleihaltig)				nach Bedarf	-	-
		Schrumpfschlauch				nach Bedarf	-	-

Summe	98,77 € (75,47 €)
+ Versandkosten	5,40 €
Gesamtsumme	104,17 € (80,87 €)

Hinweis: Für den Betrieb des Röhrenmoduls sind ein Betriebsgerät für Röhrenversuche und eine stabilisierte Gleichspannungsquelle (vgl. Kap. 3.1.1) erforderlich. Sind diese Geräte nicht vorhanden, können sie gemäß der Anleitungen in Kap. 3.1.2 und 3.1.2.2 selbst aufgebaut werden; Materiallisten und Konstruktionspläne sind in Anhang A.4.3 und A.4.4 beigefügt.

A.4.2 Materialliste für ein Low-Cost-Röhren-Modul (Alternative zu A.4.1)

Material für Röhrenkasten und Spulenzylinder								
Pos.	Menge	Beschreibung	Normbezeichnung	Werkstoff	Maße (in mm)	Bemerkung / Referenz	Einzelpreis	Gesamt
1	1	Gehäuse	Euro-Box	Polystyrol	95 x 135 x 45		3,85 €	3,85 €

Elektronische Bauteile								
Pos.	Menge	Beschreibung	Normbezeichnung	Werkstoff	Maße	Bemerkung / Referenz	Einzelpreis	Gesamt
2	1	Abstimmanzeigeröhre	6E5C			Ebay	20,00 €	20,00 €
3	1	Röhrenfassung, 8polig („Ok-talsocket“)	K8A	Kunststoff		Röhren Kunisch, Art.-Nr.: 481102	2,30 €	2,30 €
4	1	Einbaubuchse 4mm, rot	BIL30				0,60 €	0,60 €
5	1	Einbaubuchse 4mm, schwarz	BIL30				0,60 €	0,60 €
6	2	Einbaubuchse 4mm, gelb	BIL30				0,60 €	1,20 €
7	0.25m	Hochspannungs-Schaltdraht, Ø 0.25mm					1,00 €	0,25 €
		Lötzinn (bleihaltig)				nach Bedarf	-	-

Summe	28,80 €
Versandkosten	10,40 €
Gesamtsumme	39,20 €

Hinweis: Das Magnetfeld wird bei dieser Low-Cost-Versuchsanordnung durch eine rechteckigen Hochstrom-Transformatorspule für 40x40mm-Kerne erzeugt. Geeignet ist z.B.: **Transformatorspule MAE 541, 250 Wdg. CuL Ø1.6mm (10A)**. Vergleichbare Typen sind bei den Lehrmittelfirmen Leybold und Phywe erhältlich. Außerdem sind ein Betriebsgerät für Röhrenversuche und eine stabilisierte Spannungsquelle (vgl. Kap. 3.1.1) erforderlich.

A.4.3 Materialliste für das stabilisierte Hochspannungsnetzteil

Elektronische Bauteile								
Pos.	Menge	Beschreibung	Normbezeichnung	S.-Nr.	Maße	Bemerkung / Referenz	Einzelpreis	Gesamt
1	1	Hochspannungskondensator, 5000pF/1500V	MKS	C1			0,25 €	0,25 €
2	1	Dual-Elektrolytkondensator, 2x50µF/500V	Elektrolyt	C2		alternativ: 2 x 47µF/450V	-	-
3	1	Elektrolytkondensator, 10µF/100V	Elektrolyt	C3			0,25 €	0,25 €
4	1	Elektrolytkondensator, 47µF/450V	Elektrolyt	C4			0,50 €	0,50 €
5	2	Zenerdiode, 47V/1.3W	ZPD47	D1, D2			0,20 €	0,40 €
6	1	Drahtwiderstand, 470Ω/5W		R1			0,65 €	0,65 €
7	1	Drahtwiderstand, 10kΩ/5W		R2			0,65 €	0,65 €
8	2	Drahtwiderstand, 12kΩ/5W		R3, R8			0,65 €	1,30 €
9	1	Metallschichtwiderstand, 10kΩ/1W		R4			0,15 €	0,15 €
10	2	Drahtwiderstand, 100kΩ/1W		R5, R6			0,65 €	0,65 €
11	1	Drahtwiderstand, 120Ω/5W		R7			0,65 €	0,65 €
12	1	Kohleschicht-Potentiometer, 1MΩ linear, 1W		P1			2,25 €	2,25 €
13	2	Hochvolt-NPN-Transistor	BUT12A	T1, T2	TO-220		1,50 €	3,00 €
14	2	Kühlkörper TO-220, 5W				für Pos. 13	0,90 €	1,80 €

15	1	Dualgleichrichter (Röhre)	EZ80	V1		alternativ: 4 x 1N4007	-	-
16	1	9-poliger Miniatursockel, Keramik (Novalsockel)				für Pos. 15	-	-
17	1	Netztransformator				gemäß Angaben im Schaltschema	-	-
18	0,2	Lötösenleiste, 2polig					5,25 €	1,05 €
19	1	Feinsicherung, 35mA/250V					0,20 €	0,20 €
20	1	Feinsicherung, 50mA/250V					0,20 €	0,20 €
21	2	Sicherungshalter				für Pos. 19, 20	0,90 €	0,90 €
22	1.0m	Hochspannungs-Schalt draht, Ø 0.25mm					-	-
		Lötzinn (bleihaltig)				nach Bedarf	-	-
		Schrumpfschlauch				nach Bedarf	-	-
	1	Röhrenradio				z.B. Saba Freudenstadt WD05	6,00 €	6,00 €

Gesamtsumme

20,85 €

Hinweis: Pos. 2, 15, 16, 17 und 22 sind einem gebrauchten, ausgedienten Röhrenradio (etwa 5-10 € auf Floh- bzw. Trödelmärkten) entnommen. Der Dualgleichrichter EZ80 (Pos. 15) kann durch einen Selen-Brückengleichrichter oder vier Siliziumdioden 1N4007, der Dual-Elektrolytkondensator (Pos. 2) durch zwei Elektrolytkondensatoren 47µF/450V ersetzt werden.

A.4.4 Materialliste für den Gleichstromregler 0...7A

Elektronische Bauteile								
Pos.	Menge	Beschreibung	Normbezeichnung	Werkstoff	Maße	Bemerkung / Referenz	Einzelpreis	Gesamt
1	1	Draht-Potentiometer, 470Ω linear, 5W					3,25 €	3,25 €
2	2	Draht-Trimmer 2.5Ω, 5W					1,00 €	2,00 €
3	2	Hochleistungs-NPN- Transistor	2N6033		TO-3	<u>alternativ</u> : Typ 2N3055	1,75 €	3,50 €
4	2	TO-3-Kühlkörper, 10W		Aluminium		für Pos. 3	1,50 €	3,00 €
5	1	Feinsicherung 7A, 250V					0,10 €	0,10 €
6	1	Sicherungshalter				für Pos. 5	0,90 €	0,90 €
7	2	Einbaubuchse 4mm, grün (Fa. Hirschmann)	BIL30			Conrad, Art.-Nr.: 734869-62	1,11 €	2,22 €
8	2	Einbaubuchse 4mm, blau (Fa. Hirschmann)	BIL30			Conrad, Art.-Nr.: 734789-62	1,11 €	2,22 €
9	1	Akkumulator 12V, 44Ah (Autobatterie)				gebraucht aus Autowerk- statt	7,50 €	7,50 €
10	1	Amperemeter, 10A					6,50 €	6,50 €
11	1.0m	PVC-Aderleitung, 1.5qmm	Y-1.5qmm				0,25 €	0,25 €
		Lötzinn (bleihaltig)				nach Bedarf	-	-
		Schrumpfschlauch				nach Bedarf	-	-
		Befestigungsmaterial				für Pos. 3, 4	-	0,50 €

Gesamtsumme

31,94 €

A.5 Messungen mit dem Taschenrechner TI-*nspire*TM-CX

Auf dem TI-*nspire*TM-CX ist das Messprogramm „Vernier DataQuest“ standardmäßig installiert, es kann vom Desktop des Handhelds direkt mit dem Icon  aufgerufen werden (Auswahl über das Touchpad oder mit den Pfeiltasten, Öffnen mit `Enter` oder der Auswahltaste zwischen den Pfeiltasten):



Öffnen des Messprogramms

Messprogramm
„Vernier DataQuest“

Nach dem Öffnen erkennt das Programm automatisch, welche Sensoren angeschlossen sind und stellt die aktuellen Messwerte dar (hier: magnetische Flussdichte). Sensoren werden auch noch erkannt, wenn das Messprogramm bereits gestartet ist.

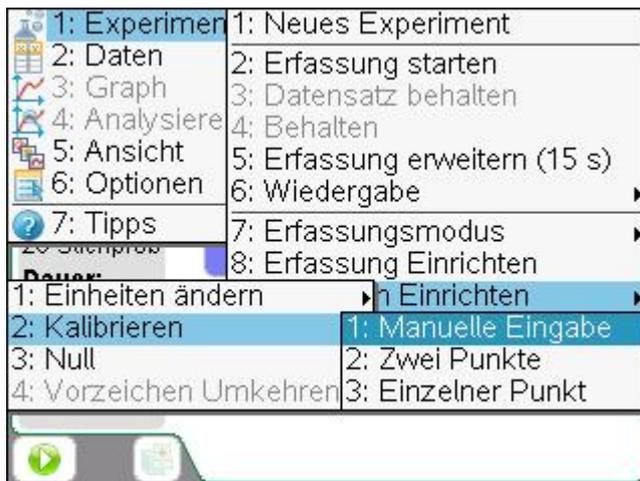


Erfassung eines Sensors

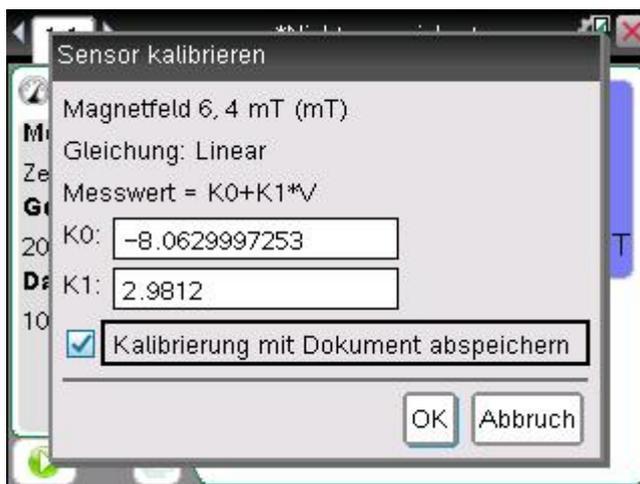
Unter `Menu` → `1: Experiment` → `9: Sensoren einrichten` kann ein angeschlossener Sensor eingerichtet werden:

- 1: Einheiten ändern (hier: Auswahl zwischen mT und Gauss)
- 2: Kalibrieren → 1: Manuelle Eingabe (Eingabe der Konstanten K_0 , K_1)
- 3: Null (Offsetabgleich)

Einstellung des Sensors

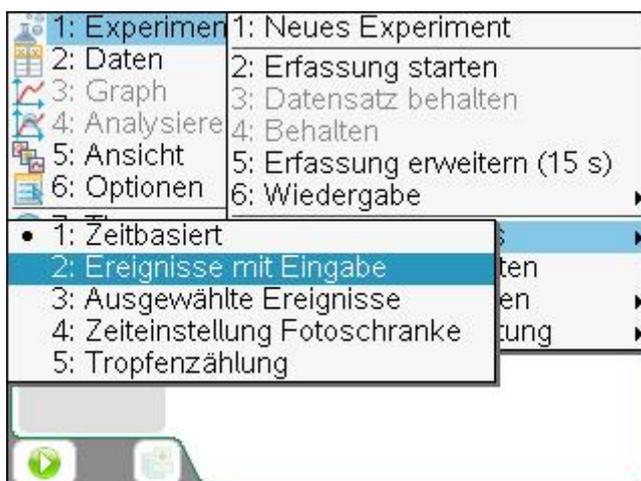


Wahl der Kalibrierungskonstanten



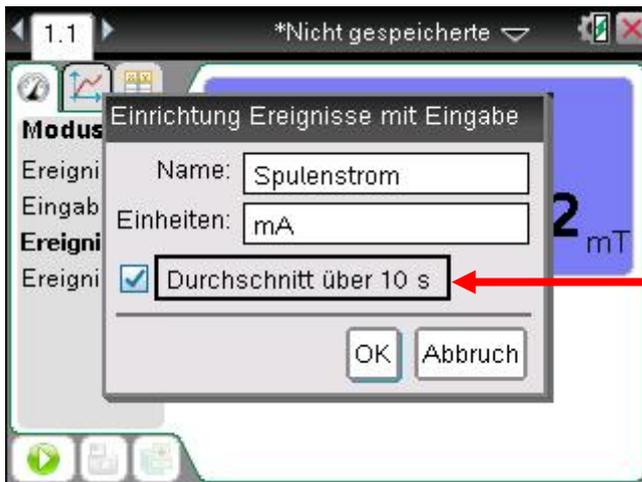
Nachdem der Sensor eingerichtet ist, muss noch der Erfassungsmodus für die Aufnahme der Messungen vorbereitet werden, er wird unter `Menu → 1: Experiment → 7: Erfassungsmodus` eingestellt. Für die Bestimmung der Spulenkonstante wird der Modus `2: Ereignisse mit Eingabe` ausgewählt:

Wahl des Erfassungsmodus



In diesem Modus fordert das Messprogramm den Benutzer zur Eingabe eines Parameters auf (hier: Spulenstrom I) und ordnet diesem Parameter den aktuellen (oder temporär gemittelten) Sensorwert (hier: magnetische Flussdichte B) zu.

Name und Einheit des Abfrage-Parameters sind frei wählbar und werden hier zu Name: Spulenstrom und Einheit: mA definiert.



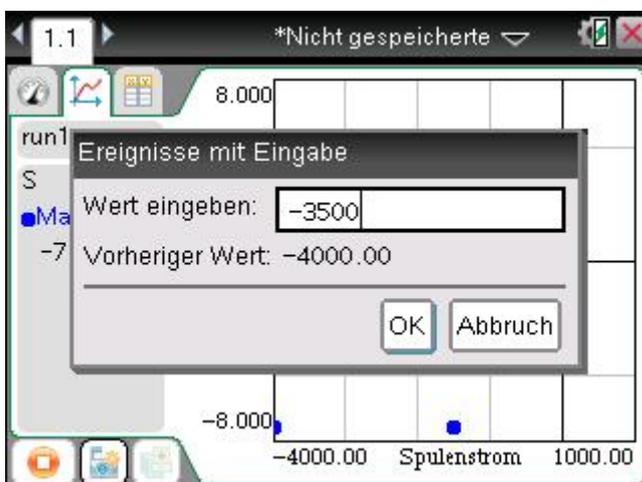
Erfassungsmodus einrichten

**Für Mittelung des
Sensorwerts
Häkchen setzen**

Das Messprogramm ist nun bereit für die Aufnahme der Messwerte, sobald die Messung mit der grünen Playtaste  aktiviert wird:

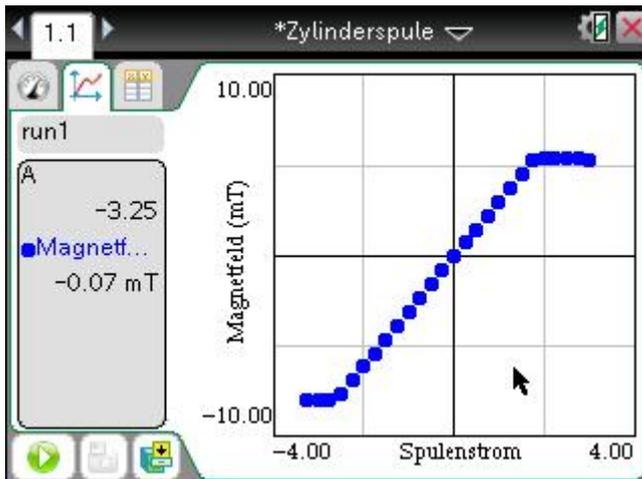


Bei jedem Klicken auf das Kamera-Symbol  fragt das Programm nun nach dem Abfrageparameter, ermittelt den zugehörigen Sensor-Wert und stellt ihn in einem autokalibrierten Diagramm dar:

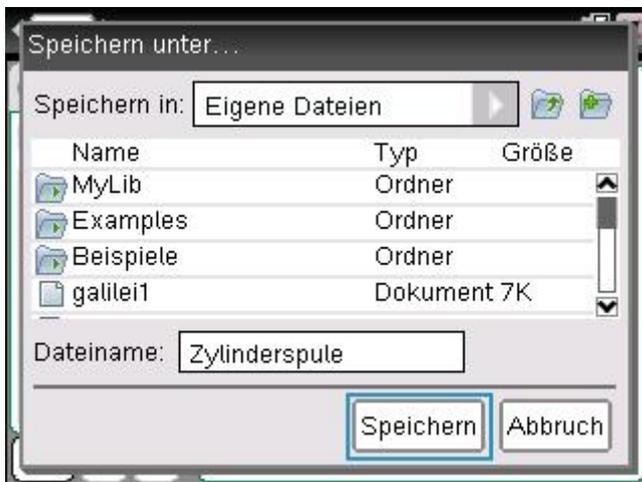


Abfrageparameter eingeben

Durch  stoppt die Messung und kann mit  gespeichert werden:



Erfassungsmodus beenden...



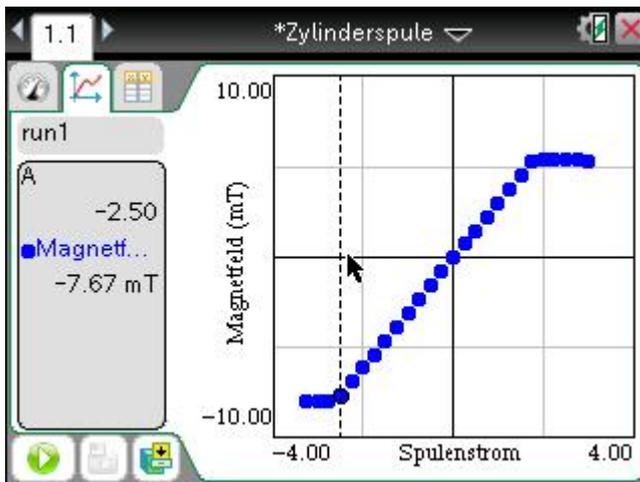
...und speichern.

Nach dem Speichern stehen die aufgenommenen Daten für weitere Bearbeitungen zur Verfügung: Über die mitgelieferte Taschenrechner-Software ist es entweder möglich, die aufgenommenen Daten mit dem PC in Datenverarbeitungsprogramme (z.B. Excel) zu exportieren, oder direkt mit dem TI-*nspire*TM-CX auszuwerten.

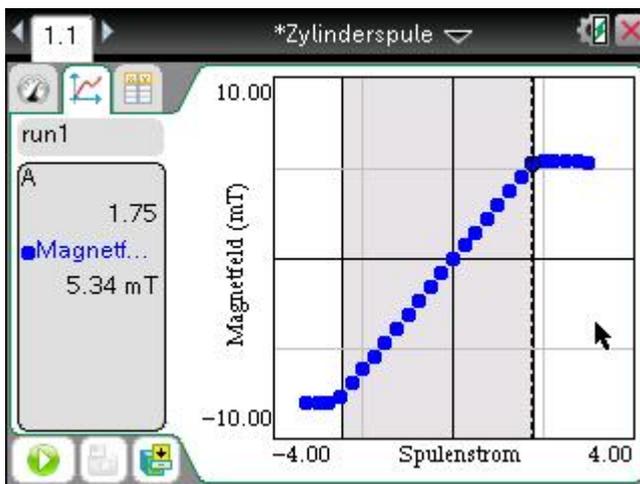
Im Messprogramm können im Diagramm-Modus Regressions-Analysen (hier: die lineare $B(I)$ -Regression) durchgeführt werden. Mit den Pfeiltasten wird zunächst der zu untersuchende Bereich des Datensatzes ausgewählt (untere Grenze des Datenbereichs mit den Pfeiltasten ansteuern, Grenze durch Drücken der Auswahl-taste bestätigen, Auswahl-taste gedrückt halten und gleichzeitig Pfeiltaste bis zur oberen Grenze bewegen, dann alle Tasten loslassen).

Unter Menu → 4: Analysieren → 6: Kurvenanpassung sind verschiedenen Regressionen möglich:

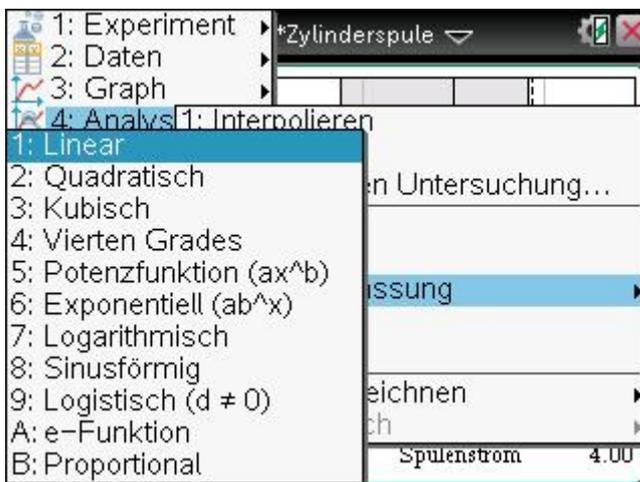
- 1: Linear
- 2: Quadratisch
- 3: ... B:



**Regressionsanalyse:
Auswahl der unteren Grenze**

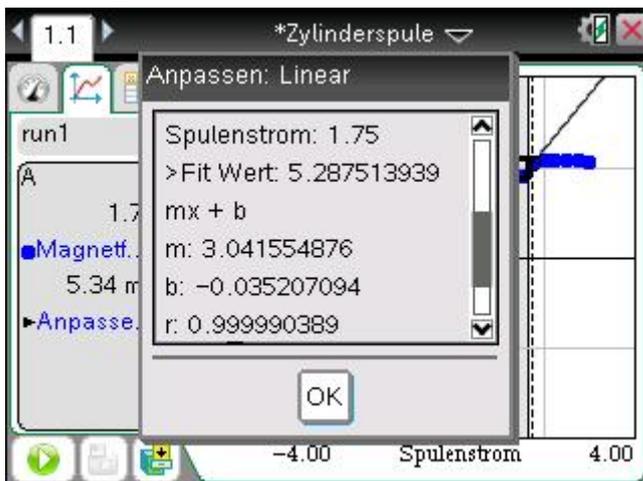


**Regressionsanalyse:
Wahl der unteren Grenze**



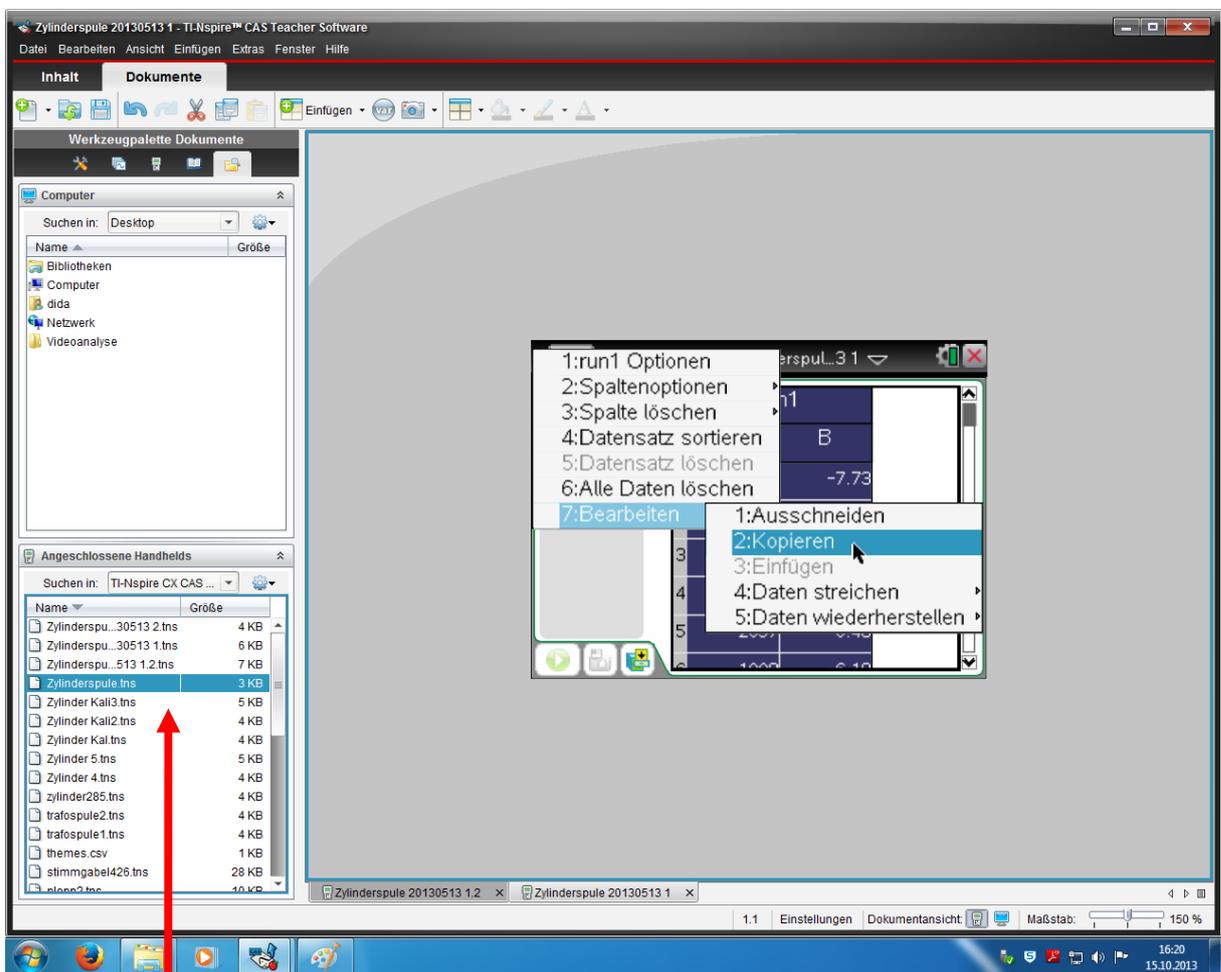
**Regressionsanalyse:
Wahl der Anpassungsfunktion**

Der Datenexport in Tabellenverarbeitungsprogramme ist unkompliziert: Nachdem zunächst eine USB-Verbindung zwischen Handheld und PC hergestellt wurde, kann das Messprogramm bei identischer Benutzeroberfläche am Computer bedient werden. Unter der Registerkarte „Datentabelle“ stehen die Daten über „Copy & Paste“ zur Verfügung.



**Regressionsanalyse:
Ausgabe der Anpassungsparameter**

Kopieren von Datensätzen in andere Datenverarbeitungsprogramme



**Verzeichnis der auf
dem TI-*n*spire™-CX
gespeicherten Dateien**

Hinweis: Die Screen-Shots in diesem Kapitel wurden unter Verwendung der TI-*n*spire™-CAS Teacher Software [Tex12] erzeugt.

A.6 Experimentiereinheit „Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit dem Magischen Auge“

LERNGRUPPE:	Q1(LK)	ZEITLICHER RAHMEN:	2 DOPPELSTUNDEN
INHALTSFELD:		<ul style="list-style-type: none"> • Ladungen und Felder 	
FACHLICHER KONTEXT:		<ul style="list-style-type: none"> • „Auf der Spur des Elektrons“ 	
INHALTLICHE ZIELE:		<ul style="list-style-type: none"> • Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung e/m_0 • Abschluss der Unterrichtsreihe „Ladungen und Felder“ 	

Name des Experiments:	Bestimmung der Spezifischen Elektronenladung mit dem magischen Auge		
Art des Experiments:	Herleitungs- bzw. Erarbeitungs-Experiment		
Material:	1 Röhrenmodul mit Magischem Auge EM34 1 Zylinderspule, $N = 282$ 1 Taschenrechner TI- <i>n</i> spire™-CX mit Interface 1 Vernier-Magnetfeldsensor MG-BTA 1 Voltmeter für die Messung der Beschleunigungsspannung 1 Amperemeter für die Messung des Spulenstroms	1 Röhren-Netzgerät mit 1 Konstant-Spannungsquelle 1 Digitalkamera mit Stativ	$U_L = 0 \dots 350 \text{ V} -$, $U_H = 6.3 \text{ V} \sim$ $U_{Sp} = 0 \dots 12 \text{ V} -$, $I_{Sp} = 0 \dots 7 \text{ A} -$
Experimentatoren:	Schüler		
Fachliche Schwerpunkte:	<ul style="list-style-type: none"> • Thermische Elektronenemission (Glühelektrischer Effekt) • Beschleunigung von geladenen Teilchen (Elektronen) im elektrischen Feld • Lorenzkraft • Zentripetalkräfte/ Kreisbewegungen 		
Übergeordnete Lernziele:	<p>Die Schüler...</p> <ul style="list-style-type: none"> • ...vertiefen ihre fachlichen Kenntnisse zu den o.g. Schwerpunkten. • ...bearbeiten selbstständig, aktiv, kooperativ und zielorientiert ein komplexes Problem. • ... vollziehen den Prozess des naturwissenschaftlichen Erkenntnisgewinns. • ...entwickeln wissenschaftspropädeutische Konzepte. 		

Differenzierte Lernziele:

Die Schüler...

- ...benennen die Aufgabe der eingesetzten Komponenten im Versuchsaufbau.
- ...berechnen die Geschwindigkeit der Elektronen.
- ...messen die magnetische Flussdichte in der Zylinderspule und vergleichen sie mit dem berechneten Wert.
- ...erklären, wie die gekrümmten Schattenwinkel zustande kommen.
- ...bestimmen anhand der fotografierten gekrümmten Schattenwinkel mit dem Geometrieprogramm GeoGebra den Krümmungsradius.
- ...berechnen aus den Messwerten die Spezifische Elementarladung.
- ...beurteilen die historische Bedeutung der Bestimmung der Elementarladung.
- ...schätzen die Grenzen und Unsicherheiten des Experiments ab.
- ...erstellen ein detailliertes Versuchsprotokoll.

Verlaufsplanung:

ZEIT	PHASE	INHALTLICHE SCHWERPUNKTE/OPERATIONEN	SOZIAL-/ AKTIONSFORM	MEDIEN	KOMPETENZ-SCHWERPUNKTE
1	Motivation	<ul style="list-style-type: none"> • Versuch vorstellen • Ziele des Versuchs / Historischer Kontext • Versuchsaufbau und einzelne Bestandteile zeigen und beschreiben lassen (Versuch noch nicht durchführen!) 	Plenum	Versuchsaufbau	<ul style="list-style-type: none"> • Erwartungen formulieren • Kontexteinordnung
1	Experimentierphase	Inbetriebnahme schrittweise durchführen: <ul style="list-style-type: none"> • Elektronenstrahl bei ausgeschaltetem Magnetfeld 	Kleingruppen	Versuchsaufbau	<ul style="list-style-type: none"> • Dokumentation
1	Reaktivierung des Vorwissens/ Erarbeitungsphase	<u>Aktivierung des Vorwissens:</u> <ul style="list-style-type: none"> • Berechnung der Elektronengeschwindigkeit • Entstehung des Leuchtbilds 	Kleingruppen	Versuchsaufbau, Magische Augen	<ul style="list-style-type: none"> • Übertragung von bekannten Inhalten auf eine neue Problemstellung
2	Experimentierphase	<ul style="list-style-type: none"> • mag. Flussdichte in der Zylinderspule • → e/m-Berechnungsvorschrift 	Kleingruppen	Zylinderspule, TI-nspire™	<ul style="list-style-type: none"> • Dokumentation
2	Reaktivierung des Vorwissens/ Erarbeitungsphase	<u>Aktivierung des Vorwissens:</u> <ul style="list-style-type: none"> • Berechnung der magnetischen Flussdichte in der Zylinderspule • Vergleich mit den gemessenen Werten 	Kleingruppen	Arbeitsmaterial, (Literatur)	<ul style="list-style-type: none"> • Übertragung von bekannten Inhalten auf eine neue Problemstellung
2	Ergebnissicherung	<u>Besprechen von Zwischenergebnissen</u>	Plenum	Tafel	<ul style="list-style-type: none"> • Grenzen der Theorie

		<ul style="list-style-type: none"> • Differenzen zwischen „Theorie & Praxis“ • Messunsicherheiten <u>Planung des weiteren Vorgehens</u>			<ul style="list-style-type: none"> • Messunsicherheiten
2	Reaktivierung des Vorwissens (Hausaufgabe)	Wie bestimmt man den Krümmungsradius eines gegebenen Kreisbahnsegments? (Drei-Punkte-Methode)	Einzelarbeit		
3	Organisatorisches	Planung der Messreihen	Plenum	Tafel	
3	Experimentierphase	Durchführung des e/m-Experiments <ul style="list-style-type: none"> • Schüler erstellen Fotos der gekrümmten Schattenwinkel (1. Gruppe) • Herleitung der e/m-Formel (2. Gruppe) 	Kleingruppen (im Wechsel)	Versuchsaufbau, Digitalkamera (Literatur)	<ul style="list-style-type: none"> • Experimentelle Fertigkeiten fordern • Übertragung von bekannten Inhalten auf eine neue Problemstellung • Dokumentation
4	Ergebnissicherung / Erarbeitungsphase	<ul style="list-style-type: none"> • Wh.: Drei-Punkte-Methode • Auswertung der Krümmungsbilder mit „GeoGebra“ 	Plenum	Computer	
4	Erarbeitungsphase	<ul style="list-style-type: none"> • Auswertung der Krümmungsbilder • Berechnung von e/m aus den Messdaten 	Einzel- oder Partnerarbeit	mehrere Computer	<ul style="list-style-type: none"> • Dokumentation
4	Ergebnissicherung	<ul style="list-style-type: none"> • Zusammentragen <u>aller</u> Schülerergebnisse • Berechnung eines e/m-Mittelwerts • Vergleich mit Literaturwerten • Fehlerdiskussion • Ausblick 	Plenum	Tafel, Versuchsaufbau	<ul style="list-style-type: none"> • Erstellen eines Versuchsprotokolls (HA über 1 Woche) • Reflexion der Ergebnisse

A.7 Daten-Disk

A.8 Eigenständigkeitserklärung

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Bachelor-Arbeit selbstständig verfasst und gelieferte Datensätze, Zeichnungen, Skizzen und graphische Darstellungen selbstständig erstellt habe. Ich habe keine anderen Quellen als die angegebenen benutzt und habe die Stellen der Arbeit, die anderen Werken entnommen sind -einschließlich verwendeter Tabellen und Abbildungen- in jedem einzelnen Fall unter Angabe der Quelle kenntlich gemacht.

Bielefeld, den 21. Februar 2014

Unterschrift